Recense

Časopis pro pěstování matematiky, Vol. 96 (1971), No. 2, 213--221

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/108511

Časopis pro pěstování matematiky, roč. 96 (1971), Praha

RECENSE

P. Gabriel, M. Zisman: CALCULUS OF FRACTIONS AND HOMOTOPY THEORY. Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York, 1967. 168 str., 114 obr., cena 38,— DM.

Ačkoliv teorie kategorií byla do jisté míry stimulována potřebami algebraické topologie, setkáváme se v monografiích týkajících se algebraické topologie jen ojediněle s kategorickým přístupem k věci. Autoři knihy se ujali úkolu zpracovat z důsledně kategoriálního hlediska základy teorie homotopie (a tím v podstatě celé „topologické složky" algebraické topologie). Podle mého názoru se tohoto úkolu zhostili velmi úspěšně a jejich tvrzení v úvodu, že kniha vlastně končí tam, kde algebraická topologie začíná, je možno brát jen jako výraz skromnosti.

Kniha je rozdělena na sedm kapitol a dva dodatky. V první kapitole jsou zkoumány vlastnosti kategorií zlomků (categories of fractions). Zhruba řečeno jedná se o toto: je dána kategorie a nějaká třída jejich morfismů. Kategorie zlomků vznikne z původní kategorie, vnutíme-li těmto vybraným morfismům morfismy inversní). Zde si autoři připravují technické prostředky pro kapitoly další. Hlavním tématem kapitoly druhé je kategorie simpliciálních komplexů. Čtenáři zvyklému na klasické definice simpliciálního komplexu se může zdát přístup k ní jako ke kategorii funktorů zprvu trochu formální, jistě však později nahlédne jeho výhody. Ve třetí kapitole jde především o vztah mezi simpliciálními komplexy a jejich geometrickými realisacemi. Zvláštní pozornost je věnována kategorii Kelleyových prostorů (tj. topologických prostorů, v nichž je podmnožina uzavřená právě když je její průnik s každým kompaktním podprostorem uzavřený). Ve čtvrté kapitole je definována a zkoumána tzv. homotopická kategorie. Jde zhruba řečeno o kategorii zlomků vzniklou z kategorie simpliciálních komplexů tím, že se učiní invertibilními ty morfismy, které odpovídají v názorné představě homotopickým ekvivalencím. Tato kategorie a některé s ní příbuzné jsou klíčové pro zvolený přístup k algebraické topologii a proto je jim věnována speciální pozornost též v šesté kapitole (kde jsou zkoumány otázky exaktních posloupností, jimiž se též zabývá kapitola pátá) a v poslední sedmé kapitole, kde se jedná o jejich geometrické realisace. Dva dodatky, jimiž je kniha (velmi organicky) doplněna, se týkají otázek nakrytí a homologických grup.

Před první kapitolou je zařazen slovníček pojmů z teorie kategorií. V některých místech se sice odvolává na literaturu u nás těžko dostupnou, je to však naštěstí u pojmů, u nichž terminologie příliš nekolísá a čtenář si je tedy může najít jinde. Některé obecné věty a pojmy teorie kategorií jsou vkládány do textu, a to často těsně před místa, kde jsou potom použity. To pokládám za šťastné řešení — s větami teorie kategorií je totiž často ta potíž, že je člověk rychle pouští z hlavy nevěda k čemu by měly být dobré.

Kniha se nečte lehko, ale myslím, že stojí za námahu. Je možno ji doporučit jak těm, kteří již něco vědí o algebraické topologii a chtějí se poučit o metodách teorie kategorií, tak těm, kteří již něco vědí o teorii kategorií a zajímají se o algebraickou topologii. Konečně z ní může mít užitek i začátečník v obou zmíněných oborech — v tom případě je však asi vhodné studovat souběžně nějaké učebnice psané v klasičtějším duchu.

Aleš Pultr, Praha

Werner H. Greub: MULTILINEAR ALGEBRA. Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York, 1967 (Grundlehren in Einzeldarstellungen, Band 136). Str. 224, 32,— DM.

Tato kniha je v podstatě druhým dílem třetího vydání knihy Lineare Algebra z r. 1958. Ještě druhé vydání (Springer-Verlag 1963) sestávalo z jednoho svazku, obsahovalo však místo původní jedné kapitoly o multilineární algebře čtyři. Z nich nyní vznikla samostatná kniha o osmi kapitolách, terminologií i používáním výsledků závislá na třetím vydání knihy Linear Algebra (Springer-Verlag 1967, Grundlehren Band 97).

