

Aplikace matematiky

Josef Čermák

Algoritmy. 20. CHOLES. Řešení $(2m + 1)$ diagonálového systému lineárních algebraických rovnic Choleského metodou

Aplikace matematiky, Vol. 14 (1969), No. 6, 517–519

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/103258>

Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1969

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

ALGORITMY

20. CHOLES

ŘEŠENÍ $(2m + 1)$ DIAGONÁLOVÉHO SYSTÉMU LINEÁRNÍCH ALGEBRAICKÝCH ROVNIC CHOLESKÉHO METODOU

J. ČERMÁK, Katedra fyziky Vysoké školy chemicko-technologické, Pardubice, Leninovo nám. 565

```

procedure CHOLES ( $n, m, a$ ) result: ( $y$ );
  integer  $n, m$ ; real procedure  $a$ ; array  $y$ ;

  comment  $n$  je počet rovnic,  $m$  šíře pásu nenulových koeficientů vedle hlavní diagonály,
   $a$  funkční procedura pro určení nenulových hodnot prvků  $a(i, j)$  matice v pásu,
   $y[1 : n]$  je vektor výsledku;

  begin integer  $i, j, jj, k, kk, kkk, k1, k2, l$ ; real  $r, s$ ;
  real array  $b[1 : m + 1], c[1 : m \times n - m \times (m + 1)/2]$ ;
   $kk := 0$ ;
  for  $i := 1$  step 1 until  $n$  do
  begin  $l :=$  if  $i \leq m$  then  $i$  else  $m + 1$ ;
     $k :=$  if  $i > n - m$  then  $n - i$  else  $m$ ;
     $kk := kk +$  (if  $i > n - m + 1$  then  $i - n + m - 1$  else 0);
    for  $j := i - l + 1$  step 1 until  $i$  do
      begin  $s := 0$ ;  $kkk := 0$ ;
        for  $jj := m + 2 - l$  step 1 until  $m + j - i$  do
          begin  $k1 := jj - m + i - 1$ ;
             $kkk := kkk +$  (if  $k1 > n - m + 1$  then  $k1 - n + m - 1$  else 0);
             $s := s + b[jj] \times c[(m - 1) \times k1 - m + j - kkk]$ 
          end  $jj$ ;
           $b[m - i + j + 1] := a(i, j) - s$ 
        end  $j$ ;
       $r := 1/b[m + 1]$ ;

```

```

for  $j := 1$  step 1 until  $k$  do
  begin  $s := 0$ ;  $kkk := 0$ ;
    for  $jj := j + 1$  step 1 until  $m$  do
      begin  $k1 := jj - m + i - 1$ ;
         $kkk := kkk + (\text{if } k1 > n - m + 1 \text{ then } k1 - n - m - 1 \text{ else } 0)$ ;
         $k2 := (m - 1) \times k1 - m + j - kkk + i$ ;
        if  $k2 > 1$  then  $s := s + b[jj] \times c[k2]$ 
      end  $jj$ ;
       $c[m \times (i - 1) + j - kk] := (a(i, i + j) - s) \times r$ 
    end  $j$ ;
 $s := 0$ ;
for  $j := m + 2 - l$  step 1 until  $m$  do  $s := s + b[j] \times y[i + j - m - 1]$ ;
 $y[i] := (a(i, n + 1) - s) \times r$ 
end  $i$ , konec přímého chodu;
for  $i := n$  step  $-1$  until 1 do
  begin  $s := 0$ ;
     $k := \text{if } i > n - m \text{ then } n \text{ else } i + m$ ;
     $kk := \text{if } i > n - m + 1 \text{ then } \text{entier}((i - n + m - 1) \times (i - n + m)/2)$ 
    else 0;
    for  $j := i + 1$  step 1 until  $k$  do
       $s := s + y[j] \times c[(i - 1) \times m + j - i - kk]$ ;
       $y[i] := y[i] - s$ 
    end konec obráceného chodu
  end proc CHOLES;

```

Metoda předpokládá čtení případně postupný výpočet hodnot prvků na hlavní diagonále a $2m$ diagonálách podél ní, dále pak n prvků vektoru pravých stran. Do paměti stroje ukládá místo n^2 prvků matice jen pás říše m odpovídající horní trojúhelníkové matici tj. $m \times n - m \times (m + 1)/2$ prvků. Metoda je proto velmi užitečná např. při řešení rozsáhlých systémů diferenčních rovnic. Na počítači Odra 1013 bylo možno řešit systém 400 diferenčních rovnic ($m = 12$). Kapacita paměti uvedeného počítače by při použití přímých klasických metod řešení zdaleka na výpočet nestačila.

Kontrolní příklad:

Je dán systém rovnic:

$$\begin{aligned} (*) \quad & 3x_1 - 2x_2 & & = -1 \\ & 3x_1 + 4x_2 - x_3 & & = 8 \\ & \quad 2x_2 - 4x_4 & & = -12 \\ & \quad \quad x_3 - 4x_4 + 2x_5 & & = -3 \\ & \quad \quad \quad 5x_4 + 4x_5 & & = 0 \end{aligned}$$

Funkční procedure programu pro řešení tohoto příkladu spočívá v přečtení jednoho čísla na pásce dat a dosazení za $a(i, j)$.

Páska vstupních dat obsahuje tyto hodnoty:

$5(n)$ počet rovnic,

$1(m)$ poloviční počet nenulových vedlejších diagonál,

Prvky pásu a pravé strany soustavy (*):

$$a(i, j) \begin{cases} 3 & -2 & -1 & & \\ 3 & 4 & -1 & 8 & \\ 2 & 0 & -4 & -12 & \\ 1 & -4 & 2 & -3 & \\ 5 & -4 & 0 & & \end{cases}$$

Výsledek: $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3, x_4 = 4, x_5 = 5$.

V tomto konkrétním příkladě byla pro matici systému rezervována 4 paměťová místa, pět míst pak pro vektor pravých stran. Při řešení plných systémů rovnic je nutno položit $m = n - 1$. V tomto případě je úspora kapacity paměti přibližně 50% vůči klasickým přímým metodám.

Literatura

Д. К. Фадеев, Б. Н. Фадеева: Вычислительные методы линейной алгебры. ФИЗМАТГИЗ, Москва 1963, Ленинград.