

Denisa Janová; Naďa Stehlíková  
Dělíme čtverec: matematický projekt

*Učitel matematiky*, Vol. 14 (2006), No. 2, 106–113

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/150724>

## Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2006

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

## DĚLÍME ČTVEREC: MATEMATICKÝ PROJEKT

DENISA JANOVÁ, NAĎA STEHLÍKOVÁ<sup>10</sup>

### Úvod

Použití žákovských projektů ve výuce matematiky může sloužit jako jeden ze způsobů aktivizace žáků (viz např. [2]). Na rozdíl od řady pramenů nepovažujeme za projekt jen projekt interdisciplinární, ale též projekt matematický, který je primárně využíván v hodině matematiky a obsahuje matematické úlohy nemající bezprostřední vztah k běžnému životu či ostatním předmětům.<sup>11</sup> Zde se podíváme na jeden uzavřený matematický projekt, který byl inspirován článkem [1] a na němž se kromě autorek podílela i M. Kubínová. Jedná se o projekt, který propojuje aritmetiku s geometrií, resp. zlomky s geometrickými objekty, a může sloužit jako expoziční v době, kdy se žáci o zlomcích začínají učit (pak je však nutné vynechat některé složitější otázky), nebo jako procvičovací a diagnostický (tj. diagnostikuje úroveň porozumění zlomkům).

### Popis projektu „Dělíme čtverce“

Žáci dostanou tři pracovní listy (viz příloha), které budou vyplňovat. Dále mají k dispozici papíry dvou barev (v zadání se odkazuje na modré a červené papíry). Chceme-li úkol dětem zjednodušit, dáme jim papíry s centimetrovou čtvercovou sítí (to jim umožní jednodušeji zjišťovat obsahy útvarů). Konečně jsou potřeba nůžky a lepidlo, pokud budou žáci papíry stříhat. Je možné papíry jen překládat, ale podle našich zkušeností se pak děti v útvarech hůře orientují.

<sup>10</sup>Článek byl vytvořen v rámci řešení grantu GAUK 500/2004/A-PP/PedF.

<sup>11</sup>Řadu námětů pro interdisciplinární projekty lze nalézt v [2].

Cílem projektu je procvičovat chápání pojmů zlomek, ekvivalentní zlomky, krácení zlomků, názvy geometrických útvarů (trojúhelník, rovnoramenný trojúhelník, pravoúhlý trojúhelník, lichoběžník, rovnoramenný lichoběžník, rovnoběžník, kosodélník), obsah útvarů. V neposlední řadě je důraz kladen i na porozumění psanému textu.

Doporučujeme čtenáři, aby si nejprve úlohy projektu sám vyřešil, aby se dobře orientoval v útvarech, o nichž budeme v dalším textu mluvit.

Úlohy 1, 2 a 3a–3d jsou standardní (viz příloha). První problém přichází u úlohy 3e, kdy je útvar C větší než útvar B, tj. otázka „Jakou část útvaru B tvoří útvar C?“ je na první pohled nesmyslná, vždyť „část má vždycky být menší než celek“. Jako správnou připouštíme odpověď  $1\frac{1}{2}$  i nějaké zdůvodnění, že otázku nelze řešit. Podobně i pro další úkoly, kde jde buď o stejný problém, nebo o rovnost obsahů útvarů.

U otázek 3h–3j by žáci měli vyjádřit fakt, že se jedná o podobné útvary, případně toto zdůvodnit.

## Praktické použití projektu

Projekt byl zadán v 7. třídě na jedné pražské sídlištní základní škole. Děti v té době již uměly sčítat a odčítat zlomky a samozřejmě je i porovnávat, krátit a rozšiřovat. Projekt trval dvě po sobě jdoucí vyučovací hodiny. Pak byl zadán domácí úkol (viz poslední úkol pracovního listu 3) a v další hodině proběhla stručná prezentace výsledků některých skupin.

Děti si samy vytvořily pracovní dvojice (s prací ve skupinách ani na projektech neměly žádné zkušenosti). Každá dvojice měla k dispozici dvoubarevné čtverečkované papíry ve tvaru čtverce  $12 \times 12$ , bílé papíry na lepení a výpočty, nůžky a lepidlo.

Někteří se na začátku práce ptali, zda mají dělit celý čtverec nebo jen čtvereček té čtvercové sítě. Jinak vše probíhalo bez problémů. První obtíž nastala podle očekávání u úlohy 3e. Někteří tvrdili, že „to nejde“. Ze 14 skupinek pouze tři měly správnou odpověď. Např. Bára to zdůvodnila takto: „Vždyť to nejde, C je větší než B, mělo by to být obráceně. ... Jinak to bude 1 a něco.“

Někteří to vyřešili tak, že v otázce oba útvary vyměnili.

