Ján Jakubík; Blanka Kolibiarová; Milan Kolibiar
K sedemdesiatinám akademika Štefana Schwarza

*Časopis pro pěstování matematiky*, Vol. 109 (1984), No. 3, 329--334

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/108431`

Časopis pro pěstování matematiky, roč. 109 (1984), Praha

ZPRÁVY

# K SEDEMDESIATINÁM AKADEMIKA ŠTEFANA SCHWARZA

JÁN JAKUBÍK, Košice, BLANKA KOLIBIAROVÁ a MILAN KOLIBIAR, Bratislava

Životné jubileum akademika Štefana Schwarza poskytuje príležitosť pripomenúť niektoré z mnohých úspechov jeho činnosti, ktoré súvisia s rozvojom matematiky a nášho vedeckého a kultúrneho života.

Narodil sa 18. mája 1914 v Novom Meste nad Váhom. Záujem o matematiku, ktorý sa u neho prejavil už na strednej škole, ho priviedol na štúdium na Karlovej univerzite. Po ukončení štúdia v r. 1936 pôsobil na tejto univerzite ako asistent, čo mu umožnilo oboznámiť sa ešte bližšie s prácou svojich učiteľov, z ktorých najviac K. Petr ovplyvnil jeho ďalšiu orientáciu. V r. 1939 prešiel na novozriadenú Slovenskú vysokú školu technickú. V roku 1946 bol habilitovaný na Prírodovedeckej fakulte univerzity v Bratislave a od roku 1947 je profesorom na Slovenskej vysokej škole technickej v Bratislave. V roku 1952 bol zvolený za člena korešpondenta ČSAV a v roku 1960 za akademika ČSAV. Akademikom SAV sa stal pri jej založení v roku 1953. Od 1. 1. 1966 je riaditeľom Matematického ústavu SAV.

V príspevku venovanom šesťdesiatke akademika Schwarza [4] pokúsili sa autori tohto článku na niekoľkých príkladoch demonštrovať prínos jeho vedeckej činnosti k rozvoju niektorých oblastí matematiky, k výchove nášho vedeckého a odborného dorastu a k organizovaniu nášho školstva a vedy. V tomto príspevku sa sústredíme na práve uplynulú dekádu jeho činnosti, ktorá rovnako ako predtým, bola intenzívna a úspešná.

Vo výbore problematiky, ktorej sa Š. Schwarz v začiatkoch svojej vedeckej činnosti venoval, ako aj v niektorých črtách metódy jeho práce je viditeľný vplyv profesora K. Petra. Jeho vedecká činnosť sa sústreďuje najmä na algebru a oblasti teórie čísel, súvisiace s algebrou. Práce Š. Schwarza zasahujú však aj do niektorých iných oblastí matematiky, ako je kombinatorika, topológia alebo teória prevdepodobnosti. Najväčšia časť jeho prác je venovaná teoórii pologrúp. Svoje výsledky z teórie pologrúp úspešne aplikoval v elementárnej teórii čísel, kombinatorike, v štúdiu špeciálnych tried matíc a v topologických pologrupách. Charakteristickou črtou práce Š. Schwarza je, že sa neuspokojoval s abstraktnými výsledkami, ale demonštroval ich dosah a užitočnosť na konkrétnych situáciach. Mal vždy tendenciu dovádzať výsledky do tvaru čo najviac explicitného a vhodného pre priame použitie. Jeho doterajšie výsledky sú zahrnuté v 94 prácach. Aj zo zamerania jeho prác z poslednej dekády, o ktorých chceme tu krátko informovať (práce [A 81] – [A 94]), vidieť jeho neustálu snahu sledovať vývin matematiky v čo najširšom zábere.

Do všeobecnej teórie pologrúp patrí práca [A 84]. Nech $L^*$ (resp. $R^*, M^*$) je prenik vetkých maximálnych ľavých (pravých, obojstranných) ideálov pologrupy (ak také existujú). (Pre dosť široké triedy okruhov je $M^*$ Jacobsonov radikál.) V práci sa skúmajú vzájmné vzťahy medzi podmnožinami $L^*, R^*, M^*$ (napríklad, kedy $L^* = M^*$, kedy $L^* \neq R^*$, vzťahy medzi existenciou týchto podmnožín a pod.).

