

# Učitel matematiky

---

Klokan '95

*Učitel matematiky*, Vol. 4 (1996), No. 2, 102–110

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/151455>

## Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1996

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



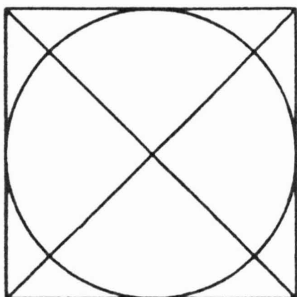
This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

## KLOKAN '95

*(Pokračování z minulého čísla)***Kategorie KADET**

(odpovídá 7. a 8. ročníku ZŠ)

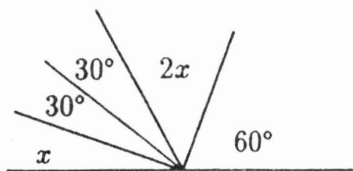
- Soutěž Klokán trvá 75 minut. Kolik minut průměrně připadá na vyřešení jedné otázky?  
A) 1 1/2      B) 2      C) 2 1/2      D) 3      E) žádná z možností
- Jaký geometrický obrazec se nenachází na obrázku?



- kruh
- čtverec
- pravoúhlý trojúhelník
- rovnoramenný trojúhelník
- rovnostanný trojúhelník

- Čemu se rovná výraz  $1 \times 9 \times 9 \times 5 - (1 + 9 + 9 + 5)$ ?  
A) 0      B) 381      C) 481      D) 429      E) 995
- Kterou z následujících poloh písmene K nelze získat jeho otáčením v rovině?  
A)      B)      C)      D)      E)
- Všetchna celá čísla od 1 do 1995 střídavě odčítáme a přičítáme:  $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots + 1993 + -1994 + 1995$ . Jaký je výsledek?  
A) 997      B) 1995      C) 998      D) 0      E) -997
- Jaký úhel svírají ručičky na hodinách v 1 h 30 min?  
A)  $180^\circ$       B)  $120^\circ$       C)  $130^\circ$       D)  $150^\circ$       E)  $135^\circ$
- Petr má za úkol narysovat dvě kružnice o poloměrech 6 cm a 8 cm s jedním společným bodem. Petr ví, že to lze provést dvěma způsoby. Jaké jsou vzdálenosti středů kružnic v těchto dvou případech?  
A) 3 cm, 4 cm      B) 2 cm, 8 cm      C) 2 cm, 14 cm      D) 6 cm, 8 cm  
E) 6 cm, 4 cm

8. Vlak délky  $1 \text{ km}$  jede rychlostí  $1 \text{ km/h}$  a projíždí tunelem dlouhým  $1 \text{ km}$ . Kolik času uplyne od okamžiku vjezdu lokomotivy do tunelu do okamžiku výjezdu posledního vagónu z tunelu?  
 A)  $1 \text{ h}$       B)  $1 \text{ h } 30 \text{ min}$       C)  $2 \text{ h}$       D)  $3 \text{ h}$       E)  $1/2 \text{ h}$
9. Jaká je velikost úhlu  $x$  vyznačeného na obrázku?



- A)  $20^\circ$       B)  $22^\circ$       C)  $24^\circ$   
 D)  $26^\circ$       E)  $28^\circ$

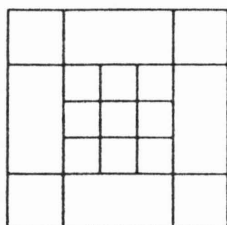
10. Jaké z následujících čísel je nejmenší?  
 A)  $19^{95}$       B)  $95^{19}$       C)  $1^{995}$       D)  $19 \times 95$       E)  $(-1995)^2$
11. Strom vysoký  $8 \text{ m}$  byl větrem zlomen tak, že se jeho vrchol dotýká země  $4 \text{ m}$  od kmene. V jaké výšce byl strom zlomen?  
 A)  $1 \text{ m}$       B)  $2 \text{ m}$       C)  $3 \text{ m}$       D)  $4 \text{ m}$       E)  $5 \text{ m}$
12. Jaký je poměr mezi obvodem vyšrafované části kruhu a obvodem celého kruhu?