Učitelka očekávala problémy u úloh 3h a 3i, kde mělo jít o podobné útvary. K nim se však žádný dotaz nevyskytl, protože nikdo úlohu takto neřešil. Asi polovina žáků řešila úlohu odpovědí na otázku „Jakou částí útvaru ... je útvar ...“ (jako v předchozích úkolech). Část dětí popsala, který útvar je větší či menší, popř. o jakou část či kolikrát (často přitom použili zlomků, např. „D je o  $\frac{3}{4}$  menší než B“). Nikdo nepracoval s podobností, jak autoři projektu očekávali. Otázku je tedy třeba položit jinak.

Další obtíž představovala úloha 5, kde bylo pro děti obtížné podle instrukcí vytvořit útvar E. Zdá se, že v tomto okamžiku je důležitý zásah učitele.

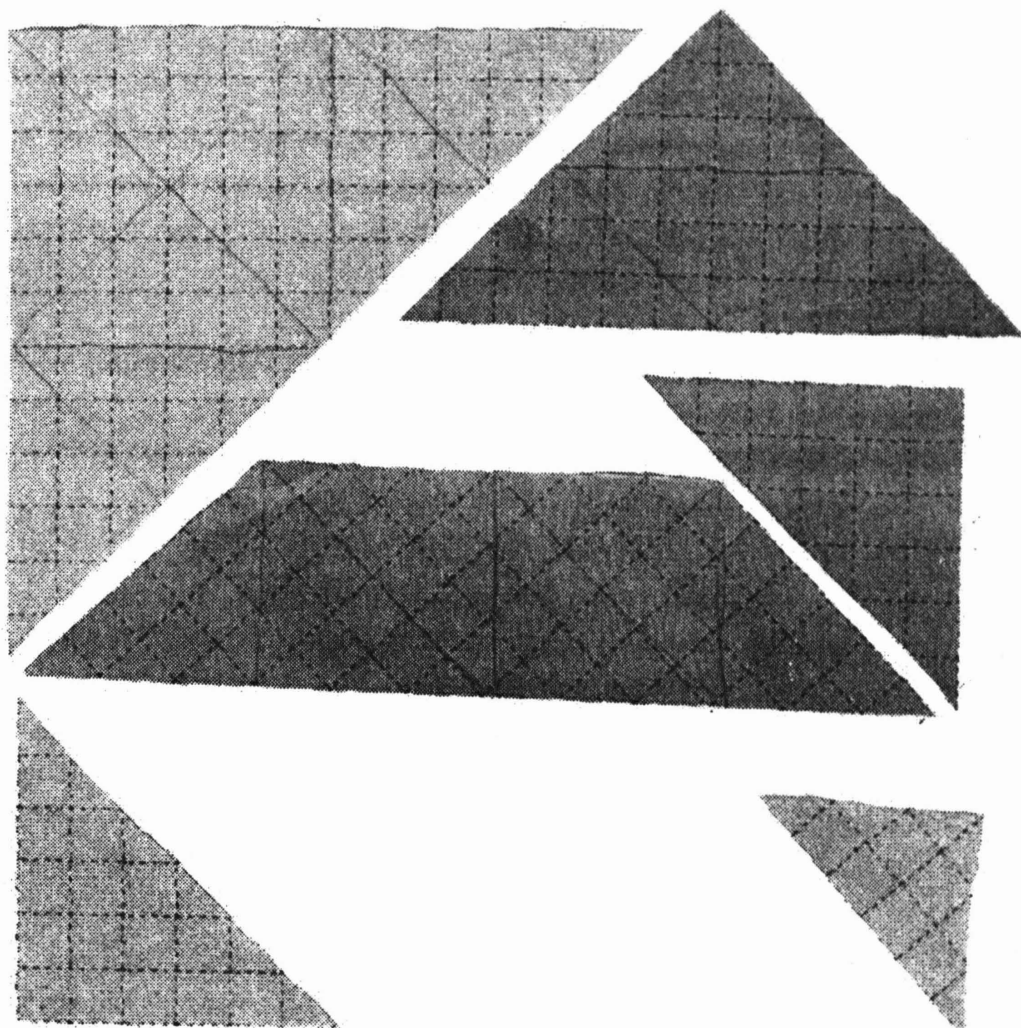
Při zjišťování obsahů útvarů žáci ve většině případů počítali čtverečky, přičemž případně dokreslovali čáry (viz obr. 1, kde je také vidět část vzniklých útvarů) a přikládali útvary k sobě (před přilepením). Nikdo nepoužil vzorečky pro obsah. To mohlo být dáno i tím, že byly použity čtverečkové papíry. Protože nebyl dán pokyn, aby žáci některé odpovědi zdůvodnili, není v mnoha případech možné zjistit, jak přesně žáci při hledání obsahů postupovali.

