

# Paradoxien des Unendlichen

---

## Inhalt

In: Bernard Bolzano (author); František Příhonský (other); Hans Hahn (other): Paradoxien des Unendlichen. Der Philosophischen Bibliothek Band 99. (German). Leipzig: Verlag von Felix Meiner, 1851. pp. [VII]–[XII].

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/400240>

## Terms of use:

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

## Inhalt.

- § 1. Warum sich der Verfasser ausschließlich nur mit der Betrachtung der Paradoxien des Unendlichen befassen wolle.
- § 2—10. Begriff des Unendlichen nach der Auffassung der Mathematiker und Erörterung desselben.
- § 11. Wie Hegel und andere Philosophen das Unendliche sich denken.
- § 12. Andere Erklärungen des Unendlichen und ihre Beurteilung.
- § 13. Gegenständlichkeit des vom Verfasser aufgestellten Begriffes, nachgewiesen an Beispielen aus dem Gebiete des Nichtwirklichen. Die Menge von Wahrheiten und Sätzen an sich ist unendlich.
- § 14. Widerlegung einiger gegen diesen Begriff erhobener Einwürfe.
- § 15. Die Menge der Zahlen ist unendlich.
- § 16. Die Menge der Größen überhaupt ist unendlich.
- § 17. Die Menge der einfachen Teile, sowohl derjenigen, aus denen Zeit und Raum überhaupt bestehen, als auch die Menge der Zeit- und Raumpunkte, die zwischen zwei einander noch so nahestehende Zeit- und Raumpunkte fallen, ist unendlich.
- § 18. Nicht eine jede Größe, die wir als die Summe einer unendlichen Menge anderer, die alle endlich sind, betrachten, ist selbst eine unendliche.
- § 19. Es gibt unendliche Mengen, die größer oder kleiner sind als andere unendliche Mengen.
- § 20. Ein merkwürdiges Verhältnis zweier unendlicher Mengen zueinander, bestehend darin, daß es möglich ist, jedes Ding der einen Menge mit dem der anderen zu einem Paare so zu verbinden, daß kein einziges Ding in beiden Mengen ohne Verbindung bleibt, auch kein einziges in zwei oder mehreren Paaren vorkommt.

- § 21. Dennoch können beide unendliche Mengen, obschon mit Hinsicht auf die Vielheit ihrer Teile gleich, in einem Verhältnisse der Ungleichheit ihrer Vielheiten stehen, so daß die eine sich nur als ein Teil der anderen herausstellen kann.
- § 22 u. 23. Warum sich bei endlichen Mengen ein anderer Fall ergäbe, und wie es komme, daß dieser Grund bei unendlichen Mengen wegfalle.
- § 24. Zwei Summen von Größen, welche einander paarweise gleich sind, dürfen, wenn ihre Menge unendlich ist, nicht sofort gleichgesetzt werden, sondern nur dann erst, wenn beide Mengen gleiche Bestimmungsgründe haben.
- § 25. Es gibt auch ein Unendliches auf dem Gebiete der Wirklichkeit.
- § 26. Der Grundsatz der durchgängigen Bestimmtheit alles Wirklichen widerstreitet dieser Behauptung nicht.
- § 27. Wohl aber irren diejenigen Mathematiker, die von unendlich großen Zeitlängen, welche gleichwohl von beiden Seiten begrenzt sind, oder was noch öfter geschieht, die von unendlich kleinen Zeiteilen sprechen. Ebenso, die von unendlich großen und unendlich kleinen Entfernungen reden. Auch Physiker und Metaphysiker irren, wenn sie voraussetzen oder behaupten, es gäbe Kräfte im Weltall, die unendlichmal größer oder kleiner sind als andere.
- § 28. Die vorzüglichsten Paradoxien des Unendlichen auf dem Gebiete der Mathematik; zuvörderst in der allgemeinen Größen- und insbesondere in der Zahlenlehre.  
Wie sich das Paradoxon einer Rechnung des Unendlichen auflösen lasse.
- § 29. Es besteht in der Tat eine Rechnung mit unendlich Großem.
- § 30. Ebenso eine Rechnung mit unendlich Kleinem.
- § 31 u. 32. Falschheit einiger Begriffe, die selbst Mathematiker von unendlich Kleinem und unendlich Großem hegen.
- § 33. Vorsicht, die bei der Rechnung mit dem Unendlichen zu beobachten ist, um nicht auf Irrwege zu geraten.
- § 34. Genauere Bestimmung des Begriffes der Null. Die Null darf nie als Divisor angewendet werden in einer Gleichung, welche etwas mehr als eine bloß identische sein soll.
- § 35. Widersprüche, die aus der hier und da aufgestellten Behauptung entstehen, daß unendlich kleine Größen, wenn man sie mit gewissen anderen durch Addition oder Subtraktion verbindet, zu Null werden oder verschwinden.

