Alena Šarounová

Malý nápadník - K

Učitel matematiky, Vol. 6 (1998), No. 1, 30–34

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/151329

MALÝ NÁPADNÍK — K

Alena Šarounová

Už několikrát jsme na těchto stránkách ukazovali na příkladech výhodnost užívání sítí při výuce geometrie. Dnes se zaměříme na síť tvořenou „jednotkovými“ rovnostrannými trojúhelníky, tj. trojúhelníky se stranami délky 1 cm.

Matrice K: **TROJÚHELNÍKOVÁ SÍŤ A HVĚZDICE**

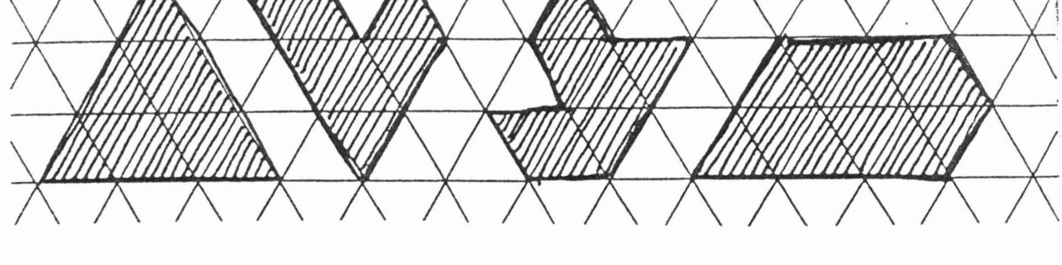
Matrice se skládá ze dvou částí. Prvou je **trojúhelníková síť**. Pokud ji zvětšíte (z A5 na A4), dostanete síť „jednotkovou“, vhodnou zejména při práci s obvody n-úhelníků. Jinak na velikosti sítě nezáleží; dbáme jen na to, aby odpovídala požadované úloze a věku dětí.

Síť užíváme buď jako podložku, nebo črtáme a rýsujeme přímo do ní. Ve druhém případě je práce snazší a přesnější, vyžaduje však stálé rozmnožování pracovních papírů.

Náměty práce s trojúhelníkovou sítí

Obvody a obsahy mnohoúhelníků.

Do sítě črtáme n-úhelníky složené z rovnostranných trojúhelníčků. Snadno lze ukázat, že takto získané útvary mohou mít stejný obsah (resp. obvod), ale různý tvar. Náročnější úlohou je vyhledání několika n-úhelníků s daným (celočíselným) obvodem. Trojúhelníková síť umožňuje snadné črtání „zajímavějších a neobvyklejších“ n-úhelníků než síť čtvercová.

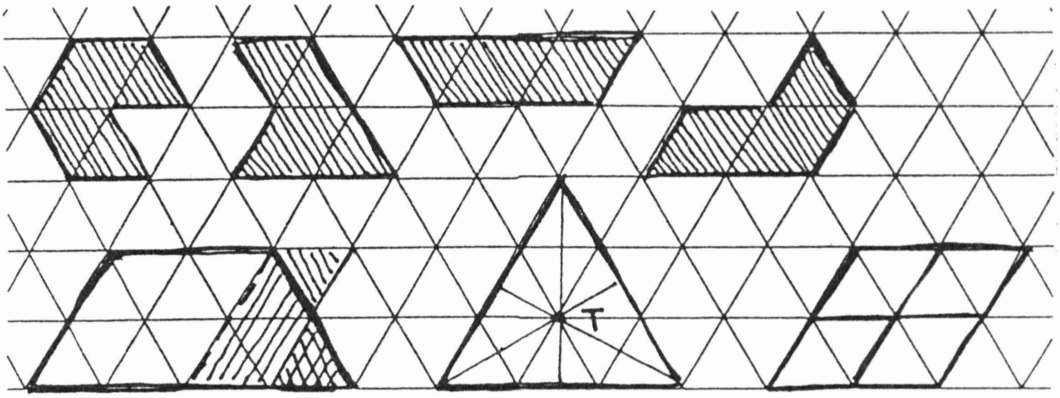


K systematické práci nutí úlohy tohoto typu:

Načrtněte všechny možné n-úhelníky složené z x rovnostranných trojúhelníků. („Rovnoplochost v praxi.")

