

Peter Vankúš; Michaela Vargová

Vizualizácie úlohy z podmienenej pravdepodobnosti

Učitel matematiky, Vol. 32 (2024), No. 4, 245–248

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/152998>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2024

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ*:
The Czech Digital Mathematics Library <http://dml.cz>

VIZUALIZÁCIE ÚLOHY Z PODMIENENEJ PRAVDEPODOBNOSTI

PETER VANKÚŠ, MICHAELA VARGOVÁ

Pri riešení úloh z podmienenej pravdepodobnosti použitie vhodných postupov riešenia, najmä vizualizácie situácie, uľahčuje prácu žiakov (Batanero & Álvarez-Arroyo, 2024). Medzi takéto postupy patria: 1) vizualizácia pomocou početností výskytov (Vargas et al., 2019), 2) vizualizácia pomocou jednotkového štvorca (Böcherer-Linder & Eichler, 2019), 3) vizualizácia situácie pomocou stromového grafu. Vzhľadom na krátkosť príspevku budeme ilustrovať tieto postupy na jednej vybranej úlohe. Jedná sa o modifikáciu známej úlohy z podmienenej pravdepodobnosti o taxíkoch (Tversky & Kahneman, 1980). Uvedieme jej znenie:

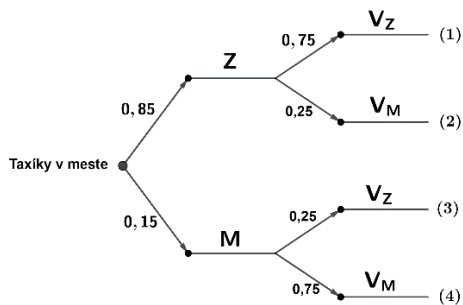
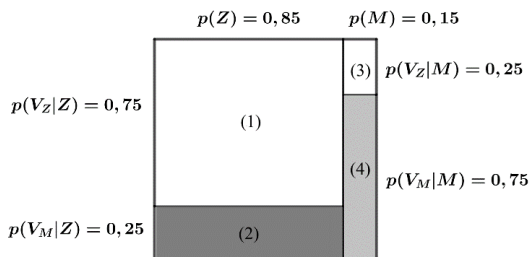
V meste sú dve taxislužby. Jedna má 85 zelených áut, druhá 15 modrých áut. Počas hmlistého večera jazdili všetky taxíky. Jeden zrazil mladého muža. Ten neskôr vypovedal, že taxík bol modrý. Polícia overila, nakoľko je muž schopný rozoznať farbu v podobných podmienkach, aké boli v ten večer. Zistila, že farbu dokáže určiť správne v 75 % prípadov. Aká je pravdepodobnosť, že muž bol naozaj zrazený modrým taxíkom?

Označme uvažované javy nasledovne: Z – muža zrazil zelený taxík; M – muža zrazil modrý taxík; V_Z – muž videl farbu taxíka, ktorý ho zrazil, ako zelenú; V_M – muž videl farbu taxíka, ktorý ho zrazil, ako modrú. Znázornenia danej úlohy v predstavených spôsoboch vizualizácie uvádzame v nasledujúcich obrázkoch. Pri vizualizácii pomocou početností výskytov sme preškoľovali situáciu na celkový počet taxíkov 10 000 (vyhneme sa tak zlomkom).

Na vyriešenie úlohy potrebujeme zistiť pravdepodobnosť $p(M|V_M)$ javu, že muža zrazil modrý taxík, za predpokladu, že videl modrú farbu, t. j. hodnotu pomeru $p(M|V_M) = \frac{p(M \cap V_M)}{p(V_M)}$.