1. kapitola zavádí multilineární zobrazení a tenzorový součin vektorových prostorů. V 3. kap. je zkonstruována tenzorová algebra nad vektorovým prostorem. Kolem symetrie a antisymetrie v tenzorové algebře jsou vybudovány kapitoly 4.—7.: Základní pojmy ve 4. kap., studium vnějších algeber v kap. 5.—6., základní vlastnosti symetrické tenzorové algebry v kap. 7. Poněkud stranou stojí 2. kap. o tenzorovém součinu v prostorech s další strukturou: algebrách, gradovaných prostorech, diferenciálních prostorech. Konečně 8. kapitola aplikuje symetrii a antisymetrii na algebru multilineárních funkcí nad konečněrozměrným prostorem.

Zajímavé je srovnání s odpovídajícími kapitolami druhého vydání. Na rozdíl od nich se recenzovaná kniha zásadně zabývá vlastnostmi nezávislými na dimenzi a vyšetřování speciálních vlastností konečněrozměrných prostorů je odkázáno do zvláštních paragrafů resp. kapitol. Současně bylo opět odstraněno omezení na reálné a komplexní prostory, zavedené v 2. proti 1. vydání. I v jiných směrech se výklad zmodernizoval, zjednodušil a zhustil. Současně s preferencí konečněrozměrných prostorů zmizela centrální role báze. Nenajdeme téměř schéma definice — věta — důkaz a výklad se stává plynulým odvozováním dalších vzorců a vztahů, takže není snadné používat knihy jako příručky k vyhledání izolovaných výsledků. Dalším výrazným rysem výkladu je důsledná operátorová symbolika, při níž se ve vzorcích nevyskytují prvky základních prostorů, a mnoho „komutativních diagramů" v textu.

Celkově se dá říci, že knihu lze doporučit odborníkům v lineární a multilineární algebře a vůbec algebraikům z více důvodů. Předně je zde modernost výkladu, jehož forma sama je poučná. Pak je tu, zejména v kap. 6. a 7., množství zajímavých a hlubokých výsledků. Zdá se však, že mnohý, který není právě specialistou v pojednané látce, ocení, bude-li mít při studiu po ruce i 2. vydání, kde výklad není ještě tak formálně dokonalý, strohý a zbavený názorných vysvětlujících poznámek.

Petr Liebl, Praha

R. M. Smullyan: FIRST-ORDER LOGIC. Nakladatelství Springer, Berlin—Heidelberg—New York 1968. XII + 158 str. Vázané 36,— DM.

V této knize je podáván ucelený přehled logiky. Výklad je založen na pojmu stromu a jeho výhodou je poměrná jednoduchost, naproti tomu pojem důkazu, který je pro matematiku pojmem základním, je v tomto pojetí pouze pomocný. Tento přístup si můžeme objasnit na následujícím příkladu. Chceme např. dokázat, že formule $\neg((p \vee q) \mathbin{\&} (\neg p \mathbin{\&} \neg q))$ je tautologií; sestavme tedy následující strom, při čemž vycházíme z negace zadané formule:

(1)	$\neg(\neg((p \vee q) \mathbin{\&} (\neg p \mathbin{\&} \neg q)))$		
(2)	$(p \vee q) \mathbin{\&} (\neg p \mathbin{\&} \neg q)$		
(3)	$p \vee q$		
(4)	$\neg p \mathbin{\&} \neg q$		
(5)	q	(6)	p
(7)	$\neg p$	(8)	$\neg p$
(9)	$\neg q$	(10)	$\neg q$

který je sestrojen pomocí následujících pravidel:

(1) je tvaru $\neg(\neg A)$ tedy na další řádek je dovoleno napsat A; (2) je tvaru $A \& B$, tedy na další řádky smíme napsat (pod sebe) A i B; (3) je tvaru $A \vee B$, tedy na pátý řádek smíme napsat (ale vedle sebe!!) formule A, B. Až dosud jsme mohli používat všech formulí, ale nyní na konstrukci toho, co bude pod (5), již nesmíme použít (6) neboť (6) není nad (5). Nad (5) je např. (4), a tedy můžeme sepsat $\neg p$ a na další řádek $\neg q$. Úplně analogicky dostáváme (8) a (10), protože (4) je i nad (6). Nyní v každé větvi tj. maximální množině pod sebou jsoucích formulí je formule A i $\neg A$ (např. ve větvi (1), (2), (3), (4), (5), (7), (9) je to p a $\neg p$). Tím je dokázáno, že zadaná formule je tautologií.

V knize jsou všechny důležitější věty dokazovány několikrát — z různých hledisek. Tento přístup je velmi vhodný, protože osvětluje význam jednotlivých vět, ale mohl by vadit čtenáři, který by chtěl se pouze seznámit s nejdůležitějšími výsledky logiky.