- A)  $3/4$       B)  $(4 + \pi)/4\pi$       C)  $4\pi/(4 + \pi)$       D)  $(4 + \pi)/2\pi$       E)  $1/4$

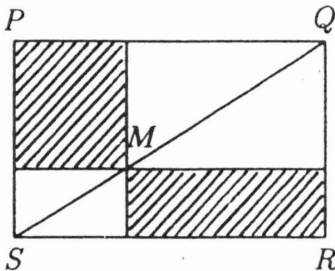
13. Po dvou zlevněních, vždy o  $20\%$ , stojí halenka  $320 \text{ Kč}$ . Jaká byla původní cena halenky?  
 A)  $204 \text{ Kč}$       B)  $400 \text{ Kč}$       C)  $448 \text{ Kč}$       D)  $500 \text{ Kč}$       E)  $533 \text{ Kč}$
14. Průměrný věk  $9$  lidí sedících v jedné místnosti je  $25$  let. Průměrný věk  $11$  lidí ve druhé místnosti je  $45$  let. Jaký je průměrný věk všech osob v obou místnostech?  
 A)  $70$       B)  $36$       C)  $35$       D)  $32$       E)  $20$

15. Kolik čtverců je zobrazeno na tomto obrázku?

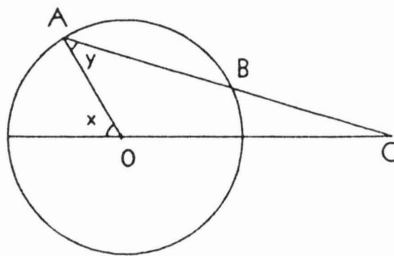


- A)  $13$       B)  $14$       C)  $19$       D)  $21$       E)  $23$

16. Když dám Tomovi 2 čokolády, půjčí mi kolo na 3 hodiny. Když mu dám 12 bonbónů, půjčí mi ho na 2 hodiny. Zítra mu dám 1 čokoládu a 3 bonbóny. Na jak dlouho mi Tom půjčí své kolo?
- A)  $1/2 h$       B)  $1 h$       C)  $2 h$       D)  $3 h$       E)  $4 h$
17. Která z vyšrafovaných částí obrazce má větší obsah?

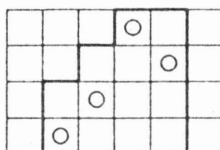


- A) levá horní  
 B) pravá dolní  
 C) obě mají stejný obsah  
 D) obsahy jsou si rovny právě tehdy, když  $M$  je středem úhlopříčky  $SQ$   
 E) obsahy jsou si rovny, právě když  $PQRS$  je čtverec
18. Hmotnost kovového kruhu o průměru  $20\text{ cm}$  činí  $2,4\text{ kg}$ . Jaká je hmotnost kruhu o průměru  $10\text{ cm}$ , který z původního kruhu vyřízneme?
- A)  $1,2\text{ kg}$       B)  $0,8\text{ kg}$       C)  $0,6\text{ kg}$       D)  $0,5\text{ kg}$       E)  $0,4\text{ kg}$
19. Mirek nastavil hodinky s ručičkami na přesný čas v pondělí v poledne. Tyto hodinky se opožďují o  $3\text{ min}$  za hodinu. Po jaké době budou hodinky ukazovat opět přesný čas?
- A) za  $20\text{ h}$       B) za  $10\text{ dní}$       C) nikdy      D) za týden      E) za rok
20. Závodu v běhu na  $100\text{ m}$  se účastní  $625$  závodníků. Závodní dráha má  $5$  běžeckých tratí a z každého rozběhu postupuje do další soutěže vítěz, ostatní jsou vyřazeni. Jaký minimální počet rozběhů je nutný k určení vítěze závodu?
- A)  $98$       B)  $106$       C)  $125$       D)  $126$       E)  $156$
21. Na obrázku je bod  $O$  středem kružnice a úsečky  $OA$  a  $BC$  jsou shodné. Který z následujících vztahů platí?