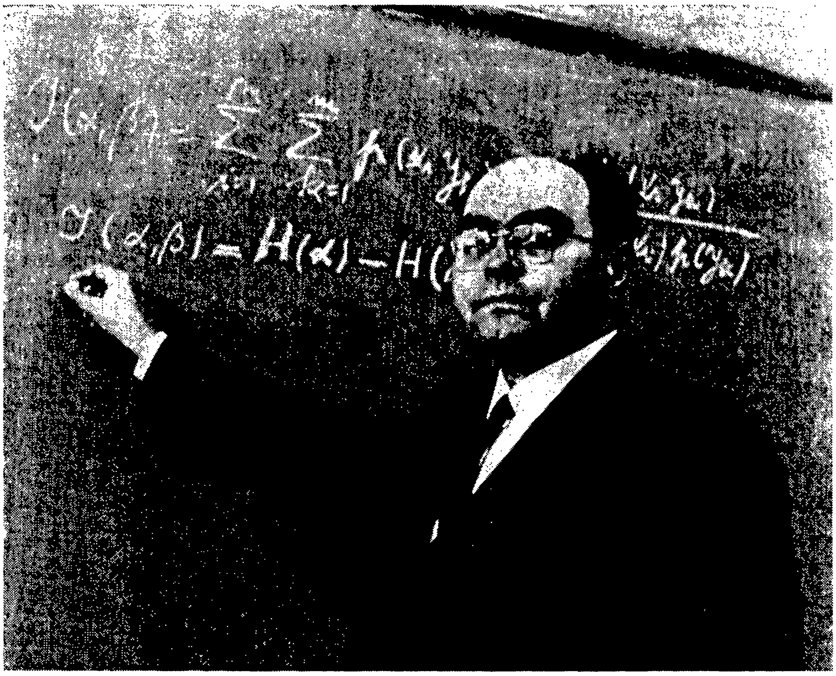
Otázky riešené v práci [A 84] hrajú istú úlohu aj v práci [A 81], kde sa študujú pologrupy, ktoré sa dostanú z malých ktaegórií pridaním nulového prvku, pričom súčiny, ktoré nie sú definované, sa položia rovné nule. Takéto pologrupy možno definovať abstraktne. V práci je popísaná štruktúra a konštrukcia takýchto pologrúp.

Práca [A 94] sa zaoberá touto otázkou: Nech $\{S_i / i \in I\}$ je systém disjunktných pologrúp a $S = \bigcup(S_i / i \in I)$ je parciálna pologrupa, v ktorej súčin dvoch prvkov je definovaný práve vtedy, keď tie prvky patria do tej istej pologrupy $S_i$ a vtedy sa ich súčin zhoduje so súčinom v $S_i$. Otázku, kedy v takejto parciálnej pologrupe možno dodefinovať násobenie tak, aby vznikla pologrupa, v ktorej pre $x \in S_i$, $y \in S_j$ platí $x \, . \, y \in S_j$, riešili R. Yosida a M. Petrich v rokoch 1965 – 1969. Z ich riešenia však nevyplýva efektívna konštrukcia pologrupy $S$. Š. Schwarz [A 94] podal konštrukciu takej pologrupy $S$ v niekoľkých prípadoch, keď systém pologrúp $S_i$ splňuje isté prirodzené podmienky.

Jednou z oblastí, kde Š. Schwarz aplikoval metódy teórie pologrúp, je teória matíc. K tejto problematike sa často vracal (hodne citované sú napríklad práce [A 62], [A 67] a [A 68].