Kniha je dělena do 3 částí. Část I (kapitoly 1—3) je věnována výrokovému počtu, druhá část (kapitoly 4—10) predikátovému počtu a poslední část Gentzenovu kalkulu a některým speciálním vlastnostem predikátového počtu. Kapitola 1 je věnována úvodu, pojmu stromu a definicím formule, Booleovského ohodnocení a tautologie. V kapitole 2 se zavádí pravidla konstrukce stromu pro výrokový počet a dokazuje se konsistence a kompletnost systému. Další kapitola se zabývá kompaktností a podává několik jejích důkazů.

V kapitole 4 se zavádějí pravidla konstrukce stromu pro predikátový počet, dokazuje se konsistence, kompletnost, kompaktnost a Skolemova-Löwenheimova věta pro predikátový počet. Další kapitola je věnována zobecnění důkazu věty o kompaktnosti, které je užitečné pro další výklad. V kapitole 7 se autor zabývá vztahem mezi výrokovým a predikátovým počtem. Následující kapitola je věnována srovnání autorova postupu s jinými axiomatikami predikátového počtu. V kapitolách 9, 10 jsou vyšetřovány některé speciální vlastnosti predikátového počtu.

Na začátku třetí části se autor zabývá Gentzenovým kalkulem. Kapitola 15 je věnována Creigově interpolační větě a Bethově větě o definovatelnosti. Závěr knihy obsahuje různé modifikace Gentzenova kalkulu např. s ohledem k interpolační větě.

Antonín Sochor, Praha

SYMPOSIUM PAPERS COMMEMORATING THE SIXTIETH BIRTHDAY OF KURT GÖDEL. V redakci J. J. Bulloffa, Th. C. Holyokeho a S. W. Hahna vydalo nakladatelství Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York 1969. XII + 195 str., 1 fotografie. Cena vázaného výtisku 39,—DM.

Tato kniha je soubor článků, které mají vztah k práci K. Gödla a je vydáváná na oslavu jeho 60 narozenin. K. Gödel se narodil r. 1906 v Brně a jeho jméno je nerozlučně spjato se základními matematickými disciplínami, hlavně matematickou logikou (např. věty o nerozhodnutelnosti aritmetiky), teorií množin (bezespornost axiómu výběru a zobecněné hypothesy kontinua) a mnoha dalšími. Kniha se sestává z devíti článků: STEPHAN F. BARKER: *Realism as a Philosophy of Mathematics*; HASKELL B. CURRY: *The Undecidability of λK-Conversion*; AZRIEL LEVY: *The Definability of Cardinal Numbers*; BERNARD MELTZER: *The Use of Symbolic Logic in Proving Mathematical Theorems by Means of a Digital Computer*; HERMAN RUBIN: *A New Approach to the Foundations of Probability;* GERALD E. SACKS: *Measurable-Theoretic Uniformity;* ROBERT M. SOLOVAY: *On the Cardinality of* $\sum_2^1$ *Sets of Reals;* GAISI TAKEUTI: *The Universe of Set Theory;* EDUARD WETTE: *Definition eines (relativ vollständigen) formalen Systems konstruktiver Arithmetik.*

Články jsou vysoké odborné úrovně a kladou také značné nároky na čtenářovy znalosti (např. je dobré, je-li čtenář Levyho článku obeznámen s Fraenkel-Mostowského permutačními modely; Takeuti předpokládá znalost Gödlova konstruktivního procesu; ...). Uveďme obsah alespoň některých článků blíže:

Článek S. F. Bakera se zabývá Gödlovým přístupem k filosofii matematiky. K. Gödel chápal např. množiny jako objekty nezávislé na našem myšlení i čase a budování teorie množin jako projev naší snahy o poznání těchto objektů. V článku jsou zkoumány a diskutovány některé námitky proti tomuto přístupu.

A. Levy zkoumá možnosti definice pojmu mohutnosti v teorii množin. Je známo, že pojem mohutnosti lze definovat např. v teorii množin s axiómem výběru nebo s axiómem regularity (axióm D, Fundierungsaxiom). V článku je naopak ukázáno, že v teorii množin bez dalších přidaných axiómů nelze pojem mohutnosti zavést termem, tj. nelze mohutnost popsat pomocí základních operací jako jsou průnik, rozdíl, kartézský součin a další.

V článku H. Rubina je podávána nová axiomatika teorie pravděpodobnosti svázaná s Gödelovou-Bernaysovou teorií množin.

Sacksův článek je výtahem z připravovaného rozsáhlejšího článku a autor v něm zkoumá použití metod teorie míry na teorii rekurse. Dále ukazuje, jak se pomocí teorie míry dá zobecniti Cohenova konstrukce (Cohen r. 1963 sestrojil model teorie množin, ve kterém neplatí hypothesa kontinua a pomocí různých modifikací jeho konstrukce byla dokázána bezespornost dalších tvrzení).