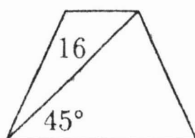


- A)  $2x = 3y$       B)  $x = 2y$       C)  $x = y$       D)  $x + y = 90^\circ$       E)  $x + 2y = 180^\circ$
22. Jaký je součet cifer čísla  $10^{95} - 95$ ?
- A)  $6$       B)  $7$       C)  $108$       D)  $633$       E)  $842$

23. Ve skupině osob má 40% zrakovou vadu. 70% z nich nosí brýle a zbývajících 30% kontaktní čočky. 21 osob nosí brýle. Které z následujících tvrzení je pravdivé?
- A) 45 osob má zrakovou vadu  
 B) 30 osob nemá zrakovou vadu  
 C) ve skupině je celkem 100 osob  
 D) 10 osob nosí kontaktní čočky  
 E) žádné z uvedených tvrzení není pravdivé
24. Na části šachovnice znázorněné na obrázku máme umístit čtyři figurky tak, aby v každém sloupci a v každém řádku byla právě jedna. Kolika způsoby to lze provést?



- A) 64                      B) 28                      C) 16                      D) 8                      E) 4
25. Pro libovolná dvě celá čísla  $X, Y$  zaveďme následující označení:
- $$\boxed{X} = X^4, \quad X|Y = X + Y.$$
- Čemu se rovná  $\boxed{2} | \boxed{2}$ ?
- A)  $32^4$                       B)  $2^9$                       C)  $2^{12}$                       D)  $2^{20}$                       E)  $2^3$
26. Jaký je součet 100 čísel, která dostaneme tak, že každé číslo z množiny  $\{1, 2, 3, \dots, 100\}$  postupně vynásobíme každým číslem z téže množiny (znázorni v tabulce  $10 \times 10$ )?
- A) 2500                      B) 3025                      C) 5000                      D) 10100                      E) žádná z možností
27. Anna koupila 3 sešity. Petr koupil 4 sešity a 10 tužek. David koupil 1 sešit a 1 tužku. Anna platila 9,60 Kč, Petr 32,80 Kč. Kolik platil David?
- A) 7,40 Kč                      B) 6,50 Kč                      C) 6,20 Kč                      D) 5,20 Kč                      E) 9,50 Kč
28. Úhlopříčka rovnoramenného lichoběžníku je dlouhá 16 cm a svírá se základnou tohoto lichoběžníku úhel  $45^\circ$ . Jaký je obsah tohoto lichoběžníku?



- A)  $64 \text{ cm}^2$                       B)  $96 \text{ cm}^2$                       C)  $128 \text{ cm}^2$   
 D)  $132 \text{ cm}^2$                       E)  $256 \text{ cm}^2$

29. Přirozené číslo, v jehož zápisu v běžné desítkové soustavě se vyskytují pouze cifry 1 a 2, nazýváme číslem jednoduchým. Např. 2121, 2222 jsou čísla jednoduchá, zatímco číslo 1021 není jednoduché. Kolik je jednoduchých čísel menších než 1000000?
- A) 63                      B) 64                      C) 127                      D) 128                      E) 126
30. Jaký je největší možný počet bodů, v nichž se může protínat 8 kružnic?
- A) 25                      B) 32                      C) 38                      D) 44                      E) 56

*Podle francouzského a polského originálu zpracoval:*

*RNDr. Petr Emanovský*

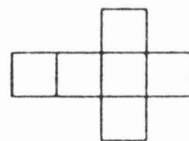
*Celkový počet řešitelů v ČR: 7280*

*Nejlepší řešitel Jaroslav Hlinka, ZŠ, Uhelny trh 4, Praha 1 (150 bodů)*

## Kategorie JUNIOR

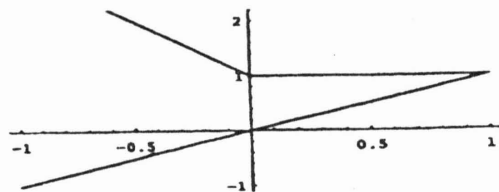
(odpovídá I. a II. ročníku středních škol)