Ku každej konečnej pologrupe $S$ existujú kladné celé čísla $k$ a $d$, také, že pre každé $a \in S$ platí (1) $a^k = a^{k+d}$. Ak sú pritom $k, d$ najmenšie také čísla, pre ktoré (1) platí, zvykne sa táto identita nazývať Euler-Fermatovou vetou. Š. Schwarz sa zaoberal touto vetou pre rôzne typy konkrétnych pologrúp. V práci [A 93] skúmal pologrupu $n \times n$ matíc nad konečným poľom $GF(q)$, $q = p^r$. Pre regulárne takéto matice je známa identita (pochádzajúca v podstate od J. Nivena z roku 1948) $A = A^{\lambda(n,q)+1}$, kde $\lambda(l, q) = p^t \, . \, \text{n.s.n}[q^l - 1, q^{l-1} - 1, \ldots, q - 1]$, pričom $t$ je najmenšie celé číslo, pre ktoré $p^t \geqq l$. Pre $n \times n$ matice s hodnosťou $h$ menšou ako $n$ je v [A 93] dokázaná identita $A^{h+1} = A^{h+1+\lambda(h,q)}$, pričom tieto exponenty sa už nedajú znížiť.

Viaceré aplikácie, najmä v konečnej matematike, majú matice, ktorých prvky sú z dvojprvkovej Booleovej algebry (Booleove matice) a násobenie matíc sa robí ako pri maticiach nad okruhom (pričom sa operácie „+" a „·" nahradia operáciami „∨" a „∧"). Multiplikatívna pologrupa takých $n \times n$ matíc je izomorfná s pologrupou binárnych relácií na $n$-prvkovej množine s operáciou skladania relácií. Pri niektorých problémoch týkajúcich sa nezáporných matíc záleží len na rozdelení núl a jednotiek v takej matici a tu je vhodné nahradiť také matice príslušnými Booleovými maticami. Štúdiu pologrupy $S_n$ Booleových $n \times n$ matíc venoval Š. Schwarz viacero prác (pozri práce [A 72], [A 73], [A 74], [A 77], [A 79]). V prácach [A 82], [A 83], [A 87] preskúmal štruktúru pologrupy $C_n$ špeciálnych („cirkulantných") Booleových



$n \times n$ matíc (napríklad explicitne popísal idempotenty a maximálne podgrupy v $C_n$, našiel elegantnú formulu pre počet prvkov v $C_n$ patriacich k danému idempotentu, dokázal, že pre každé $A \in C_n$ platí $A^{n-1} = A^{2n-1}$ a tieto exponenty sa nedajú znížiť a pod.).

Svoju zbehlosť v teórii booleovských matíc využil k riešeniu nasledujúcej úlohy [A 92]: Nech $a$, $b$ sú vrcholy konečného orientovaného grafu $G$ bez viacnásobných hrán. Označme $L(a, b)$ najmenšie z čísel $l$, pre ktoré existuje taký bod $c \in G$, že z vrcholov $a$ a $b$ do vrcholu $c$ existujú dráhy dĺžky $l$. Pomerne ľahko sa zistí, že $L(a, b) \leqq \frac{1}{2}n(n - 1)$. V [A 92] je nájdený odhad, ktorý sa nedá zlepšiť: pre každé $a, b \in G$, $L(a, b) \leqq n^2/2 - n + \varepsilon_n$, kde $\varepsilon_n = 1$ pre $n$ párne a $\varepsilon_n = \frac{3}{2}$ pre $n$ nepárne.

Celý rad Schwarzových výsledkov týkajúcich sa Booleových matíc je podrobne reprodukovaný v nedávno vyšlej monografií K. A. Kima [3] (desiatky autorov citujú prácu [A 72]).

Nech $A$ je konečný akceptor s počtom stavov $n$, $L(A)$ množina ním akceptovaných slov. Je známe, že $L(A)$ je nekonečná práve vtedy, keď existuje slovo dĺžky $l$, $n \leqq l \leqq 2n - 1$, ktoré $A$ akceptuje. Použitím aparátu konečných pologrúp našiel Schwarz [A 86] nový, priehľadný dôkaz tohoto tvrdenia, ale predovšetkým niekoľko nových výsledkov o dĺžkach slov patriacich do $L(A)$.

