

Učitel matematiky

Jakub Novák

Střední hodnota v úlohách na střední škole

Učitel matematiky, Vol. 32 (2024), No. 2, 95–106

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/152505>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2024

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ*:
The Czech Digital Mathematics Library <http://dml.cz>

STŘEDNÍ HODNOTA V ÚLOHÁCH NA STŘEDNÍ ŠKOLE

JAKUB NOVÁK

Úvod

Ve výuce pravděpodobnosti mohou učitelé žákům obsah učiva přiblížit užitím četných příkladů hazardních her nebo sázek z praktického života. Tyto příklady se vyskytují také v běžně používaných učebnicích. Jmenujme třeba výpočet pravděpodobnosti výhry určitého místa ve Sportce (Tlustý, 2020, s. 52, cvičení 4; Calda & Dupač, 1993, s. 92, řešený příklad 3) nebo tažení karty dané barvy z balíčku (Horenský et al., 2015, s. 42, řešený příklad). Kromě procvičování tak mohou žáci na vlastní oči vidět, jak málo pravděpodobné (ale zato o to lákavější) výhry v hrách kolem nich doopravdy jsou.

Hloubavějšího žáka však ani argumentace nízkou pravděpodobností výhry nemusí od účasti ve hře odradit. Např. pokud ve hře vyhrává 20 000 Kč přibližně jeden hráč z tisíce, ale za účast ve hře se platí pouhé 2 Kč, dostane se hráč při dostatečně dlouhodobém sázení do zisku, neboť mu jedna výhra zaplatí až 10 000 her (on jich však z 10 000 v průměru vyhraje deset). K zodpovězení otázky, zda se sázení v dané hře z dlouhodobého hlediska vyplatí, musíme žáky seznámit s novou, avšak na pochopení i matematický aparát nepříliš náročnou, veličinou – tzv. střední hodnotou výhry.

Protože se o této veličině citované učebnice nezmiňují, autor článku sepsal krátký motivační text, na který navazuje čtveřice úloh s reálným kontextem, které ilustrují využití střední hodnoty výhry. Při tvorbě prvních dvou úloh vycházel autor z oficiálních

materiálů společnosti Sazka¹, třetí úloha je inspirována novinovými články (Fagone, 2018; O’Riley, 2023) a dále obsahuje informace z brožury Úřadu státní loterie státu Michigan (Michigan Bureau of State Lottery, 2003). Čtvrtá úloha je tzv. petrohradský paradox, známý historický problém, jehož popis najdeme v řadě publikací o historii matematiky; autor vycházel z článku (Mačák, 1997).

Střední hodnota výhry – motivace a zavedení

Kamarádka vám navrhne sázku o peníze: jestliže hodí mincí a padne panna, vyhraje od vás 70 Kč; jestliže panna nepadne, dá vám 20 Kč. Šli byste do takové sázky?

Na první pohled je vidět nevýhodnost této sázky, protože pravděpodobnosti jevů „padne panna“ a „nepadne panna“ jsou sice stejné, ale případná prohra by vás bolela víc než kamarádku ta její. Kamarádka proto hru po vaší námitce upraví – hodí-li na kostce šestku, dá vám 70 Kč; padne-li cokoliv jiného, prohrajete 20 Kč. Vyplatí se přijmout sázku nyní?

Efektivitu sázky můžeme určit tak, že si spočítáme průměrnou výši výhry. Při dostatečně velkém počtu sázek se poměr výher ku počtu sázek blíží pravděpodobnosti, že sázku vyhrajeme, tedy $\frac{1}{6}$. Protože ve zbylých pěti sázkách z šesti prohrajeme, je průměrná „výhra“ připadající na jednu sázku rovna $(\frac{1}{6} \cdot 70 - \frac{5}{6} \cdot 20)$ Kč = -5 Kč. Vidíme tak, že i přes vyšší výhru je pro nás sázka stále dost nevýhodná.