R. M. Solovay ve svém článku dokazuje, že následující výroky jsou ekvivalentní: 1) Každá nespočetná $\prod^1_1$ množina reálných čísel obsahuje perfektní podmnožinu, 2) Každá nespočetná $\sum^1_2$ množina reálných čísel obsahuje perfektní podmnožinu, 3) Z každého reálného čísla je možno konstruovat pouze spočetně mnoho reálných čísel.

Japonský matematik G. Takeuti se zabývá problémy jak „dlouhé" a „široké" je universum teorie množin, tj. přibližně řečeno jak daleko můžeme vytvářet ordinální čísla a jak veliká je potence dané množiny. Shrnuje známé výsledky a podává návrhy některých nových klasifikací.

Antonín Sochor, Praha

Otomar Hájek: DYNAMICAL SYSTEMS IN THE PLANE. Academic Press, London and New York 1968, str. 235, 40 Kčs.

Tato kniha je určena pro matematiky, kteří se zabývají teorií diferenciálních rovnic. Autor nejprve definuje velmi obecně dynamické systémy. Tento pojem původně vznikl na základě studia autonomních systémů obyčejných diferenciálních rovnic $\dot{x} = f(x)$, ale nyní lze pod tento pojem zahrnout i autonomní diferenciální rovnice v Banachových prostorech, parabolické rovnice, hyperbolické rovnice atd.

Nechť R^1 je reálná přímka a R^+ množina všech reálných nezáporných čísel. Nechť dále P je libovolná množina. Zobrazení T: $Q \to P$, $Q \subset P \times R^1$ se nazývá lokální dynamický systém (*ld*-systém), jestliže ke každému $x \in P$ existují α_x, β_x, $\alpha_x < 0 < \beta_x$ tak, že

1) $x \mathrm{T} \Theta$ je definována pro $\alpha_x < \Theta < \beta_x$,

2) $x \mathrm{T} 0 = x$,

3) $(x \mathrm{T} \Theta_1) \mathrm{T} \Theta_2 = x \mathrm{T} (\Theta_1 + \Theta_2)$, jestliže $x \mathrm{T} \Theta_1$ a levá nebo pravá strana jsou definovány.

Jestliže definiční obor T je celé $P \times R^1$, pak T se nazývá globální dynamický systém (*gd*-systém). V případě, že obor definice T je $Q \subset P \times R^+$ a podmínka 1) je změněna na: ke každému $x \in P$ existuje $\alpha_x > 0$, že $x \mathrm{T} \Theta$ je definováno pro $0 \leqq \Theta < \alpha_x$, podmínky 2), 3) jsou nezměněny, pak T se nazývá lokální semi-dynamický systém (*lsd*-systém). Jestliže obor definice *lsd*-systému je celé $P \times R^+$, pak T je globální semi-dynamický systém (*gsd*-systém). Je-li na množině P dána topologie, je možno tuto topologii rozšířit obvyklým způsobem na $P \times R^1$ (nebo $P \times R^+$). Jestliže zobrazení T je spojité a obor definice je otevřená množina, pak tyto dynamické systémy se nazývají spojité dynamické systémy.

V recensované knize se autor zabývá hlavně dvěma problémy: je to problém o rozšíření daného dynamického systému a problém existence a základních vlastností řezů.

Nejprve k první skupině problémů. Vzniká například otázka, zda každý *lsd*-systém může býti rozšířen na *ld*-systém nebo *gd*-systém. Tato otázka úzce souvisí s problémem, zda dynamický systém je jednoznačně určen svým lokálním průběhem. V knize je uvedeno několik vět, v nichž jsou nutné a postačující podmínky, při kterých je *lsd*-systém určen svým lokálním chováním. Z těchto vět plyne, že rozšíření nelze obecně provést na téže množině P. Autor však ukazuje, že předpoklad jednoznačnosti stačí, aby *lsd*-systém bylo možno chápat jako restrikci jistého *ld*-systému nebo *gd*-systému, který je definován na širším prostoru a je určen jednoznačně až na isomorfismus. Pro spojité systémy jsou odpovídající problémy složitější. I když například spojitý *ld*-systém lze vždy rozšířit na spojitý *gd*-systém, ukazuje se, že rozšířený prostor nemusí být Hausdorffovým prostorem, i za předpokladu, že původní prostor byl Hausdorffův. V této souvislosti se autor zabývá konstrukcí nejhrubší topologie, při níž všechna řešení jsou spojitá a problémem metrisovatelnosti této topologie.