Je-li x větší než 4, je už dost možností k tomu, abychom připomněli pojmy kosočtverec, kosodélník, lichoběžník, konvexní a nekonvexní mnohoúhelník atd.

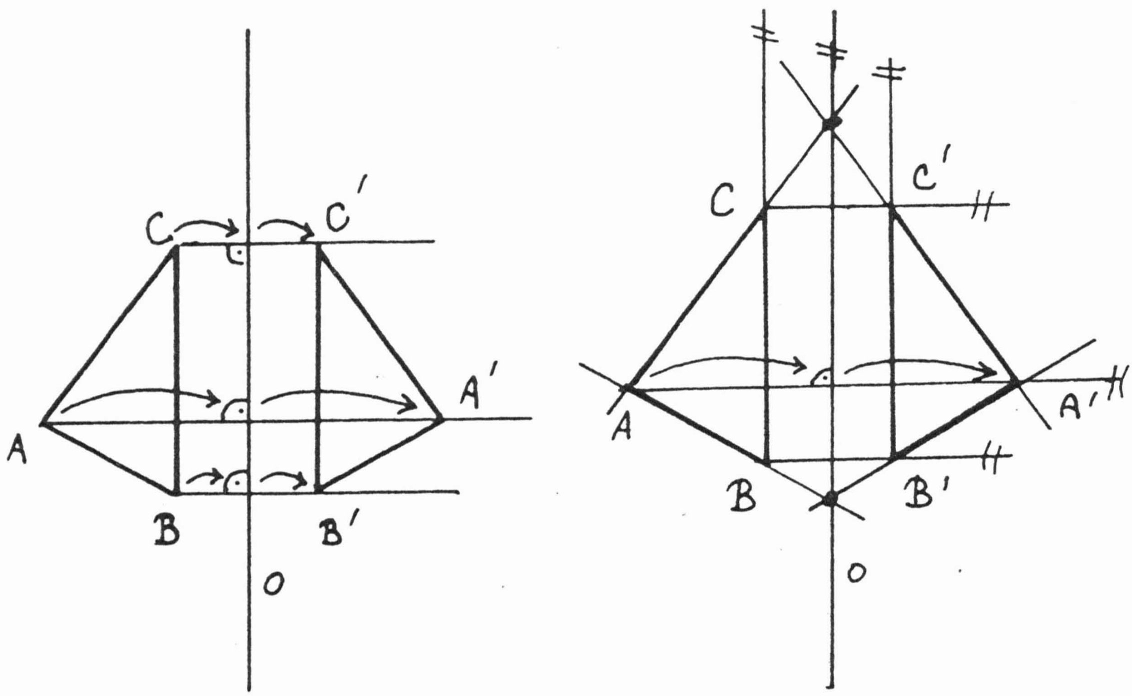
Na náčrtcích trojúhelníků, kosodélníků a lichoběžníků v síti lze velmi snadno demonstrovat střední příčky těchto útvarů i odvozování vzorců pro výpočet jejich obsahů.



Osová souměrnost.