Vypočtená průměrná výhra se označuje také jako *střední hodnota* (je možné se setkat také s doslovným překladem ekvivalentního anglického termínu *očekávaná hodnota*). Obecně můžeme říci, že pro náhodnou veličinu X , která nabývá konečně mnoha hodnot $x_1, \dots, x_k$ s pravděpodobnostmi $p_1, \dots, p_k$, vypočteme její

¹Konkrétně v úloze 1 autor použil informace o emisích losů z herního plánu Černé perly (viz odkaz na oficiální stránky Sázky <https://www.sazka.cz/losy/stiraci-losy/cerna-perla>), v úloze 2 se inspiroval pravidly Sportky (<https://www.sazka.cz/loterie/sportka/jak-hrat>) a použil statistiku výher v Eurojackpotu (<https://www.sazka.cz/loterie/eurojackpot/statistiky>).

střední hodnotu EX jako

$$EX = \sum_{i=1}^k x_i p_i = x_1 p_1 + \dots + x_k p_k.$$

Úloha 1

Zadání

Společnost Sazka vydává pro rok 2023 celkem 14 000 000 losů ke hře Černá perla, kde cena jednoho losu činí 50 Kč. Počty výherních losů a hodnoty výher jsou uvedeny v tabulce 1.

Tab. 1: Počty výherních losů a hodnoty výher ve hře Černá perla

Počty losů	Výhra	Počty losů	Výhra
1 960 000	50 Kč	2 400	2000 Kč
1 120 000	100 Kč	500	4000 Kč
280 000	150 Kč	210	10 000 Kč
140 000	200 Kč	70	20 000 Kč
140 000	300 Kč	14	100 000 Kč
140 000	500 Kč	7	1 500 000 Kč
5 800	1000 Kč		

Určete střední hodnotu výhry ve hře Černá perla. Vemte v úvahu také to, že při výhře nad 50 000 Kč z této výhry Sazka automaticky strhává 15 % (tzv. daň z hazardu).

Řešení

Označme X zisk (popř. prohru) po koupi a setření jednoho losu a $x_0, x_1, \dots, x_{13}$ možné výhry seřazené vzestupně (tedy $x_0 = 0$, kdy los nevyhrává, $x_1 = 50$, $x_2 = 100$ atd.). Označme dále $y_0, y_1, \dots, y_{13}$ čistý zisk sázkaře po odečtení nákladů na los a zdanění v případě dvou nejvyšších výher, tj. platí $y_i = (x_i - 50)$ pro $0 \leq i \leq 11$ a $y_i = (\frac{85}{100} \cdot x_i - 50)$ pro $i = 12$ nebo 13 . Střední

hodnotu výhry EX pak vypočítáme jako

$$EX = \sum_{i=0}^{13} y_i p_i = y_0 p_0 + y_1 p_1 + \dots + y_{13} p_{13},$$

kde $p_1, p_2, \dots, p_{13}$ jsou pravděpodobnosti výher $x_1, x_2, \dots, x_{13}$ a p_0 je pravděpodobnost, že koupený los nevyhrává. Protože pravděpodobnost p_i určíme vždy jako podíl příslušného počtu výherních (pro $i = 0$ nevýherních) losů n_i a celkového počtu losů, můžeme vyjádřit EX jako

$$EX = \frac{1}{14\,000\,000} \cdot \sum_{i=0}^{13} y_i n_i = \frac{y_0 n_0 + y_1 n_1 + \dots + y_{13} n_{13}}{14\,000\,000}.$$

Po jednoduchém dopočítání počtu nevýherních losů $n_0 = 14\,000\,000 - (n_1 + \dots + n_{13})$ a dosazení vypočítaných hodnot y_i a n_i (pro kontrolu viz tabulku 2) dostáváme po zaokrouhlení přibližnou hodnotu $EX \doteq -20,13$ Kč. Můžeme proto říci, že z dlouhodobého hlediska je hra Černá perla ještě o něco nevýhodnější než příklad s kostkou v úvodu k této úloze.