Druhé skupině problémů, tj. základním vlastnostem řezů a transversál, je věnována pozornost od šesté kapitoly. Zde je uvedena věta o rozšíření kompaktního řezu v případě, že P je úplně regulární prostor. Teorie řezů a transversál je vhodnou pomůckou pro řešení mnoha problémů kvalitativní teorie dynamických systémů. V této části knihy se předpoklady o P postupně zesilují. Nejprve se předpokládá, že P je Tichonovův prostor, pak lokálně kompaktní, dále se předpokládá, že P je n-rozměrná varieta a nakonec, že P je dvourozměrná varieta s dichotomií (uzavřená prostá křivka dělí P na dvě části). Jsou odvozeny výsledky týkající se invariantních množin, limitních množin, orbitálně stabilních trajektorií, Lagrangeovsky a Poissonovsky stabilních trajektorií atd. V případě, že P je dvourozměrná varieta s dichotomií, autor uvádí nejdůležitější věty z teorie dynamických systémů v rovině.

I když vyšetřování dynamických systémů je provedeno velmi obecně (jsou například vyšetřovány kategorie dynamických systémů), je kniha napsána velmi srozumitelně a teorie je vždy doplněna řadou vhodně zvolených příkladů.

Ivo Vrkoč, Praha

C. S. Ogilvy, J. T. Anderson: EXCURSIONS DANS LA THÉORIE DES NOMBRES, Dunod, Paris 1970 (SCIENCE-POCHE 24), str. 160, 13 obr., cena neudána.

Francouzský překlad anglického originálu z r. 1966. Knížka určená k popularisaci některých vybraných partií teorie čísel (partií spíše „aritmetického“ charakteru) a zaměřená na informaci studujícím a nematematické veřejnosti. Je psána velmi svěže (a pochopitelně populárně). Obsahuje řadu zajímavostí, které jsou vybrány se záměrem upoutat čtenářův zájem. Neobsahuje však ucelený výklad žádného tématu, kterého se dotýká. Následující heslovitý výběr snad poněkud přiblíží obsah knížky: prvočísla (Mersenne, Fermat, rozložení prvočísel), kongruence, Pascalův trojúhelník, diofantické rovnice, dokonalá čísla, iracionální čísla, řetězové zlomky, Fibonacciova posloupnost.

Břetislav Novák, Praha

Yu. V. Linnik: ERGODIC PROPERTIES OF ALGEBRAIC FIELDS, Springer-Verlag Berlin—Heidelberg—New York 1968 (Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete—Band 45), stran IX + 192, DM 44, US $ 11.00.

Recensovaná kniha je překlad u nás dostupného ruského originálu, který vyšel v r. 1967 v Leningradě. Rychlost, s níž byl překlad vydán, jen potvrzuje skutečnost, že kniha obsahuje zpracování tematiky, která je zcela původní a v monografické literatuře jinak nezastoupená.

Abychom přiblížili obsah knihy, připomeňme nejprve známou ergodickou větu a její nejznámější aplikaci v teorii čísel — aplikaci na metrickou teorii řetězových zlomků (Ryll-Nardzewsky 1951).

Buď $\mathbf{B}$ σ-algebra na množině B a μ (úplná) míra na $\mathbf{B}$, $\mu(B) = 1$. Je-li T invariantní zobrazení B

do sebe (tj. $\mu(T^{-1}A) = \mu(A)$ pro všechna $A \in \mathbf{B}$) a je-li f integrovatelná (reálná) funkce na B, existuje pro skoro všechna $x \in B$ (skoro všechna vzhledem k μ) limita

$$(*) \qquad \lim_{n \to +\infty} \frac{1}{n} \sum_{j=0}^{n-1} f(T^j x) = f^*(x)\,,$$

kde f^* je integrovatelná a pro skoro všechna $x \in B$ je $f^*(Tx) = f(x)$, $\int_B f\,\mathrm{d}\mu = \int_B f^*\,\mathrm{d}\mu$. Je-li zobrazení T navíc ergodické (tj. je-li $A \subset B$, $T^{-1}A = A$, je buď $\mu(A) = 0$ neb $\mu(B - A) = 0$), je f^* skoro všude konstantní a místo $f^*(x)$ lze v (*) psát $\int_B f\,\mathrm{d}\mu$.

Buď nyní $B = \langle 0, 1 \rangle$, $T(x) = 1/x - [1/x]$ pro $x \neq 0$, $T(0) = 0$, $a(x) = [1/x]$, $x \neq 0$, $a(0) = 0$ (hranaté závorky označují celou část). Snadno nahlédneme, že vyjádření iracionálního čísla $x \in B$ pomocí řetězového zlomku $x = \{0; a_1, a_2, \ldots\}$ ($a_1, a_2, \ldots$ jsou přirozená čísla) získáme ze vztahů $a_n = a_n(x) = a(T^{n-1}x)$, $n = 1, 2, \ldots$ (obdobně pro x racionální, ale od jistého místa budou nuly). Celkem snadno lze ukázat, že definujeme-li na systému $\mathbf{B}$ všech lebesgueovsky měřitelných množin míru μ vztahem

$$\mu(A) = \frac{1}{\lg 2} \int_A \frac{\mathrm{d}x}{1 + x}\,,$$

je zobrazení T invariantní a ergodické vzhledem k μ a množiny invariantní vzhledem k T (tj. $T^{-1}A = A$) jsou jen triviální. Podle výše uvedené ergodické věty máme pro skoro všechna $x \in B$ (vzhledem k μ a tedy i vzhledem k Lebesgueově míře na B)