U vztahu obrazce D a H (pravoúhlý rovnoramenný trojúhelník a čtverec) se objevily i odpovědi, že D je jedna polovina H. Zřejmě pod dojmem z toho, jak z původního čtverce na začátku práce vznikly dva pravoúhlé rovnoramenné trojúhelníky.

Co se týče použitých geometrických termínů, žáci vesměs nepoužili slovo lichoběžník, ale pouze čtyřúhelník. Slovo čtyřúhelník se někdy objevilo i místo slova čtverec. V jedné skupině se objevilo slovo těleso místo slova obrazec a rovnoramenný trojúhelník byl považován za rovnostranný.

S krácením zlomků nebyly žádné problémy. V několika případech se objevilo použití slova celek ve smyslu jednotky. Např. rovnost útvarů byla vyjádřena slovy „1 celek“, místo  $\frac{1}{3}$  bylo napsáno „3 celky“, v domácím úkolu se objevilo „A tvoří 4 celky z O“ apod. Dokonce jedna skupina psala „I je 1 z H“ (obdobně výroku „H je  $\frac{1}{8}$  z původního čtverce“).

Někdy žáci nevyjadřovali část zlomkem, ale desetinným číslem,



Obr. 1

které získali na kalkulačce. Např. Jana získala tento výpočet  $72 : 27 = 2,\overline{66}$  a reagovala slovy: „To nejde zlomkem, to by bylo  $\frac{72}{27}$ .“ V představě dívky zřejmě takto „ošklivé“ číslo není zlomek.

Poslední úkol projektu byl dobrovolný. Žáci měli vytvořit obdobnou sérii úloh pro své spolužáky, tentokrát s původním obrazcem obdélníkem. Domácí úkol vypracovala asi polovina žáků a většina z nich požadavek, že mají začít s obdélníkem, ignorovala.

Navrhované úkoly vesměs kopírovaly ty, které byly uvedeny v pracovních listech. Nicméně objevily se i některé originální otázky. Např. jedna skupinka úkoly formulovala obráceně a zlomky se

objevovaly již v úkolech. Např. „Rozstřižni obdélník na čtvrtiny.“ „Dále si z oranžového čtverce vem  $\frac{1}{8}$ .“ „Kolikrát se útvar A vejde do útvaru B?“ Objevily se další geometrické pojmy jako pravý úhel, ostrý úhel.

## Závěr

Ukázalo se, že na realizaci projektu dvě vyučovací hodiny nestačí. Buď musí být jeho část zadána za domácí úkol, nebo je nutné některé úlohy vynechat. Použití bílých papírů místo čtverečkových by zřejmě bylo pro žáky příliš složité. Je možné předpokládat, že pak by se při hledání obsahů objevily také vzorečky.

Žáci na projektu pozitivně hodnotili zejména to, že zahrnoval manipulativní činnost, kterou běžně s matematikou nespojují. Učitelé umožnil procvičit pojem zlomku jiným, netradičním způsobem.

## Literatura

- [1] Hejný, M., Kratochvílová, J., *Klasifikace jako kognitivní funkce*, In Burjan, V., Hejný, M., Ján, Š.: *Zborník príspevkov z letnej školy teórie vyučovania matematiky PYTAGORAS 2004*, Bratislava: JSMF, EXAM, 2005. (V tisku, 18 stran.)
- [2] Dolan D.T., Williamson J., Square fractions, In: *Teaching Problem-Solving Strategies*, Addison-Wesley Publishing Comp., 1983.
- [3] Kubínová, M., *Projekty ve vyučování matematice, cesta k tvořivosti a samostatnosti.*, Praha, PedF UK, 2002.

## DĚLÍME ČTVEREC, pracovní listy

Poznámka: U pracovních listů pro žáky byl vždy na pravé straně u každého úkolu ponechán prostor, do kterého zapisovali odpovědi. Pracovní list 1 odpovídá úkolům 1–3, pracovní list 2 úkolům 4–7 a pracovní list 3 zbytku.

1. Rozstříhnete modrý i červený čtverec podél úhlopříčky. Jeden z červených útvarů, které vzniknou, nalepte na bílý papír a označte A.

- a) Napište, jaké mnohoúhelníky vzniknou z původního čtverce.
- b) Napište, jaká část původního čtverce je útvar A.

2. Vezměte jeden z modrých útvarů a rozstříhnete ho tak, aby vznikly dva shodné útvary. Jeden z nich označte B a nalepte na bílý papír. Napište,

- a) jaké mnohoúhelníky vznikly rozstřížením modrého útvaru.
- b) jakou část útvaru A tvoří útvar B.
- c) jakou část původního čtverce tvoří útvar B.