Tab. 2: Hodnoty n_i , x_i a y_i pro dosazení do vzorce pro výpočet EX

i	0	1	2	3	4	5
n_i	10 210 999	1 960 000	1 120 000	280 000	140 000	140 000
x_i	0	50	100	150	200	300
y_i	-50	0	50	100	150	250

i	6	7	8	9	10	11	12	13
n_i	140 000	5800	2400	500	210	70	14	7
x_i	500	1000	2000	4000	10 000	20 000	100 000	1 500 000
y_i	450	950	1950	3950	9950	19 950	84 950	1 274 950

Úloha 2

Zadání

Hráč fiktivní hry Portka ve sloupci svého tiketu hádá kombinaci šesti z 49 čísel, která bude vylosována v tahu. V něm je po vylosování zmíněné šestice ze zbývajících čísel losováno ještě jedno dodatkové číslo a dále je vylosováno jedno z čísel 0–9 (tzv. superčíslo). Hráči se podaří

- vyhrát 1. místo (tzv. JackPort), jestliže kombinaci šesti čísel uhádne;
- vyhrát 2. místo, jestliže uhádne pět čísel z vylosovaných šesti a jeho zbývajícím hádané číslo je dodatkové;
- vyhrát 3. místo, jestliže uhádne pět čísel z vylosovaných šesti a jeho zbývajícím hádané číslo není dodatkové;
- vyhrát 4. místo, jestliže uhádne čtyři čísla z vylosovaných šesti;
- vyhrát 5. místo, jestliže uhádne tři čísla z vylosovaných šesti.

Hráči Portky se podaří dále vyhrát SuperJackPort, jestliže se mu podaří vyhrát JackPort a navíc se poslední číslice pořadového čísla jeho tiketu shoduje se superčíslem. Aby se hráč vůbec mohl zúčastnit hry o SuperJackPort, musí na svém tiketu hádat 10 navzájem různých kombinací.

Jestliže budou výhry v průměrné výši (viz tabulka 3), jak má nastavit organizátor Portky cenu tiketu účastnického se hry o SuperJackPort tak, aby na každém tiketu získal průměrně 30 Kč?

Tab. 3: Tabulka průměrných výher v Portce

Umístění	Výše výhry
SuperJackPort	136 769 489 Kč
1. místo	15 382 198 Kč
2. místo	815 723 Kč
3. místo	24 971 Kč
4. místo	619 Kč
5. místo	113 Kč

Řešení

Určení pravděpodobností výher jednotlivých míst v Portce při vsazení jednoho sloupce patří obtížností mezi tradiční středoškolské úlohy, proto uveďme pouze výsledky (viz tabulka 4).

Tab. 4: Pravděpodobnosti výher jednotlivých míst v Portce (1 sloupec)

	1. místo	2. místo	3. místo	4. místo	5. místo
Pravděpo- dobnost výhry	$\frac{1}{\binom{49}{6}}$	$\frac{6}{\binom{49}{6}}$	$\frac{6 \cdot 42}{\binom{49}{6}}$	$\frac{\binom{6}{4} \binom{43}{2}}{\binom{49}{6}}$	$\frac{\binom{6}{3} \binom{43}{3}}{\binom{49}{6}}$

Protože hráč sází 10 sloupců, jsou všechny pravděpodobnosti výhry některého místa desetkrát větší. Výhra SuperJackPortu je dále desetkrát méně pravděpodobná než výhra 1. místa s deseti vyplněnými sloupci, neboť poslední číslice našeho tiketu musí být shodná se superčíslem, které je taženo z desíti možností. Výsledky shrnuje tabulka 5. (V této úloze neaplikujeme daň z hazardu, neboť ji řešíme z pohledu organizátora, kterému je lhostejné, zda peníze odevzdá hráči nebo státu.)

Tab. 5: Pravděpodobnosti výher v Portce (10 sloupců)

Umístění	Pravděpodobnost	Výhra
SuperJackPort	$p_1 = \frac{1}{\binom{49}{6}}$	$x_1 = 136\,769\,489 \text{ Kč}$
1. místo	$p_2 = \frac{10}{\binom{49}{6}}$	$x_2 = 15\,382\,198 \text{ Kč}$
2. místo	$p_3 = \frac{60}{\binom{49}{6}}$	$x_3 = 815\,723 \text{ Kč}$
3. místo	$p_4 = 10 \cdot \frac{6 \cdot 42}{\binom{49}{6}}$	$x_4 = 24\,971 \text{ Kč}$
4. místo	$p_5 = 10 \cdot \frac{\binom{6}{4} \cdot \binom{43}{2}}{\binom{49}{6}}$	$x_5 = 619 \text{ Kč}$
5. místo	$p_6 = 10 \cdot \frac{\binom{6}{3} \cdot \binom{43}{3}}{\binom{49}{6}}$	$x_6 = 113 \text{ Kč}$

