

Různé způsoby zobrazovací v deskriptivní geometrii

7. Rovnoběžný průmět

In: Josef Klíma (author): Různé způsoby zobrazovací v deskriptivní geometrii. (Czech). Praha: Jednota českých matematiků a fyziků, 1944. pp. 41–46.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/403091>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

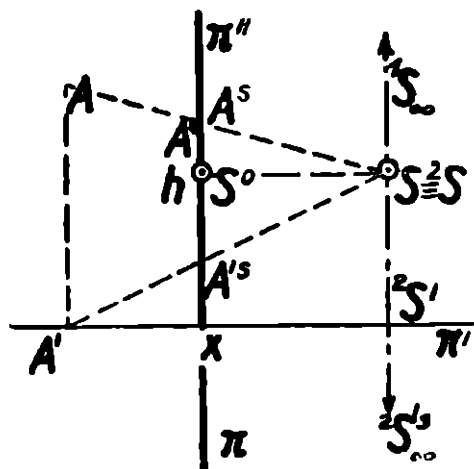


This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

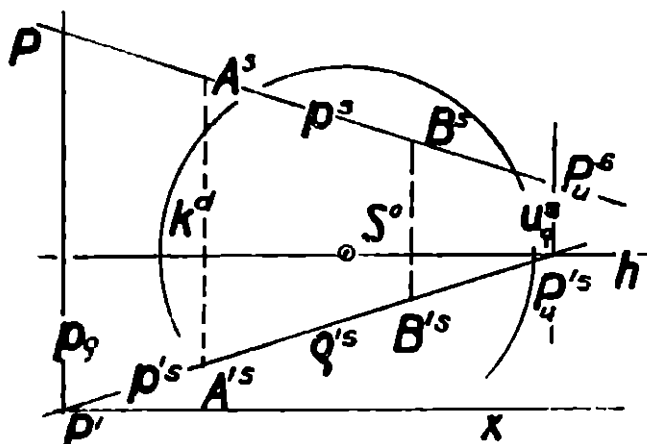
vztahy jsou základem t. zv. *stereofotogrammetrie* v zeměměřičství.

7. ROVNOBĚŽNÝ PRŮMĚT

Je-li při středovém promítání střed promítání v nekonečnu, jako úběžný bod daného směru s , dostáváme rovnoběžný (paralelní) průmět a to *pravoúhlý*, je-li směr s kolmý k průmětně π , jinak *kosoúhlý*. Při rovnoběžném promítání zůstává zachován (je invariantní) dělicí poměr bodu na přímce nebo paprsku ve svazku a rovnoběžnost. Přímký rovnoběžné mají rovnoběžné průměty, pokud nemají za průměty body.



Obr. 26. Vznik středového průmětu a středového půdorysu.

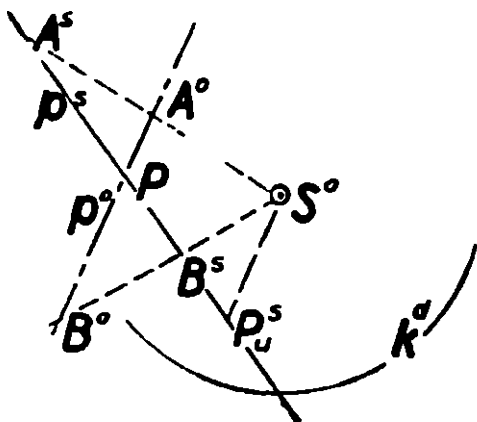


Obr. 27. Střed. průmět a střed. půdorys přímky AB .

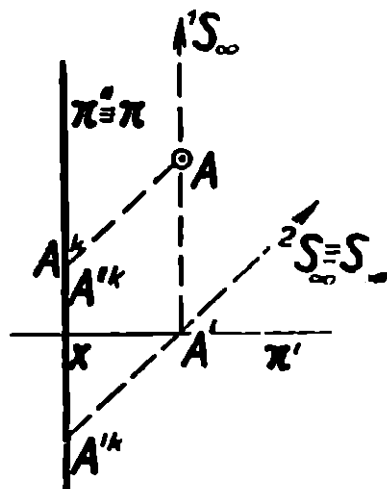
7.1. Středový obraz se středovým obrazem půdorysu. V obr. 26 je schematicky znázorněn případ dvojobrazového zobrazení tak, že průmětny π' , π'' zvoleny k sobě kolmé a sice π' vodorovná a příslušný střed promítání 1S v úběžném bodě kolmic k průmětně π' a střed promítání 2S v konečnu. Náčrta π je identická s průmětnou π'' a střed promítání $S \equiv ^2S$. Průmět

A' je první průmět bodu A a jeho středový obraz A'^s jmenujme stručně středový půdorys; středový obraz A^s bodu A je v A'' . Oba uzly $^1S_\infty$ a $^2S'_\infty$ splývají v úběžném bodě kolmic k základnici x .