- Posledním dnem 20. století bude:  
A) 31.12.1999      B) pátek třináctého      C) 1.1.2000      D) 31.12.2000  
E) 31.12.2000 na severní polokouli a 1.1.2001 na jižní polokouli
- Karolína si rozvrhla 75 minut soutěže KLOKAN takto: nechá si pětiminutovou rezervu, úlohám za 5 bodů (otázky 21.–30.) věnuje dvakrát tolik času co úlohám za 4 body (otázky 11.–20.) a na úlohy za 3 body (otázky 1.–10.) spotřebuje polovinu času věnovaného úlohám za 4 body. Jak dlouho chce Karolína řešit úlohy za 3 body?  
A) 5 minut      B) 480 sekund      C) 10 minut      D) 800 sekund      E) 14 minut
- Útvar na obrázku je vytvořen ze šesti čtverců. Obvod tohoto obrazce je 6. Jaký je jeho obsah?  
A) 1      B) 1,5      C)  $\frac{18}{7}$       D)  $\frac{54}{49}$       E)  $\frac{27}{48}$
- Mějme dány body  $P(-2, 0)$ ,  $Q(0, 2)$ ,  $R(2, 0)$ . Určete rovnici přímky rovnoběžné s přímkou  $PQ$  procházející středem úsečky  $PR$ .  
A)  $y - x = 0$       B)  $y = -x$       C)  $x = 0$       D)  $y + x + 2 = 0$       E) jiná
- Jaký nejmenší počet otázek musí být v soutěži KLOKAN zodpovězen, aby bylo dosaženo aspoň 100 bodů?  
A) 15      B) 18      C) 21      D) 24      E) 27
- Pro jakou hodnotu parametru  $p$  mají rovnice  $(p - 1)x = 1$  a  $p(x - 1) = 1 - p$  týž kořen?  
A)  $-1$       B)  $0$       C)  $1$       D)  $0$  a  $1$       E) pro žádnou
- Můj otec je třikrát starší než já. Mám dva bratry, kteří mají 11 a 9 let. Můj věk je roven pětinasobku třetiny věku toho mladšího. Za kolik let bude věk našeho otce roven součtu věků jeho tří synů?  
A) 10      B) 5      C) 3      D) 1      E) jiné řešení
- V dané krychli je největší vzdálenost dvou vrcholů jeden metr. Jaký je objem této krychle?  
A)  $\frac{\sqrt{3}}{9} m^3$       B)  $1 m^3$       C)  $\frac{\sqrt{2}}{4} m^3$       D)  $\frac{1}{3} m^3$       E) jiné řešení
- Které z následujících čísel je největší?  
A)  $19^{95}$       B)  $199^5$       C) 1995      D)  $5^{991}$       E)  $59^{91}$



10. Na obrázku jsou části grafů dvou funkcí v  $\langle -1; 1 \rangle$ . Kterých?

- A)  $f(x) = |1 - x| - x$  a  $g(x) = 1$   
 B)  $f(x) = |x| + |1 - x|$  a  $g(x) = x$   
 C)  $f(x) = -2x + 1$  a  $g(x) = x$   
 D)  $f(x) = x - |2x|$  a  $g(x) = 1$   
 E) jiných



11. Kolik celých čísel vyhovuje nerovnici  $|1 - |x|| \leq 3$ ?

- A) 9                      B) 8                      C) 1                      D) 2                      E) jiné řešení

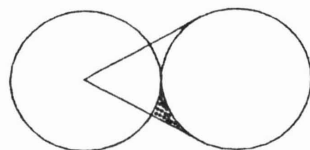
12. Výraz  $\frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} + \frac{c}{|c|} + \frac{abc}{|abc|}$  je definován pro všechny trojice  $(a, b, c)$  nenulových reálných čísel. Určete všechny hodnoty tohoto výrazu.