- § 36. Diese Widersprüche werden nicht vermieden durch die Annahme einiger Mathematiker, daß die unendlich kleinen Größen bloße Nullen, die unendlich großen aber Quotienten wären, welche aus einer endlichen Größe durch die Division mit einer bloßen Null hervorgehen.
- § 37. Wie der Verf. die Methode des Rechnens mit dem Unendlichen auffassen zu müssen gemeint sei, um sie von allem Widerspruche zu befreien.
- § 38. Paradoxien des Unendlichen im angewandten Teile der Größenlehre, und zwar in der Zeit- und Raumlehre.  
Schon der Begriff des Kontinuums oder der stetigen Ausdehnung enthält scheinbare Widersprüche. Wie diese aufzulösen seien.
- § 39. Paradoxien im Begriffe der Zeit.
- § 40. Paradoxien im Begriffe des Raumes.
- § 41. Wie die meisten Paradoxien der Raumlehre in dem Begriffe des Verf. vom Raume ihre Erklärung finden.
- § 42 u. 43. Wie eine unrichtige Auffassung der Lehre vom unendlich Großen einige Mathematiker zu unrichtigen Vorstellungen veranlaßt haben.
- § 44. J. Schulzes Berechnung der Größe des unendlichen Raumes, und worin der Fehler dieser Berechnung eigentlich bestehe.
- § 45. Auch die Lehre vom unendlich Kleinen ward Veranlassung zur Behauptung so mancher Ungereimtheit.
- § 46. Was von dem Satze Galileis zu halten sei: der Umfang des Kreises ist so groß wie dessen Mittelpunkt.
- § 47. Beleuchtung des Lehrsatzes, daß die gemeine Zyloide in dem Punkte, wo sie auf ihre Grundlinie trifft, eine unendlich große Krümmung habe.
- § 48. Wie es komme, daß manche räumliche Ausdehnungen, die sich durch einen unendlichen Raum verbreiten, gleichwohl nur eine endliche Größe haben; andere dagegen, die in einem endlichen Raume beschränkt sind, doch eine unendliche Größe besitzen; und noch manche andere eine endliche Größe behalten, ob sie gleich unendlich viele Umgänge um einen Punkt herum machen.
- § 49. Noch einige paradoxe Verhältnisse räumlicher Ausdehnungen, die eine unendliche Größe besitzen.
- § 50. Paradoxien des Unendlichen auf dem Gebiete der Physik und Metaphysik.

Welche Wahrheiten man anerkennen müsse, um diese Paradoxien richtig zu beurteilen.

Beweis, daß es nicht zwei durchaus gleiche Dinge, somit auch nicht einander durchaus gleiche Atome (einfache Substanzen) im Weltall gäbe; ferner

daß es notwendig einfache Substanzen gäbe, und daß diese Substanzen veränderlich seien.

§ 51. Vorurteile, über die man sich wegsetzen müsse, um die hierher gehörigen Paradoxien richtig zu beurteilen.

Es gibt keine tote, bloß träge Materie.

§ 52. Es ist ein Vorurteil der Schule, daß die Annahme einer unmittelbaren Einwirkung der Substanzen unerlaubt sei.

§ 53. Ebenso ist es ein Vorurteil zu glauben, daß unmittelbare Einwirkungen in die Ferne nicht möglich seien.

§ 54. Ein Durchdringen der Substanzen muß unbedingt geleugnet werden.

§ 55. Vorurteil von der vollkommenen Unräumlichkeit geistiger Wesen, insofern sie nicht einmal den Ort eines Punktes sollen einnehmen können.

Zwischen den geschaffenen Substanzen gibt es keine anderen als Gradunterschiede.

§ 56. Das große Paradoxon von der Verbindung zwischen den geistigen und materiellen Substanzen behebt sich nach dieser Ansicht von selbst.

§ 57. Irrtümliche Vorstellung von der Konstruktion des Weltalls aus bloßen Kräften ohne Substanzen.

§ 58. Es gibt keine höchste, aber auch keine niedrigste Stufe des Daseins in Gottes Schöpfung.

§ 59. Mit der stetigen Erfüllung des unendlichen Raumes durch Substanzen besteht recht gut ein verschiedener Grad von Dichtigkeit der Körper, und es ist nicht nötig anzunehmen, daß Substanzen einander durchdringen.

§ 60. Jede Substanz der Welt steht mit jeder anderen in stetem Wechselverkehr.

§ 61. Es gibt darunter herrschende Substanzen, aber keine von diesen letzteren besitzt Kräfte, welche die der beherrschten um ein Unendliches übertreffen.

§ 62. Ob in einem jeden beliebigen Inbegriffe von Substanzen eine herrschende vorhanden sein müsse.

- § 63. Außer den herrschenden Substanzen gibt es noch einen anderen Weltstoff, den Äther, der ohne ausgezeichnete Substanzen allen übrigen Weltraum erfüllt und alle Weltkörper verbindet.
- Unter den Substanzen findet ein Anziehen und Abstoßen statt, und wie sich der Verf. dasselbe vorstelle.
- Woher es komme, daß Stoffe, die sich in ihren Kräften, namentlich in dem Grade ihrer gegenseitigen Anziehungen voneinander unterscheiden, in ihrem Gewichte gleichwohl einander durchgängig gleichen, oder daß ihre Gewichte sich wie die Massen verhalten.
- § 64. Worin sich die Herrschaft gewisser Substanzen oder Atome über andere äußere, und was davon die Folge sei.
- § 65. Keine ausgezeichnete Substanz erfährt eine solche Veränderung, daß sie durch diese von allen Teilen ihrer nächsten Umgebung frei würde.
- § 66. Wo ein Körper aufhöre und ein anderer anfangen; oder die Frage über die Grenzen des Körpers.
- § 67. Ob und wenn Körper in einer unmittelbaren Berührung miteinander stehen.
- § 68. Mögliche Arten der im Weltall stattfindenden Bewegungen.
- § 69. Ob ein Atom im Weltall zu irgendeiner Zeit eine vollkommen gerade oder vollkommen krumme Linie beschreibe.
- Ob bei des Verf. Ansichten von der Unendlichkeit des Weltalls ein Fortrücken des Ganzen nach irgendeiner gegebenen Richtung oder auch eine drehende Bewegung desselben um eine gegebene Weltachse oder einen Weltmittelpunkt statthaben könne.
- § 70. Zwei durch Euler berühmt gewordene Paradoxien.
-