V obr. 27 v středovém obraze o hlavním bodě S^0 , o distanci dané kružnicí distanční k^d a o úběžnici h vodorovné průmětny



Obr. 28. Středový a kolmý průmět přímky AB .



Obr. 29. Vznik kosoúhlého průmětu a kosoúhlého půdorysu.

π' o stopě $x \parallel h$, dány obrazy bodů A a B a středové obrazy jejich půdorysů A', B' tak, že $A^s A'^s \parallel B^s B'^s \perp h$. Body A, B určují přímku p , jejíž středový obraz je $p^s \equiv A^s B^s$ a středový půdorys $p'^s \equiv A'^s B'^s$. Abychom dostali stopník a úběžník přímky p , proložíme přímkou p první promítací rovinu ϱ , jejíž středový půdorys je v přímce $\varrho'^s \equiv A'^s B'^s$. Stopa p_0 a úběžnice u_0^s jdou průsečíky $P' \equiv (\varrho'^s, x)$ a $P_u'^s \equiv (\varrho'^s, h)$ kolmo k ose x a jejich průsečíky s obrazem p^s jsou stopník P a úběžník P_u^s přímky p . Takto lze řešení úloh tohoto dvojobrazového zobrazení převést na středový obraz a řešiti podle odst. 2. Tohoto zobrazení užívá se hojně v lineární perspektivě, dán-li půdorys a nárys objektu.

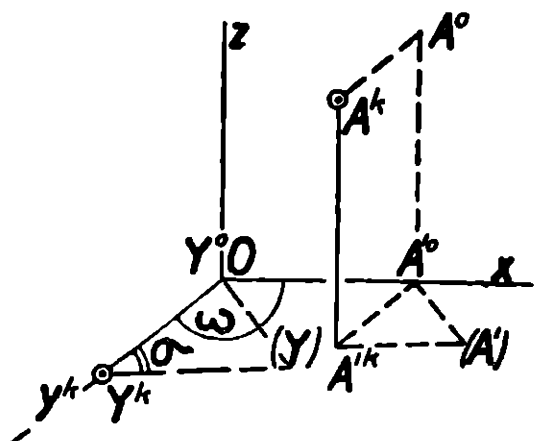
7.2. Středový a kolmý průmět do téže roviny. Jestliže v předchozím případě též průmětna $\pi' \equiv \pi'' \equiv \pi$, pak střed promí-

tání ${}^1S_\infty$ je úběžným bodem kolmic k průmětně π a uzel ${}^1S^s \equiv {}^2S^0 \equiv S^0$ splývá s hlavním bodem S^0 průmětny. V obr. 28 dány dva body A, B svými středovými obrazy A^s, B^s a kolmými obrazy A^0, B^0 tak, že spojnice $A^0A^s, B^0B^s, \dots$ jdou hlavním bodem S^0 . Přímka $p \equiv AB$ má stopník $P \equiv (p^s, p^0)$ a úběžník P_u^s je na rovnoběžce vedené hlavním bodem S^0 s kolmým průmětem p^0 . Tím lze opět úlohy tohoto zobrazení převést na úlohy v středovém promítání. Také tohoto promítání se používá v lineární perspektivě.