Používáme-li při výuce osové souměrnosti síť čtvercovou, pak většinou ztotožníme osu souměrnosti s jednou přímkou sítě a útvary, jejichž obrazy hledáme, bývají často pravoúhlé a ve výhodné poloze vůči ose. Jednu soustavu přímek sítě tvoří přímky v této souměrnosti samodružné. To je velmi výhodné zejména u motivačních úloh. Později je však třeba pracovat v náročnějších podmínkách, např. v síti trojúhelníkové. Máme zde ideální možnost ukazovat dětem na příkladech, že při sestrojování obrazu daného n-úhelníku v osové souměrnosti je často výhodnější pracovat s přímkami a jejich obrazy, než vyhledávat podle definice obrazy jednotlivých bodů zobrazovaného útvaru. Poslední metoda se totiž hodí právě jen pro osovou souměrnost. Pokud užijeme několik známých a velice názorných vět[3] k sestrojení vhodných přímek obrazu, provádíme konstrukci vhodnou i pro obecnější afinity — a také rychlejší a přesnější.

Porovnejte navzájem obě metody na následujícím obrázku.



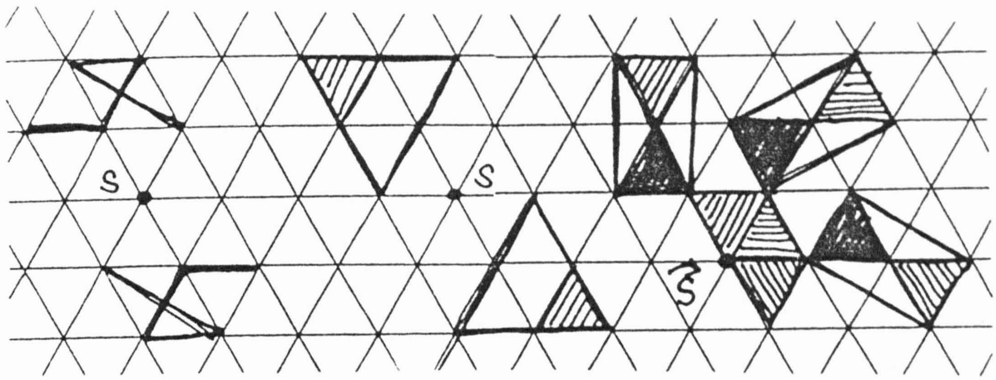
Středová souměrnost a otáčení

V trojúhelníkové síti se snadno sestrojují středově souměrné obrazce např. typu „hvězda“ (viz obr.) a útvary otočené podle daného středu o $60°, 120°, 180°, 240°$ či $320°$.

---

[3] Stručně: je-li o osa souměrnosti, a, b přímky, a' a b' jejich obrazy, pak

$$a \| o \Leftrightarrow a' \| o\,, \qquad a \| b \Leftrightarrow a' \| b'\,, \qquad a \cap o = X \Leftrightarrow a' \cap o = X\,.$$