- A)  $\{0\}$     B)  $\{-4, 0, 4\}$     C)  $\{-4, -2, 0, 2, 4\}$     D)  $\{-4, -2, 2, 4\}$     E) žádné

13. Součin čísel  $\sqrt[3]{4}$  a  $\sqrt[4]{8}$  je roven:

- A)  $\sqrt[3]{12}$                       B)  $2\sqrt[3]{12}$                       C)  $\sqrt[3]{32}$                       D)  $\sqrt[3]{32}$                       E)  $2\sqrt[3]{32}$

14. Na obrázku jsou znázorněny dva shodné kruhy o poloměru 10, které se zvnějšku dotýkají. Ze středu jednoho jsou sestrojeny tečny ke druhému. Jaký je obsah na obrázku vytečkovaného obrazce?



- A)  $100(3 - \frac{1}{2}\pi)$     B)  $25(2\sqrt{3} - \pi)$     C)  $100\sqrt{3} - 25\pi$     D) 10    E) jiný

15. V trojúhelníku  $ABC$  je bod  $M$  středem strany  $BC$ . Určete obsah trojúhelníku  $ABC$ , jestliže  $|AB| = 4$  cm,  $|BC| = 6$  cm,  $|AM| = 5$  cm.

- A)  $15$  cm<sup>2</sup>    B)  $14$  cm<sup>2</sup>    C)  $12$  cm<sup>2</sup>    D)  $10$  cm<sup>2</sup>    E) jiná hodnota

16. Výraz  $(2x - 1)^{1995}$  lze vyjádřit ve tvaru

$$a_{1995}x^{1995} + a_{1994}x^{1994} + \dots + a_1x + a_0.$$

Součet koeficientů  $a_{1995} + a_{1994} + \dots + a_1 + a_0$  má hodnotu:

- A) 0                      B) 1                      C) 1995                      D) -1                      E) 2

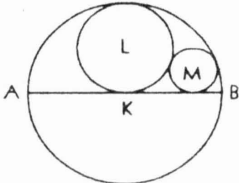
17. Jestliže funkce  $f(x) = \frac{cx}{2x+3}$  definovaná pro  $x \neq -\frac{3}{2}$  splňuje vztah  $f(f(x)) = x$  pro všechna reálná čísla  $x \neq -\frac{3}{2}$ , pak  $c$  má hodnotu:

- A) -3    B)  $-\frac{3}{2}$     C)  $\frac{3}{2}$     D) 3    E) nedostatek informací pro odpověď

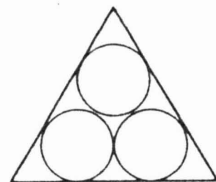
18. Určete největší reálné číslo  $k$  takové, aby bylo zaručeno, že  $k < r$ , kde  $r$  je poloměr kružnice dotýkající se tří stran pravoúhelníku, jehož obsah je  $A = 1000$  m<sup>2</sup>.

- A)  $k = 0$                       B)  $k = 1$                       C)  $k = 10$                       D)  $k = \sqrt{1000}$                       E) žádné