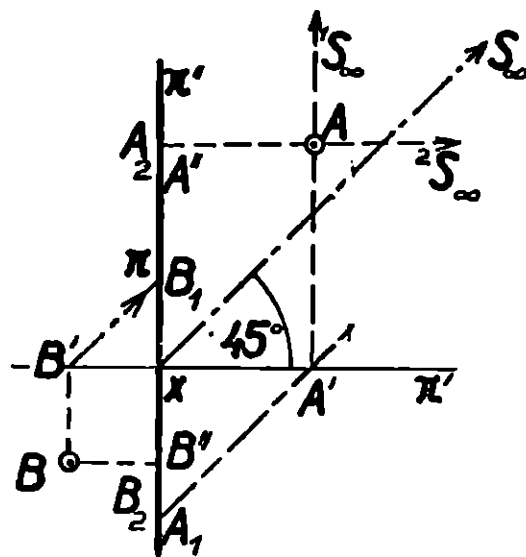
7,3 Kosoúhlý průmět a kosoúhlý průmět půdorysu nebo nárysu. V obr. 29 je opět schematicky znázorněn zvláštní případ zobrazení z odst. 7,1, kdy i střed ${}^2S \equiv S$ je úběžným bodem směru kosého k průmětně $\pi'' \equiv \pi$, takže dostáváme kosoúhlý průmět na průmětnu π , jak originálu tak i jeho prvního průmětu. Uzel je zde úběžným bodem kolmic k základnici x . Obrazy A_2, A_1 obecného případu (odst. 6,1) jsou zde označeny jako kosoúhlé průměty originálu A a prvního průmětu A' stejnými znaky s indexem „ k “ (klinogonální neboli kosoúhlý průmět). I dostaneme obr. 30, kde $A^k A'^k \perp x$. Aby bylo toto kosoúhlé promítání určeno (hlavně směr promítacích paprsků), určuje se kosoúhlý průmět Y^k bodu Y na ose y kolmé k průmětně v počátku O osy x a vzdálenost $O(Y)$ bodu Y od průmětny. V obrazci je sklopen kolmo promítací trojúhelník YY^0Y^k promítacího paprsku bodu Y do trojúhelníka $(Y)Y^0Y^k$, kde $\sphericalangle Y^kY^0(Y) = 90^\circ$ a odvěsna $Y^0(Y)$ je vzdálenost bodu Y od průmětny π . Kosoúhle promítací paprsky svírají s průmětnou $\pi \equiv (x, z)$ úhel $\sigma = \sphericalangle (Y)Y^kY^0$.

Chceme-li vyšetřit vzdálenost bodu A od průmětny π , sestrojíme skutečnou velikost vzdálenosti půdorysu A' od osy y , kteréžto vzdálenosti jsou stejné. Narýsujeme trojúhelník $A'^k A'^0(A')$, jehož strany jsou rovnoběžny se stejnolehými stranami charakteristického trojúhelníka $Y^kY^0(Y)$ a tu odvěsna $\overline{A'^0(A')}$ udává vzdálenost bodu A' a tudíž též bodu A od průmětny π a tedy souřadnici y_A . Souřadnice x_A ,

z_A se jeví v obraze ve skutečné velikosti a to prvá v délce $\overline{OA'^0}$ a druhá v $\overline{A'^k A^k}$. Považujeme-li toto zobrazení za kosoúhlé zobrazení předmětu v soustavě souřadnicové, kde průmětna splývá s rovinou souřadnic (x, z) , je třeba určit kosoúhlý průmět osy y , který je dán úhlem $\omega = \widehat{xy^k}$ a poměr



Obr. 30. Kosoúhlé obrazy bodu A .



Obr. 31. Pravoúhlé promítání jako zvláštní případ dvojobrazového zobrazení.

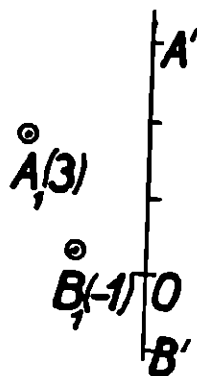
$q = \overline{Y^k Y^0} : \overline{Y^0(Y)}$. Dostáváme tak zvláštní případ kosoúhlé axonometrie, který se jmenuje též někdy kavalírní perspektiva (viz odst. 8,2).

Sestrojíme-li kolmý průmět A^0 bodu A do průmětny $\pi \equiv (x, z)$, tu dvojiny obrazů A^k, A^0 téhož bodu A jsou na paprscích $A^k A^0 \parallel Y^k Y^0 \parallel \dots$ a určují též bod A , známe-li charakteristický trojúhelník $Y^k Y^0(Y)$.

7.4. Kolmé promítání na dvě k sobě kolmé průmětny (Mongeovo zobrazení). Schematicky je znázorněno v obr. 31. Průmětny π', π'' jsou k sobě kolmé, středy $^1S, ^2S$ jsou v úběžných bodech kolmic k první průmětně π' a k druhé průmětně π'' .