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} \lg a(T^{j-1}x) = \lim_{n \to +\infty} \lg \sqrt[n]{(a_1(x)\, a_2(x) \ldots a_n(x))} = \frac{1}{\lg 2} \int_0^1 \lg \left[\frac{1}{x}\right] \frac{\mathrm{d}x}{1 + x} = c\,,$$

kde c je jistá konstanta, tj. dostáváme známou Chinčinovu větu z r. 1935. V uvedeném příkladě se jedná pouze o použití známé obecné ergodické věty. V Linnikově knize jde spíše o využití postupů, které mají výrazně ergodický charakter.

Naznačme nyní problematiku, které je (přes svůj název) věnovaná převážná část knihy. Je-li m dostatečně velké přirozené číslo, pak vztah

$$(**) \qquad x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_n^2 = m$$

obecně nemusí mít řešení v celých $x_1, x_2, \ldots, x_n$ (např. pro $n = 1$). Jak známo (Lagrangeova věta) pro $n \geqq 4$ existuje vždy celočíselné řešení. Buď nejprve $n \geqq 4$. Počet všech celočíselných řešení vztahu (**) je asymptoticky (pro $m \to +\infty$) roven $m^{n/2-1} S_n(m)$, kde $S_n(m)$ je jistá funkce, pro niž pro každé $\varepsilon > 0$ platí nerovnosti $c_1 m^{-\varepsilon} < S_n(m) < c_2 m^{\varepsilon}$ s kladnými konstantami $c_1 = c_1(\varepsilon)$, $c_2 = c_2(\varepsilon)$. Zkoumejme nyní rovnoměrné rozložení mřížových bodů (tj. bodů s celými souřadnicemi) na kouli (**), tj. zvolme „dostatečně rozumnou“ oblast na této kouli a zajímejme se o počet mřížových bodů, které padnou do této oblasti. Lze ukázat (Malyšev pomocí analytické teorie čísel důmyslným využitím Kloostermanových součtů), že tento počet je (asymptoticky pro $m \to +\infty$) úměrný „úhlu“, z něhož je daná oblast viděna z počátku souřadnic.

Analytické metody však zcela selhávají pro $n = 2, 3$. Základní potíž vyplývá již z toho faktu, že pro tato n má vztah (**) celočíselné řešení jen pro některá m. Omezíme-li se pro jednoduchost na případ $n = 3$, který je v knize hlavně vyšetřován, nesmí být m tvaru $4^a(8b + 7)$. Buď pro jednoduchost m liché číslo, které splňuje podmínku $m \not\equiv 7 \pmod 8$. V r. 1935 ukázal C. L. Siegel, že pro tato m splňuje počet r_m mřížových bodů, ležících na (**) pro každé $\varepsilon > 0$ nerovnosti $c_1 m^{1/2-\varepsilon} < r_m < c_2 m^{1/2+\varepsilon}$ (pro $m \to +\infty$, kde $c_1 = c_1(\varepsilon)$, $c_2 = c_2(\varepsilon)$ jsou kladné konstanty). Omezme se nadále na primitivní mřížové body, které leží na kouli (**), tj. největší společný dělitel jejich souřadnic je roven jedné (snadno lze ukázat, že toto omezení je „řádově" nepodstatné). Nyní lze každému primitivnímu mřížovému bodu X na kouli (**) jednoznačně přiřadit ortogonální matici P_X jistého typu (její prvky jsou racionální čísla s pevným jmenovatelem) tak, že $P_X X$ je opět primitivní bod na kouli (**) různý od X. Tento postup lze opakovat a dostaneme tak zobrazení T množiny všech primitivních bodů koule (**) do sebe. Protože T zobrazuje konečnou množinu do sebe, musí posloupnost X, TX, $T^2X, \ldots$ obsahovat cykl. Lze ukázat, že dokonce celá tato posloupnost je vždy cyklem, jehož délka bude „v průměru" lg m. Vezmeme-li nyní „dostatečně rozumnou" oblast Ω na kouli (**), lze ukázat, že „podstatný" počet uvedených cyklů má tu vlastnost, že průměrný počet jeho prvků, které leží v oblasti Ω, je (asymptoticky) úměrný „úhlu", pod nímž je vidět Ω z počátku souřadnic. (Ergodický charakter tohoto výsledku nahlédneme snadno z uvedené obecné ergodické věty, je-li f charakteristická funkce některé měřitelné množiny.) Z těchto úvah dostaneme prakticky stejný výsledek, jaký byl pro $n \geqq 4$ citován výše.