Vo svojej vedeckej činnosti sa Schwarz neustále vracal k teórii čísel. Aj v tejto oblasti úspešne použil metódy teórie pologrúp. V práci [A 89] prehĺbil výsledky starších prác [A 43] a [A 51]. Podrobne tu popísal pologrupu $(Z_n; \cdot)$ zvyškových tried mod $n$. Ak $a \in Z_n$, existuje v postupnosti $(a^k / k \in N)$ práve jeden idempotent $e$. Budeme hovoriť, že $a$ patrí k idempotentu $e$. $Z_n$ má $2^r$ idempotentov, kde $r$ je počet rôznych prvočísel, deliacich $n$. Nech $P(e)$ je multiplikatívna pologrupa všetkých prvkov $a \in Z_n$ patriacich k idempotentu $e$, $G(e)$ najväčšia podpologrupa v $P(e)$, ktorá je grupou. V práci je popísaná konštrukcia idempotentov, konštrukcia grúp $G(e)$ a pologrúp $P(e)$, priame rozklady pologrúp $Z_n$ a $P(e)$, určené sú počty prvkov pologrupy $Z_n$ s určitými vlastnosťami, a iné. Výsledky tejto práce umožňujú z jednotného hľadiska dokázať prakticky všetky zovšeobecnenia Eulerovej-Fermatovej vety z teórie kongruencií, ktoré sa opätovne objavujú v literatúre.

Používaním idempotentov pologrupy $(Z_n; \cdot)$ riešil Schwarz rôzne nekonvenčné úlohy. V práci [A 90] našiel mimo iného formulu $a + a^2 + \ldots + a^{\varphi(n)} = (1 - e)\, \varphi(n)$, kde $(a, n) = 1$, $n$ je nepárne, $a - 1$ patrí k idempotentu $e$, $\varphi(n)$ je Eulerova funkcia. V práci [A 91] našiel, okrem iného, elegantné formuly pre súčiny v $Z_n$ $\Pi(x - v\colon v \in G(e))$ a $\Pi(x - v\colon v \in P(e))$. (Pre $e = 1$ riešili takú úlohu Bauer (1902) a Vandiver (1917) a dostali tak zovšeobecnenie Lagrangeovej identity $(x-1) \cdot (x - 2) \ldots (x - p + 1) = x^{p-1} - 1$, $p$ prvočíslo.)

Poznamenejme, že doteraz sa v literatúre vety tohto druhu, v ktorých vystupujú iné idempotenty pologrupy $Z_n$ ako 1, explicitne nevyskytli.

Schwarzove práce z teórie pologrúp sú dnes z veľkej časti prístupné z monografií, medzi ktoré patria dnes už klasické knihy [1] a [2]. Jeho výsledky sa uvádzajú asi v 400 prácach iných matematikov, z toho je 26 monografií alebo učebníc. V posledných rokoch sa v monografiách alebo prehľadových prácach často citujú jeho výsledky z lineárnej algebry.

Profesor Schwarz je veľmi úspešným pedagógom. Vedúce zásady jeho prednášok sú: dostatočná motivácia preberaných partií, dôraz na formulácie v explicitnom tvare, konštruktívne postupy a algoritmy, veľká pozornosť aplikáciám. Tieto zásady sú dobre viditeľné aj v jeho knihách [B 1]—[B 6]. Riadi sa nimi aj v prezentovaní svojich vedeckých výsledkov vo vedeckých prácach a v referátoch na konferenciách. Patril vždy k najobľúbenejším učiteľom a poslucháči si ho trvale uchovávajú v pamäti. Jeho pedagogické metódy sú dodnes vzorom pre mnohých jeho žiakov a ich prostredníctvom sa propagajú v širšom meradle. Počas svojho dlhoročného pôsobenia na Slovenskej vysokej škole technickej vychoval veľký počet odborných technických pracovníkov. Okrem prednášok pre študentov konal dlhé roky pravidelné prednášky postgraduálneho charakteru pre pracovníkov vysokých škôl a vedeckých ústavov. Viac rokov pôsobil tiež externe na Prírodovedeckej fakulte univerzity v Bratislave. Jeho prednášky z rozličných disciplín matematiky a teoretickej fyziky boli pre poslucháčov nezabudnuteľným zážitkom. Význam tejto činnosti podčiarkuje aj okolnosť, že sa realizovala v období, keď to bolo najpotrebnejšie — v prvom desaťročí spomenutej fakulty. Veľký vplyv na rozvoj matematiky na Slovensku má aj jeho seminár pre vedeckých pracovníkov, v ktorom vzniklo mnoho vedeckých prác a vyškolili sa viacerí matematici. Vychoval vyše 20 ašpirantov.