Kolmé průměty do roviny π' a π'' promítáme šikmo do průmětny $\pi \equiv \pi''$ z úběžného bodu S_∞ přímk svírajících s průmětnami π' a π'' úhly 45° a kolmých k ose $x \equiv (\pi', \pi'')$. Obrazu A_1 prvního průmětu říkáme *půdorys* a obrazu A_2 druhého průmětu říkáme *nárys*, patrně $A_2 \equiv A''$. Kosouhlý průmět z bodu S_∞ prvního průmětu lze též dostatí otočením první průmětny π' kolem osy x do druhé průmětny π'' , nebo jak též říkáme, *sdužením* první průmětny π' s druhou π'' . Uzel je tu v úběžném bodě kolmic k základnici $x_{1,2}$, takže půdorys a nárys téhož bodu jsou na ordinále, jež je kolmá k základnici. Toto zobrazení je nejvíce prakticky používáno a též je hlavním obsahem vyučování deskriptivní geometrie na našich středních školách.

Většinou si myslíme předměty, jež zde zobrazujeme, ve čtvrti první, t. j. nad první průmětnou π' a před druhou průmětnou π'' (v obr. je to bod A), takže jejich půdorys je pod nárysem. V Americe však si představují promítané předměty ve třetí čtvrti (v obr. je to bod B); pak půdorys je nad nárysem. V obou případech uzlové paprsky splývají s kolmicemi k základnici $x_{1,2}$.



Obr. 32.
Promítání
kótované.

7.5. Promítání kolmé na jednu průmětnu (*kótované*). Velice názorné a často používané promítání je kolmé promítání na jedinou průmětnu π , kde se bod určuje svým půdorysem A_1 a vzdáleností $\overline{AA_1}$ od průmětny π , kterou si myslíme vodorovnou. Vzdálenost $\overline{AA_1}$ měřenou jednotkami připojeného měřítka zapisujeme číslicí do závorky vedle půdorysu A_1 (v obr. 32 je to na př. 3 u bodu A a -1 u bodu B); toto číslo je t. zv. kóta bodu. Body nad průmětnou mají kóty kladné a pod průmětnou záporné.

Kótu můžeme též určití na číselné ose splývající s měřítkem délkou $\overline{OA'}$ pro bod A a $\overline{OB'}$ pro bod B . Pak je patrné, že v tomto promítání se zobrazuje bod vlastně půdorysem

a obrazem na číselné ose (u bodu A body A_1 a A'); zobrazení je tedy též dvojobrazové.

8. AXONOMETRIE

Bod v prostoru určujeme nejčastěji třemi souřadnicemi v pravoúhlé soustavě souřadnic, určené třemi osami x, y, z , jež tvoří pravoúhlý trojhran o vrcholu O , který je počátkem souřadnic. K měření souřadnic je třeba zvoliti si jistou jednotku j , kterou přeneseme na osy x, y, z a sice do délek $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = j$ a dostáváme tak pravoúhlý rovnoramenný trojhran tvořící tři hrany krychle vycházející z téhož vrcholu O . Promítneme-li nyní tuto soustavu souřadnic do obecné průmětny π , o níž v dalším předpokládáme, není-li jinak řečeno, že není rovnoběžná se žádnou osou souřadnic, dostaneme kolmou, kosoúhlou a středovou *axonometrii*, podle toho zda promítání na průmětnu π je kolmé, kosoúhlé nebo středové. Obrazy, které tak dostaneme, jsou velmi názorné. Ve zvláštním případě může průmětna splynouti s některou rovinou souřadnic, jako jsme měli již v odst. 7,3 (obr. 30).

Bod v axonometrii bude opět určen dvěma obrazy a to axonometrickým obrazem originálu a axonometrickým obrazem jeho kolmého průmětu do některé roviny souřadnic; (nejčastěji používáme průměty do roviny (x, y) , jehož axonometrický obraz je t. zv. axonometrickým půdorysem). Oba tyto obrazy jsou na přímkách, jež jsou obrazy rovin dvojnásob promítacích a to jak axonometricky tak kolmo do příslušné roviny souřadnic.

8,1 Kolmá axonometrie. V obr. 33 je ukázán postup zobrazení bodu v kolmé axonometrii. Obrazy os x^0, y^0, z^0 možno zvoliti libovolně, jen musí býti obraz kterékoliv z os v tupém úhlu obrazů zbývajících dvou os. Na př. osy x, y určují rovinu, jejíž stopa na axonometrické průmětně π je v spojnici XY stopníků X a Y os x a y na průmětně π . Stopa XY musí