V knize je ještě podrobně rozebrána aplikace uvedených myšlenek na případ hyperboloidu (dvoudílného v kapitole 5, jednodílného v kapitole 6). Řada myšlenek o aplikaci a zobecnění metody na jiné diofantické rovnice resp. jisté jejich systémy je jen načrtnuta (většinou v závěrečných kapitolách).

Aplikace na algebraická číselná tělesa je jen naznačena. Tak např. řešení rovnice (**) v celých číslech (pro $n = 3$) lze interpretovat pomocí kvaternionů, které lze zase representovat jistými maticemi čtvrtého řádu a tyto matice pak dávají representaci algebraického rozšíření tělesa racionálních čísel (přesně jeho celých čísel). Autor (bez přesné formulace) uvádí některé souvislosti počtu tříd ideálů v těchto tělesech a naznačuje další zobecnění.

Kniha shrnuje převážně autorovy výsledky (prvá práce související s touto tematikou je z r. 1940); v některých částech uvádí neb reprodukuje výsledky A. V. Malyševa, B. F. Skubenko a (v desáté kapitole věnované modelování Brownova pohybu) také I. P. Kubiljuse. Závěrem možno říci, že kniha obsahuje výklad metody, která v teorii mřížových bodů i v teorii alg. těles dává výsledky jinak doposud nedosažitelné. Kromě podrobného výkladu (kap. 1—6) obsahuje i náčrty dalších aplikací. Četba knihy je však velmi obtížná i z následujících dvou důvodů. Kniha jednak používá a její četba vyžaduje jistou zběhlost v řadě disciplín (aritmetická teorie matic, počet pravděpodobnosti, částečně též prostředky analytické teorie čísel atp.), jednak — a to hlavně — vyžaduje kritického čtenáře, který umí pochopit autorovy myšlenky leckde velmi zběžně formulované (jako bohužel ve všech Linnikových knihách, které recensent zná) a umí si pro sebe upravit autorovy úvahy a odstranit nedopatření (nepočítaje tiskové chyby). Knihu lze ovšem vřele doporučit jako velmi podnětný nástin nové, nadějné metodiky v teorii čísel.

Břetislav Novák, Praha

Ludvík Prouza: ÚVOD DO TEORIE A APLIKACÍ LINEÁRNÍCH IMPULSNÍCH SOUSTAV. Vydala Academia, naklad. ČSAV, Praha 1967, vědecký redaktor Doc. Ing. Jaroslav Skála, CSc. Recensent Ing. Jiří Vlach, CSc., I. vydání — 168 str. (12 obr.), cena brož. výtisku Kčs 13,50.

Zásluhou nakladatelství Academia vychází kniha našeho předního odborníka v oboru impulsních i spojitých systémů Dr. L. Prouzy, která představuje významný příspěvek k dosavadní literatuře přístupné našemu čtenáři. Mezi přednosti knihy patří především velmi zdařilý výběr látky, v níž se sice autor omezuje jenom na nejpodstatnější partie z teorie lineárních impulsních soustav, ale teoretický výklad doplňuje řadou pečlivě zpracovaných příkladů, které čtenáři umožňují proniknout do problematiky impulsních systémů a naučit se samostatně používat teoretických výsledků. Tím je kniha důležitou přípravou ke studiu podrobnějších monografií a pojednání rozptýlených v odborných časopisech.

Matematické zpracování látky je na rozdíl od některých zahraničních monografií velmi pečlivé a rigorózní, ale při tom velmi úsporné. Především se autor snaží vyjít s co nejmenším počtem zaváděných matematických pojmů a provádí důkazy jednotlivých teorémů tak, aby si čtenář mohl snadno doplnit použité věty z dostupné matematické literatury. Snaha autorova je učinit výklad lehče dostupným inženýrovi, který dosáhl matematického vzdělání jenom z přednášek na vysoké škole.

V úvodní části autor motivuje problematiku impulsních soustav a připravuje si základní matematický aparát, jímž je teorie lineárních diferenčních rovnic s konstantními koeficienty a základní vlastnosti transformace Z. Rovněž jsou vyloženy elementárním způsobem základní pojmy z teorie náhodných stacionárních posloupností.

Po těchto úvodních výkladech přechází autor k vlastnímu tématu knihy. Nejprve probírá základní vlastnosti lineárních impulsních soustav a uvádí nejdůležitější příklady lineárních impulsních filtrů. Po partii věnované predikci a filtraci stacionárních náhodných posloupností přechází autor na studium hybridních soustav, vytvořených kombinací impulsních a spojitých lineárních filtrů. Přitom impulsní soustavy mohou vzniknout ze spojitých systémů. Látka je opět doplněna řadou příkladů speciálních soustav.