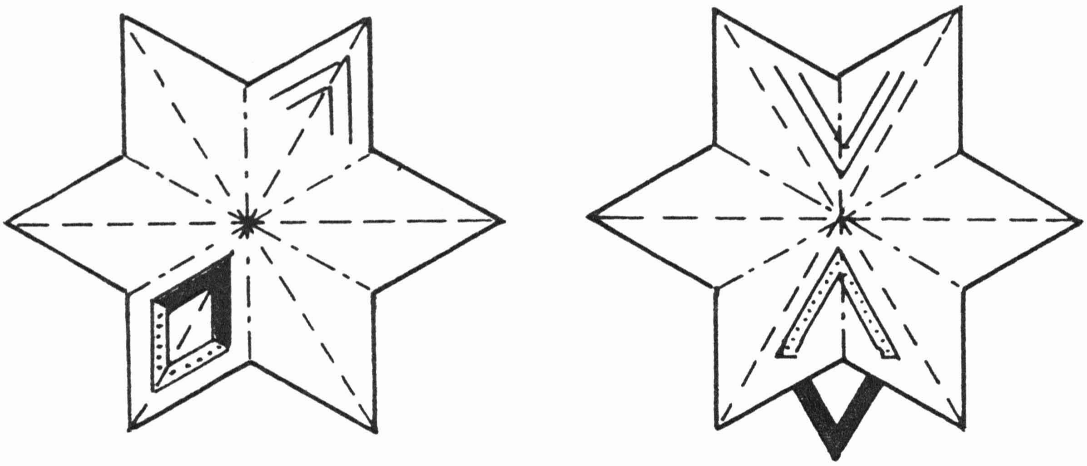


Můžeme také demonstrovat skládání vhodně zvolených zobrazení, pokud i výchozí vzor bude vycházet z čar sítě, aby nebylo nutné dokreslovat do obrázku mnoho dalších čar. Smyslem práce se sítěmi totiž není nahradit rýsování, konstrukce pravítkem a kružítkem, ale „vycvičit oko, aby vidělo“ a experimentálně objevit či ověřit základní vlastnosti souměrností a otáčení v rovině.

Hvězdice

Posledním námětem tohoto nápadníku je aplikace souměrností v trojúhelníkové síti na „vánoční hvězdy“ vystřižené z papíru a dotvořené přehýbáním nastřižených částí.

Vycházíme ze šesticípé hvězdy (viz matrice), kterou vystřihneme a dále vhodně prostřihujeme. Tato hvězda má celkem šest os souměrnosti. Má-li mít výsledná hvězdice pouze šest cípů, užijeme při prostřihování osy souměrnosti ležící v delších úhlopříčkách hvězdy. Na obrázku jsou doporučené zástřihy určené k přehnutí vytečkované. Jejich poloha po přehnutí (tj. rub) je vyznačen šrafováním. Přehneme tedy hvězdu podle osy a u obou vrcholů, jimiž tato osa prochází, prostřihneme zvolený vzor. Musíme si dát pozor, abychom se příliš nepřiblížili kratším úhlopříčkám hvězdy (na obrázku vyznačeno čerchovanou čarou), protože pak by se mohla rozpadnout. Pak hvězdu rozevřeme, přehneme podle další dlouhé úhlopříčky a prostřihujeme stejným způsobem. Totéž zopakujeme do třetice. Takto upravenou hvězdu dotvoříme přehýbáním nastřižených částí. Je to velmi efektní, je-li papír z rubu zbarven jinak než z lícní strany. Přehýbat můžeme na líc i na rub, případně jeden proužek i víckrát nebo proužky různě proplétat a zasunovat pod sebe, je-li jich víc.



Hvězdici s více hroty získáme při přehýbání původní hvězdy podle kratších úhlopříček a prostřihování vedeném rovnoběžně s delšími úhlopříčkami hvězdy. Z obrázku je základní postup patrný. Dále už záleží na fantazii. Nejlépe však působí hvězdice s jasnou geometrickou strukturou. Kombinovat různé typy prostřihování je možné jen tehdy, budeme-li dodržovat základní směry zástřihů. Jinak vzniká „chaos“, který nepůsobí dobře. Pokud chceme složitější hvězdici, můžeme zástřihy „zjemnit“ na tenké proužky a pak volit jejich opakované přehýbání.

Na matrici je ve hvězdicích vyznačena trojúhelníková síť jako opora k prostřihování vzorů. Je to výhodné pro začátečníky a děti s nešikovnýma rukama. Jinak síť nutná není. Vždy však musíme vycházet z přesně narýsované hvězdy, v níž přehnutím a proškrábnutím papíru vymodelujeme krátké i dlouhé úhlopříčky jako základní oporu pro tvorbu vzoru.

A abychom se od „hry“ (ale užitečné!) vrátili k matematice:

— Je-li dán vzor v jednom cípu hvězdice, jakými shodnými zobrazeními ho můžeme „okopírovat“ do zbývajících cípů?
— Ve kterých shodných zobrazeních je taková hvězdice samodružná? Kolik je takových shodností?

Přeji vám pěkné Vánoce ve společnosti dobrých přátel.

TROJÚHELNÍKOVÁ SÍŤ – HVĚZDY

AŠ