19. Pro rovnoběžné strany lichoběžníku  $ABCD$  platí:  $|AB| = 40$ ,  $|CD| = 16$ . Bod  $P$  leží na  $AB$  tak, že úsečka  $DP$  rozděluje tento lichoběžník na dvě části o stejném obsahu. Určete  $|AP|$ .
- A) 16                      B) 20                      C) 28                      D) 32                      E) 36
20. Je-li  $(x, y, z)$  řešením soustavy rovnic  $yz = -6$ ;  $zx = 2$ ;  $xy = -3$ , pak součet  $x + y + z$  je roven:
- A) 0                      B) 1                      C) 0 nebo 1                      D) 0 nebo  $-1$                       E) 1 nebo  $-1$
21. Žil jsem před 22. stoletími v Syrakusách, vypočítal jsem obsah úseče paraboly, zabýval jsem se hydrostatikou a mým jménem byla pojmenována spirála. Proslavil jsem se citátem „Dejte mi pevný bod a pohnu i Zemí“. Kdo jsem?
- A) Aristoteles    B) Pericles    C) Archimedes    D) Euklides    E) Apollonius
22. Která z následujících nerovnic vymezuje část roviny o největším obsahu?
- A)  $|x + 1| < 1$     B)  $x^2 + y^2 < 1$     C)  $|x| + |y| < 1$     D)  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 < 1$   
E)  $\sup(|x|, |y|) < 1$
23. Je-li  $x < 0$ , pak výraz  $|x - \sqrt{(x - 1)^2}|$  je roven:
- A) 1                      B)  $1 - 2x$                       C)  $-2x - 1$                       D)  $1 + 2x$                       E)  $2x - 1$
24. Množinou řešení nerovnice  $|x - 1| + |x + 2| < 5$  je:
- A)  $\{x; -3 < x < 2\}$                       B)  $\{x; -1 < x < 2\}$                       C)  $\{x; -2 < x < 1\}$   
D)  $\{x; -\frac{3}{2} < x < \frac{7}{2}\}$                       E)  $\emptyset$
25. Jestliže  $m, n, p$  a  $q$  jsou reálná čísla a  $f(x) = mx + n$  a  $g(x) = px + q$ , pak rovnice  $f(g(x)) = g(f(x))$  má řešení:
- A) pro libovolnou volbu parametrů  $m, n, p, q$                       B) pro  $m = p$  a  $n = q$   
C) pro  $mq - np = 0$                       D) pro  $n(1 - p) - q(1 - m) = 0$   
E) pro  $(1 - n)(1 - p) - (1 - q)(1 - m) = 0$
26. Na obrázku má kruh  $K$  průměr  $AB$ . Kruh  $L$  se dotýká hranice kruhu  $K$  a průměru  $AB$  v jeho středu. Kruh  $M$  se dotýká hranic kruhů  $K, L$  i průměru  $AB$ . Poměr obsahu kruhu  $K$  a obsahu kruhu  $M$  je:
- 
- A) 12                      B) 14                      C) 16                      D) 18                      E) jiný
27. Nechtě  $c_1, c_2, c_3$  jsou tři rovnoběžné tětivy ležící v jedné polovině kruhu. Vzdálenost mezi  $c_1$  a  $c_2$  je stejná jako vzdálenost mezi  $c_2$  a  $c_3$ . Délky tětiv jsou 20, 16 a 8. Poloměr kruhu je:
- A) 12                      B)  $4 \cdot 7^{\frac{1}{2}}$                       C)  $\frac{5}{3} \cdot \sqrt{65}$                       D)  $\frac{5}{2} \cdot \sqrt{22}$                       E) zadání nestačí

28. Do trojúhelníku jsou vepsány tři kružnice dotýkající se navzájem, přičemž každá strana trojúhelníku se dotýká dvou kružnic (viz obr.). Jaký je obvod trojúhelníku, je-li poloměr každé kružnice roven 3?



- A)  $36 + 9\sqrt{2}$     B)  $36 + 6\sqrt{3}$     C)  $36 + 9\sqrt{3}$     D)  $18 + 18\sqrt{3}$     E) 45
29. Jestliže  $T = \frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}} + \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{3}}}$ , pak  $T^2 =$
- A) 1    B) 2    C)  $\sqrt{6}$     D)  $\sqrt{5}$     E) jiné řešení
30. Zápis čísla  $n$  v desítkové soustavě se skládá ze 1995 devítek. Kolik devítek obsahuje číslo  $n^2$ ?
- A) 0    B) 1    C) 1994    D) 1995    E) 1996

*Z francouzských a polských materiálů připravil RNDr. Josef Molnár, CSc.*

*Celkový počet řešitelů v ČR: 2195*

*Nejlepší řešitel Zdena Broklová, Gymnázium Polička, (118 bodů)*

*Dokončení v příštím čísle*



**B**

George Boole

V matematickém ústavu

přes celou budovu

transparent hlásí:

S booleovským svazem na věčné časy!

*E. Calda*