Označíme-li Y částku, kterou musí organizátor hry vyplatit každému tiketu s vyplněnými deseti sloupci, platí pro střední hodnotu EY , že

$$EY = \sum_{i=1}^6 x_i p_i = x_1 p_1 + \dots + x_6 p_6 \doteq 54,72.$$

Pokud by tiket s deseti vyplněnými sloupci stál právě hodnotu EY v Kč, organizátor Portky by na hře nevydělával ani neprodělával. Po přičtení jeho žádaného zisku 30 Kč tak dostáváme cenu tiketu rovnou přibližně 85 Kč.

Poznámka: Pravidla hry Portka jsou velmi podobná skutečné hře Sportka společnosti Sazka. Ta je však daleko komplikovanější – slosování 6 z 49 čísel probíhá dvakrát a místo jednoho superčísla se jich losuje šest (tzv. hra Šance s vlastními výhrami), výpočet střední hodnoty by to proto značně ztížilo. Dodejme pro zajímavost, že tiket Sportky s deseti vyplněnými sloupci stojí aktuálně (duben 2024) 220 Kč. Jedná se však, jak jsme zmínili, o zcela jinou hru.

Úloha 3

Zadání

V roce 2003 probíhala v americkém státě Michigan loterie Winfall s podobnými pravidly jako ve Sportce: na tiketu za pořizovací cenu 1 \$ bylo třeba zaškrtnout kombinaci šesti různých z 49 čísel a podle počtu uhádnutých čísel z šesti vylosovaných se odvíjela výše výhry (od všech uhádnutých – Jackpot – až po tři uhádnutá čísla, viz tabulka 6). Podobně jako ve Sportce výše Jackpotu rostla do doby, dokud jej někdo nevyhrál. Na rozdíl od Sportky byl do hry zahrnut tzv. „roll down“: po dosažení výše Jackpotu pěti milionů dolarů se peníze na další růst „rozprostřely“ mezi druhé, třetí a čtvrté místo, což přibližně desetinásobně zvýšilo hodnotu těchto výher. Toto zvýšení trvalo do doby, než někdo Jackpot vyhrál.

Manželé v důchodu Jerry a Marge Selbee v témže roce úmyslně sázeli tisíce tiketů na slosování právě tehdy, když probíhal roll-down, což jim pravidelně generovalo desetitisícové zisky.² Jak to bylo možné?

Tab. 6: Hodnoty výher ve standardní hře Winfall (bez roll-down)

Počet uhádnutých čísel	6	5	4	3
Výše výhry	2–5 000 000 \$	2 500 \$	100 \$	5 \$

Řešení

Označme Z zisk (popř. prohru) po vsazení jednoho tiketu hry Winfall do slosování bez roll-down, P_3 (resp. P_4 , P_5 a P_6) pravděpodobnosti uhádnutí právě tří (resp. čtyř, pěti a všech šesti) čísel z tažené šestice a P_0 pravděpodobnost toho, že tiket nevyhrál nic. Pak je pro $i \in \{3, 4, 5, 6\}$

$$P_i = \frac{\binom{6}{i} \binom{43}{6-i}}{\binom{49}{6}},$$

neboť jsme museli z šesti tažených čísel uhádnout právě i a zbylých $6 - i$ čísel v tiketu jsme volili z 43 nevylosovaných. Dále zřejmě $P_0 = 1 - P_1 - P_2 - P_3 - P_4$. Střední hodnota výhry EZ pro Winfall ve standardním slosování pak bude nejvýše rovna

$$\begin{aligned} EZ &= \frac{1}{\binom{49}{6}} \cdot 4\,999\,999 + \frac{258}{\binom{49}{6}} \cdot 2\,499 + \frac{13\,545}{\binom{49}{6}} \cdot 99 + \frac{246\,820}{\binom{49}{6}} \cdot 4 - \\ &\quad - \frac{13\,723\,192}{\binom{49}{6}} \cdot 1 \doteq -0,411. \end{aligned}$$

To znamená, že v průměru ztratíme na jednom standardním slosování Winfall minimálně 0,411 \$. Pokud ovšem vsadíme na slosování během roll-down, výhry pro uhodnutou pěticí, čtveřicí a trojicí z tabulky 6 se zdesetinásobí (výše Jackpotu je během roll-down maximální možná, tj. pět milionů). Střední hodnota výhry EZ' pro zisk Z' ve hře s roll-down pak bude rovna