	V_Z	V_M	Σ
Z	$ Z \cap V_Z = 0,75 \cdot 8\,500 = 6\,375$	$ Z \cap V_M = 0,25 \cdot 8\,500 = 2\,125$	8 500
M	$ M \cap V_Z = 0,25 \cdot 1\,500 = 375$	$ M \cap V_M = 0,75 \cdot 1\,500 = 1\,125$	1 500
Σ	6 750	3 250	$ \Omega = 10\,000$

Obr. 1: Vizualizácia pomocou početností výskytov



(1) $p(Z \cap V_Z)$ (2) $p(Z \cap V_M)$ (3) $p(M \cap V_Z)$ (4) $p(M \cap V_M)$

Obr. 2: Vizualizácia pomocou jednotkového štvorca (hore) a stromového grafu (dole)

Použitím všetkých troch prístupov dostaneme, že hľadaná pravdepodobnosť, že muž bol za daných okolností naozaj zrazený modrým taxíkom, je po zaokrúhlení 0,35 $\left(\frac{|M \cap V_M|}{|M \cap V_M| + |Z \cap V_M|} = \frac{1\,125}{3\,250} \right)$, resp. $\frac{p(M \cap V_M)}{p(M \cap V_M) + p(Z \cap V_M)} = \frac{0,15 \cdot 0,75}{0,15 \cdot 0,75 + 0,85 \cdot 0,25}$.

Výsledok úlohy môže byť v istom zmysle prekvapivý, naznačuje totiž, že pri formulácii záverov je občas vhodnejšie spoľahnúť sa na matematiku ako na vlastné zmysly a vnemy (je pravdepodobnejšie, že muža zrazil taxík tej farby, ktorá je v meste rozšírenejšia ako tej farby, ktorú „videl“).

V prípade uvedených vizualizácií môžeme identifikovať niektoré odlišnosti, ktoré môžu mať vplyv na stratégiu riešenia úlohy. V prípade vizualizácie pomocou početností výskytov a jednotkového štvorca je platnosť inklúzií $(M \cap V_M) \subset M$, $(M \cap V_Z) \subset M$, ako aj $(M \cap V_M) \subset V_M$, $(Z \cap V_M) \subset V_M$ zrejماً priamo z reprezentácie (obr. 1) (zodpovedajúce podmnožiny sú umiestnené v rovnakom stĺpci, prípadne riadku). V prípade stromového grafu (obr. 2) však platnosť inklúzií $(M \cap V_M) \subset V_M$, $(Z \cap V_M) \subset V_M$ nemusí byť zrejماً priamo (množine V_M zodpovedajú dva uzly stromového grafu). Skutočnosť, či spomenuté odlišnosti alebo aj iné aspekty uvedených reprezentácií majú vplyv na úspešnosť pri riešení tohto typu úloh, môže byť predmetom ďalšieho výskumu.

Uvedené postupy vizualizácie sme používali pri riešení úloh z podmienenej pravdepodobnosti spolu s učiteľkami a učiteľmi matematiky počas pracovnej dielne. Tá sa konala na konferencii Dva dni s didaktikou matematiky v Bratislave v septembri 2024. Keďže účastníci prejavili o tieto postupy vizualizácie záujem a vyjadrili motiváciu používať ich počas vyučovania, veríme, že zaujmú aj čitateľky a čitateľov tohto časopisu a prinesú pozitívne skúsenosti s ich aplikáciou v školskej praxi.

Literatura

- [1] Batanero, C., & Álvarez-Arroyo, R. (2024). Teaching and learning of probability. *ZDM Mathematics Education*, 56, 5–17. <https://doi.org/10.1007/s11858-023-01511-5>
- [2] Böcherer-Linder, K., & Eichler, A. (2019). How to improve performance in Bayesian inference tasks: A comparison of five visualizations. *Frontiers in Psychology*, 10(267). <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2019.00267>

- [3] Tversky, A., & Kahneman, D. (1980). Causal schemas in judgments under uncertainty. In M. Fishbein (Ed.), *Progress in social psychology* (pp. 49–72). Hillsdale.
- [4] Vargas, F., Benincasa, T., Cian, G., & Martignon, L. (2019). Fostering probabilistic reasoning away from fallacies: Natural information formats and interaction between school levels. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 14(2), 303–330. <https://doi.org/10.29333/iejme/5716>

Peter Vankúš

e-mail: peter.vankus@fmph.uniba.sk

Michaela Vargová

e-mail: michaela.vargova@fmph.uniba.sk

Fakulta matematiky, fyziky a informatiky UK

Mlynská dolina F1

842 48 Bratislava