Jeho pedagogický talent a záujem o spoločenské dianie našli odraz aj v jeho bohatej vedecko-popularizačnej činnosti (pozri publikácie [C 1] – [C 57]). Jeho spoločenská angažovanosť sa prejavila v aktívnej účasti na riadení našej vedy a kultúry. Okrem organizačnej činnosti v oblasti školstva (prorektor SVŠT 1951 – 1953, prodekan Fakulty špciálnych náuk SVŠT 1950 – 1951, člen predsedníctva Slovenského výboru pre vysoké školy 1956 – 1962 a i.) vykonával dlhé roky rad funkcií v SAV a ČSAV (mimo iného predseda SAV 1965 – 1970, podpredseda ČSAV 1965 – 1970, činnosť v rozličných komisách SAV a ČSAV) a v iných inštitúciach, ako Štátna komisia pre udeľovanie vedeckých hodností (podpredseda 1960 – 1965), Výbor pre štátne ceny Klementa Gottwalda (1956 – 1963, 1970 – 1972) a rad ďalších. V období 1966 – 1971 bol členom ÚV KSČ a v rokoch 1966 – 1968 členom ÚV KSS.

V článku [4] bolo zdôraznené, že akademik Schwarz nestál nikdy bokom spoločenského vývinu a neuhýbal pred problémami. To platí aj dnes.

Akademik Schwarz bol vždy tolerantný, má hlboko demokratické presvedčenie. Pracovníci, ktorí s nim prichádzali do styku, najmä mladší, radi spomínajú na jeho priateľský vzťah a schopnosť povzbudiť ich aj vo fázach, keď boli menej úspešní. Má dar zdravého humoru a pritom vie včas odhadnúť dôsledky danej situácie. Teší sa dôvere a priateľskej úcte ďaleko za hranicemi matematickej obce.

Jeho vitalita a pracovná výkonnosť sú obdivuhodné. Do značnej miery sa mu darí sledovať vývin matematiky ako celku, hoci je to vzhľadom na prudko narastajúce množstvo informácií čoraz menej možné. Pozorne sleduje diskusie o postavení matematiky v dnešnej spoločnosti, ktoré prebiehajú v celom svete. Zúčastnene sleduje aj diskusie a spory, vyvolané reformnými snahami vo vyučovaní matematiky. O tom svedčia aj jeho príspevky [C 51], [C 55], [C 56], [C 58], ako aj články v dennej a periodickej tlači a vystúpenia na konferenciach zameraných na výučbu matematiky. V prednáške [C 58] zaujal jasné stanovisko voči nadbytočnému formalizmu vo vyučovaní na úkor názornosti, proti neadekvátnym abstrakciám a prehnanej presnosti.

Aj v uplynulom desaťročí sa dostalo Š. Schwarzovi viacero spoločenských uznaní. Pri príležitosti 30. výročia založenia ČSAV bol mu v r. 1982 udelený po druhý raz Rad práce (za mimoriadne zásluhy o rozvoj československej vedy). V roku 1980 dostal Národnú cenu SSR. Za pedagogickú prácu mu bola udelená v r. 1979 prezidendom republiky medaila J. A. Komenského. Ďalšie vyznamenania dostal od ČSAV, SAV, vysokých škôl a Socialistického sväzu mládeže.