Při studiu hybridních soustav používá autor zobecnění transformace Z a jejích modifikací; matematický výklad teorie zobecněné transformace Z je nepochybně lehce dostupný a danou problematikou motivovaný, ale zdá se, že nepatrně obecnější přístup k matematickým otázkám by umožnil učinit výklad přehlednějším.

Poslední část knihy je věnována otázkám modelování lineárních impulsních soustav jak na analogovém, tak i na číslicovém počítači. Jak známo, je analogový počítač stále ještě nejlepším prostředkem k vyšetřování složitých dynamických soustav, lineárních i nelineárních, zvláště pro případ spojitých systémů. Na druhé straně číslicový počítač je vhodný zvláště pro modelování impulsních soustav bez spojitých bloků. V případě hybridních soustav se proto nevýhody použití obou typů počítačů vzájemně kompenzují. Autorův výklad je zaměřen především na modelování na analogonu, kdežto možnost modelování na číslicovém počítači je vyložena na základě zobecněné transformace Z.

Kniha je doplněna stručným historickým přehledem o teorii impulsních systémů včetně naznačení matematického aparátu používaného různými autory. V knize též čtenář najde tabulku transformace Z a česko-rusko-anglický slovníček odborných výrazů. Na závěr je přidána dosti podrobná bibliografie z oboru teorie impulsních soustav a k ní se vížícího matematického aparátu, která je rozdělena na část knižních publikací a na část článků v časopisech.

Karel Winkelbauer, Praha

Sherman K. Stein: MATHEMATICS — THE MAN-MADE UNIVERSE. 2. vydání. Freeman & Comp., San Francisco 1969. XVI + 415 str., 280 obr.

Kniha vznikla na základě materiálu, připraveného autorem pro přednášky, které mají uvést do moderní matematiky vysokoškolské studenty nematematických oborů. Není to ve skutečnosti učebnice, ale, jak praví její podtitul, „an introduction to the spirit of mathematics". Dílo podává široký pohled na základní ideje matematiky ve snaze ukázat jak jejich konkrétní motivaci, tak i krásu abstraktního myšlení. Témata jednotlivých kapitol jsou vybrána z teorie čísel, topologie, teorie množin, geometrie, algebry i analýzy a ukazují tyto obory nikoliv jako uzavřené a izolované celky, ale v jejich těsné a pevné souvislosti.

Autor se snažil zachovat přesnost matematického myšlení zároveň se „čtivostí" knihy. Důkazy týkající se topologie a analýzy nejsou tak rigorózní jako ty, které se týkají algebry a teorie čísel (srov. např. str. 214, stahování pružného vlákna). Tomu se však asi nebylo možno vyhnout, měl-li být zachován v podstatě elementární charakter knihy.

Druhé vydání obsahuje řadu změn, vycházejících ze zkušeností s prvním vydáním. Byly přidány dvě kapitoly (jedna z nich o geometrii) a několik dodatků.

Dílo je určeno především vysokoškolským studentům, jejichž hlavním oborem není matematika, i studentům gymnasií. Přečte si ji však se zájmem i „zvídavý dospělý", jak říká autor. Řada cvičení umožňuje čtenáři dobře zvládnout vyloženou látku, čímž je míněno především pochopení základních myšlenek.

Jiří Jarník, Praha

DÁLE VYŠLO

Jaroslav Morávek - Milan Vlach: ODDĚLITELNOST MNOŽIN, Praha 1969, 72 stran, cena Kčs 6,50.

Ján Gatial - Milan Hejný: STAVBA LOBAČEVSKÉHO PLANIMETRIE, Praha 1969, 120 stran, cena Kčs 7,—.

Lev Bukovský - Igor Kluvánek: DIRICHLETOV PRINCÍP, Praha 1970, 60 stran, cena Kčs 6,—.

Karel Hruša: POLYNOMY V MODERNÍ ALGEBŘE, Praha 1970, 104 stran, cena Kčs 8,—.

Stanislav Horák: MNOHOSTĚNY, Praha 1970, 88 stran, cena Kčs 8,—.

Jsou to další příspěvky (pořadová čísla 23 až 27) v edici Škola mladých matematiků, kterou připravuje ústřední výbor matematické olympiády a vydává nakladatelství Mladá fronta.

Jan Vyšín - Vlastimil Macháček - Jiří Mída - Jozef Moravčík: OSMNÁCTÝ ROČNÍK MATEMATICKÉ OLYMPIÁDY, SPN, Praha 1970, 181 stran, cena Kčs 9,50.

Zpráva o řešení úloh ze soutěže konané ve školním roce 1968—1969 a o XI. mezinárodní matematické olympiádě.

Redakce