²Kromě přečtení novinových článků (Fagone, 2018; O'Riley, 2023) lze o příběhu manželů také shlédnout americký film *Jerry and Marge Go Large* z roku 2022.

$$\frac{1}{\binom{49}{6}} \cdot 4\,999\,999 + \frac{258}{\binom{49}{6}} \cdot 24\,999 + \frac{13\,545}{\binom{49}{6}} \cdot 999 + \frac{246\,820}{\binom{49}{6}} \cdot 49 - \\ - \frac{13\,723\,192}{\binom{49}{6}} \cdot 1 \doteq 1,670.$$

Při hře s roll-down tak v průměru vyděláme na jednom slosování asi 1,67 \$. Pokud tak manželé sázeli velká množství tiketů pouze ve slosováních, kdy probíhal roll-down, mohla jim skutečně loterie generovat významnější zisk.

Poznámka: V článku (Fagone, 2018) se můžeme dočíst o některých úskalích tohoto postupu. Na své první sázce Jerry prodělal 50 dolarů, neboť vsadil „pouze“ 2 200 tiketů. Zisk jeho sázení začalo generovat až při dostatečně vysokém počtu sázených tiketů.

Později manželé Selbee zasvětili do sázení celou rodinu, jejich první společná sázka však skončila neslavně – díky neočekávané výhře jackpotu jiným hráčem ztratili kolem 18 000 \$. Jerry pak musel manželce s dětmi vysvětlit, že je pro zisk nutné pokračovat dále.

Dodejme, že v květnu 2005 byla hra Winfall v Michiganu ukončena a nahrazena jinou hrou bez mechanismu roll-down. Manželé Selbee však (velmi úspěšně) pokračovali v sázení v podobných hrách po celé USA až do ledna 2012.

Úloha 4 – petrohradský paradox

Zadání

Uvažme následující hru: bankéř hází mincí, dokud mu nepadne panna. Tím hra končí. Jestliže padne již v prvním hoďu, hráč dostane 1 Kč; pokud až ve druhém, dostane dvojnásobek předchozí výhry, tj. 2 Kč; za první pannu ve třetím hoďu vyhraje opět dvojnásobek předchozí výhry, tj. 4 Kč atd. Na kolik korun by měl bankéř stanovit hráčovu sázku, aby byla hra fér, tzn. aby střední hodnota zisku v této hře byla nulová? Výsledek nejprve odhadněte – kolik byste byli ochotni vsadit vy?

Řešení

Připomeňme si, že střední hodnotu výhry jsme na začátku článku definovali jen pro konečně mnoho výsledků hry, zde je však možných výsledků nekonečně mnoho. Zkusme připustit, že by i v tomto případě střední hodnota EX existovala a rovnala by se součtu nekonečné řady

$$\sum_{i=1}^{\infty} x_i p_i,$$

kde x_i jsou výše výher a p_i jejich pravděpodobnosti. Pak pravděpodobnost výhry 1 Kč je rovna $\frac{1}{2}$ (v prvním hodu padne panna), pravděpodobnost výhry 2 Kč je $\frac{1}{4}$ (v prvním hodu padne orel, ve druhém hodu panna), pravděpodobnost výhry 4 Kč je $\frac{1}{8}$ (v prvním a druhém hodu padne orel, ve třetím hodu panna) atd. Obecně můžeme říct, že pravděpodobnost výhry 2^n Kč je $\frac{1}{2^{n+1}}$. Střední hodnota by tak musela být rovna součtu nekonečné řady

$$\sum_{i=0}^{\infty} 2^i \cdot \frac{1}{2^{i+1}} = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{2},$$

která ale diverguje. Hráčova sázka by tak musela být pro férovou hru nekonečně velká.

Můžeme si však spočítat, že sázet i relativně nízké částky by se hráči spíše nevyplatilo. Pravděpodobnost, že hráč vyhraje v jedné hře více než 100 Kč (tj. hodí první pannu nejdříve v osmém hodu), je totiž rovna

$$1 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128} \right) \doteq 0,007\,813.$$

Kvůli rozporu tohoto pozorování s hypotetickou střední hodnotou dostala úloha název *petrohradský paradox*. Město v jejím názvu odkazuje na místo vydání časopisu *Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae*, ve kterém byla v roce 1738 řešena Danielem Bernoullim.