Celá naša matematická obec mu želá, aby mu jeho tvorčí elán a energia ešte dlho vydržali.

*Citovaná literatúra*


[1] *A. H. Clifford, G. P. Preston:* The algebraic theory of semigroups. Vol. I, 1964; Vol. II, 1967. Amer. Math. Soc., Providence, R. I.

[2] *Е. С. Ляпин:* Полугруппы. Госиздат. физ. мат. лит., Москва 1960, strán 592, (Anglický preklad: Amer. Math. Soc., 2. vydanie 1968, strán 487.)

[3] *Ki Hang Kim:* Boolean matrix theory and applications. Marcel Dekker, Inc., New York 1982.

[4] *J. Jakubík, M. Kolibiar:* K šesdesiatinám akademika Štefana Schwarza. Časopis pěst. mat. *99* (1974), 200 – 213.

ZOZNAM PUBLIKÁCIÍ Š. SCHWARZA

Zoznam obsahuje len publikácie, ktoré nie sú uvedené v článku [4].

## A. Pôvodné práce

[81] The ideal structure of $C$-semigroups. Czechoslovak Math. J. *27* (*102*) (1977), 313—338.
[82] The semigroup of circulant Boolean matrices (spolu s Kim H. Butlerom). Czechoslovak Math. J. *26* (*101*) (1976), 632—635.
[83] A counting theorem in the semigroup of circulant Boolean matrices. Czechoslovak Math. J. *27* (*102*) (1977), 504—510.
[84] Semigroups containing maximal ideals. Math. Slovaca *28* (1978), 157—168.
[85] Intersections of maximal ideals in semigroups. Semigroup Forum *12* (1976), 367—372.
[86] A theorem on binary relations and infinite regular languages. Semigroup Forum *17* (1979), 307—316.
[87] The Euler-Fermat Theorem for the semigroup of circulant Boolean matrices. Czechoslovak Math. J. *30* (*105*) (1980), 135—141.
[88] Infinite products of doubly stochastic matrices. Acta Math. Univ. Comenian. *39* (1980), 131—150.
[89] The role of semigroups in the elementary theory of numbers. Math. Slovaca *31* (1981), 369—395.
[90] An unconventional problem in the elementary theory of numbers. Czechoslovak Math. J. *31* (106) (1981), 159—169.
[91] Extensions of Bauer's identical congruences. Math. Slovaca *33* (1983), 209—224.
[92] Common consequents in directed graphs. Czechoslovak Math. J. (v tlači).
[93] Fermat's Theorem for matrices revisited. Math. Slovaca (v tlači).
[94] Right composition of semigroups. Math. Slovaca (v tlači).

## C. Iné publikácie

*(Referáty, recenzie, popularizačné články a iné)*

[52] Matematika a inžinierske štúdium. Zborník konferencie „Vedeckotechnická revolúcia a inžinierske štúdium", SVŠT, 1974, 179—196.
[53] On the ideal structure of $C$-semigroups. Abstract of short communication, Internat. Congress of Math. Vancouver 1974, str. 185.
[54] Circulant binary relations (spolu s K. K. Hang Butlerom). Notices AMS, Vol. *22* (1975), A-720 (abstrakt z konferencie v Blacksburgu).
[55] Matematická príprava poslucháčov pre štúdium automatizácie a počítačov. Pokroky mat., fyz. a astronomie, *22* (1977), č. 2, 61—72.
[56] O výuke aplikácií matematiky. Zborník z konferencie o vyučovaní matematiky v období ved. tech. revolúcie, Brno 28.—30. 9. 1976. Vydala JČMF, 1977, 30—38.
[57] Fermat's theorem for some finite semigroups. Abstract of short communication, ICM Helsinki 1978, p. 26.
[58] Vyučovanie a vývin matematiky ako vedy. Zborník z celoslovenského seminára o vyučovaní matematiky v základných a stredných školách. Slov. pedag. nakladateľstvo, 1981, 135—147.