3. Z modrých nenalepených útvarů vyberte ten, který má větší obsah. Přiložte vrchol jeho pravého úhlu ke středu jeho nejdelší strany a papír přehněte. Rozstříhnete útvar v ohybu. Vzniknou dva útvary. Útvar s větším obsahem označte C, zbývající útvar označte D. Napište,

- a) jak se jmenuje mnohoúhelník C.
- b) jak se jmenuje mnohoúhelník D.
- c) jakou část útvaru B tvoří útvar D.
- d) jakou část útvaru A tvoří útvar D.
- e) jakou část útvaru B tvoří útvar C.
- f) jakou část útvaru A tvoří útvar C.
- g) jakou část útvaru C tvoří útvar D.
- h) Popište vztah útvarů D a B.
- i) Popište vztah útvarů D a A.
- j) Popište vztah útvarů C a A.

4. Útvary C a D nalepte na bílý papír.

5. Vezměte nenalepený červený útvar a vyrobte kopii útvaru C. Ohněte jeden z vrcholů jeho nejdelší strany ke středu této strany a papír přehněte. Rozstříhnete útvar v ohybu. Vzniknou dva útvary. Útvar s větším obsahem označte E, zbývající útvar označte F. Napište,

- a) jak se jmenuje mnohoúhelník E.
- b) jakou část útvaru E tvoří útvar F.
- c) jakou část útvaru D tvoří útvar F.
- d) jakou část útvaru C tvoří útvar F.
- e) jakou část útvaru B tvoří útvar F.



- f) jakou část útvaru A tvoří útvar F.
- g) jakou část původního čtverce tvoří útvar F.

6. Nalepte útvar F na bílý papír.

7. Vezměte útvar E, přiložte k sobě vrcholy kratší z rovnoběžných stran a přehněte. Rozstříhnete útvar v ohybu. Vzniknou dva útvary. Útvar s větším obsahem označte G, zbývající útvar označte H. (Písmeno E škrtněte.) Napište,

- a) jak se jmenuje mnohoúhelník G.
- b) jak se jmenuje mnohoúhelník H.
- c) jakou část útvaru C tvoří útvar G.
- d) jakou část útvaru A tvoří útvar G.
- e) jakou část útvaru G tvoří útvar H.
- f) jakou část útvaru D tvoří útvar H.
- g) jakou část útvaru C tvoří útvar H.
- h) jakou část útvaru B tvoří útvar H.
- i) jakou část útvaru A tvoří útvar H.
- j) jakou část útvaru F tvoří útvar H.
- k) jakou část původního čtverce tvoří útvar H.

8. Nalepte útvar H na bílý papír.

9. Vezměte útvar G, přiložte vrchol pravého úhlu k vrcholu tupého úhlu, který leží proti němu. Rozstříhnete útvar v ohybu. Vzniknou dva útvary. Útvar s větším obsahem označte I, zbývající útvar označte J. (Písmeno G škrtněte.) Útvar J nalepte na bílý papír. Napište,

- a) jak se jmenuje mnohoúhelník I.
- b) jakou část útvaru J tvoří útvar I.
- c) jakou část útvaru H tvoří útvar I.
- d) jakou část útvaru F tvoří útvar I.
- e) jakou část útvaru D tvoří útvar I.
- f) jakou část útvaru C tvoří útvar I.
- g) jakou část útvaru B tvoří útvar I.
- h) jakou část útvaru A tvoří útvar I.
- i) jakou část původního čtverce tvoří útvar I.

10. Nalepte útvar I na bílý papír.



11. Všechny nalepené útvary pojmenujte a napište (na bílý papír), jakou část původního čtverce tvoří.

12. Napište, co se vám na předcházející práci nejvíce líbilo.

13. Napište, co se vám na předcházející práci nelíbilo

Další úkol pro vás: Připravte podobnou sadu úkolů pro svého kamaráda (kamarádku, sourozence, rodiče, babičku, dědu, ...) pro případ, kdy začnete stříhat obdélník. Úkoly sami vyřešte.

*Mgr. Denisa Janová*  
*ZŠ Chvaletická 918*  
*Praha 9 – Lehovec*  
*e-mail: janova.d@post.cz*

*Doc. RNDr. Naďa Stehlíková, Ph.D.*  
*KMDM PedF UK*  
*M.D. Rettigové 4*  
*Praha 1*  
*e-mail: nada.stehlikova@pedf.cuni.cz*



**Mezinárodní konference**  
**Creativity in Mathematics**  
**Education and the Education of**  
**Gifted Students**

*Kreativita v matematickém vyučování*  
*nadaných žáků*

5.–8. července 2006 v Českých Budějovicích

- Jak podporovat kreativitu dětí?
- Jak podporovat nadané děti?
- Jak stimulovat učitele?
- Jak obohatit matematické vyučování o tvořivé aktivity?

Další informace viz

<http://www.pf.jcu.cz/stru/katedry/m/creativity/>