V reálné hře je samozřejmě nutné počítat s konečností výsledků – mincí nelze házet donekonečna a bankéř má u sebe jen

konečnou sumu peněz k výplatě (přitom už výplata 2^{32} Kč pro první pannu v 33. hodů přesáhne 2,5 miliardy, což je dosavadní nejvyšší vyplacený jackpot v ČR). Např. pokud má bankéř maximálně 10 000 Kč, je schopný vyplatit nejvyšší výhru $2^{13} = 8\,192$ Kč za první pannu ve 14. hodů. Střední hodnota výhry je pro tuto hru

$$\sum_{i=0}^{13} 2^i \cdot \frac{1}{2^{i+1}} = \sum_{i=0}^{13} \frac{1}{2} = 14 \cdot \frac{1}{2} = 7,$$

a proto by měl hráč pro férovou hru vsadit 7 Kč.

Shrnutí

Při výuce na střední škole se úlohy na určení pravděpodobnosti často odkazují na hazardní hry známé ze světa kolem nás (karetní hry, Sportka a další). Pojem střední hodnoty výhry umožňuje tyto hry analyzovat z hlubšího hlediska, zejména umožňuje řešit otázku, zda vysoká odměna učiní z dlouhodobého hlediska i málo pravděpodobnou výhru profitabilní. Příklady dvou takových analýz nabízí první dvě představené úlohy. Třetí úloha ukazuje využití (z pohledu organizátorů hazardních her možná i zneužití) konceptu střední hodnoty k obohacení v reálném životě. Konečně v poslední, historické, úloze se mohou žáci přesvědčit, že důležitou podmínkou při řešení úloh je konvergence (v našem případě jsme se dokonce omezili na konečnost) součtu v definici střední hodnoty, neboť bez této podmínky můžeme docházet k protichůdným závěrům.

Literatura

- [1] Calda, E., & Dupač, V. (1993). *Matematika pro gymnázia – Kombinatorika, pravděpodobnost, statistika* (4. vyd.). Prometheus.
- [2] Fagone, J. (2018, 1. březen). *Jerry and Marge Go Large*. Huffington Post. <https://highline.huffingtonpost.com/articles/en/lotto-winners/>

- [3] Horenský, R., Janů, I., Květoňová, M., Lukšová, H., & Vémolová, R. (2015). *Matematika pro střední školy – 8. díl: Kombinatorika, pravděpodobnost, statistika – Učebnice* (1. vyd.). Didaktis.
- [4] Mačák, K. (1997). Poznámky k formování teorie pravděpodobnosti v XVII. a XVIII. století. In J. Bečvář & E. Fuchs, *Historie matematiky II* (s. 29–67). Prometheus.
- [5] Michigan Bureau of State Lottery (2003). *2003 Annual Report*. <https://www.michigan.gov/-/media/Project/Websites/msl/BSL-L-AR2003.pdf>
- [6] O’Riley, T. (2023, 13. duben). *This Michigan couple spotted a lucrative lottery loophole*. CBC Radio <https://www.cbc.ca/radio/undertheinfluence/this-michigan-couple-spotted-a-lucrative-lottery-loophole-1.6809181>
- [7] Tlustý, P. (2020). *Matematika s nadhledem od prváku k maturitě gymnázia – Kombinatorika, pravděpodobnost a statistika* (1. vyd.). Fraus.

Abstract

The probability theory is a classic part of school mathematics, which also provides a direct connection with the world of gambling around us. During analyses of gambling at secondary schools we usually restrict ourselves to count probability of winnings and omit question whether betting is profitable in the long term due to high winnings. In this paper we present a possibility of how can this question be dealt with in class. Firstly we introduce the notion of expected value with emphasis on motivation and subsequently we illustrate with four real-life context problems its significance to deeper understanding of gambling.

Jakub Novák

Katedra matematiky, Pedagogická fakulta, Masarykova univerzita

Poříčí 31

603 00 Brno

e-mail: j.novak@ped.muni.cz