Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Josef Kašpr
Jak lze najíti třetí mocninu a odmocninu čísel dekadických

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 17 (1888), No. 1, 28--30

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/109152

můžeme hořejší poučku krátce psáti

$$(1) \qquad d^2 = ab + c^2.$$

Z obrazce jest patrno, že $b = a - 2x$ aneb $a = b + 2x$, což postupně do vzorce (1) dosazeno, dá v případě prvém

$$d^2 = a^2 + c^2 - 2ax,$$

v případě druhém

$$d^2 = b^2 + c^2 + 2bx.$$

Rovnice tyto vyjadřují t. z. rozšířenou poučku Pythagorovu, první pro trojúhelník ostroúhlý, druhá pro trojúhelník tupoúhlý.

Píšeme-li za $x = c \cos(a, c)$ do rovnice první a $x = -c \cos(b, c)$ do rovnice druhé, obdržíme

$$d^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos(a, c),$$
$$d^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos(b, c),$$

což jest poučka Carnotova.

Jednoduchou dedukcí lze tedy vyvinouti poučku Carnotovu z poučky Ptolemaeovy.

Je-li čtyřúhelník do kružnice vepsaný obdélníkem, jest též $b = a$, čímž rovnice (1) nabude tvaru

$$d^2 = a^2 + c^2,$$

což jest poučka Pythagorova.

Jak lze najíti třetí mocninu a odmocninu čísel dekadických.

Napsal

Josef Kašpr,

professor při real. gymnasiu na Smíchově.

Chceme nejprve ukázati, jak lze dekadická čísla dvou- a víceciferná snadným a přehledným způsobem umocňovati na třetí. Vzorec podle něhož umocňování toto zřízeno jest, upraven jest ze známého vzorce

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

tím, že z prostředních dvou členů pravé strany vyjmut jest společný činitel; tedy

$$(a + b)^3 = a^3 + 3(a + b)ab + b^3.$$

Budiž podle tohoho vzorce umocněno číslo dvouciferné, na př. 87; tu klademe $a = 80$, $b = 7$, tudíž

$$\begin{array}{rr}
\multicolumn{2}{c}{87^3} \\
\hline
80^3 & 512000 \\
261.560 & 146160 \\
7^3 & 343 \\
\hline
\multicolumn{2}{c}{87^3 = 658503.}
\end{array}$$

Je-li umocňovati na třetí číslo trojciferné, na př. 876, bude

$$a = 870,\ b = 6$$
$$3\,(a + b) = 2628,\ ab = 5220.$$

Opisujíce to, co v prvém příkladě bylo již psáno, vypouštějme nully a pamatujme, že za to součin $3\,(a + b)\,ab$ psáti jest o dvě místa, kubus b^3 o jedno místo v pravo.

$$\begin{array}{rr}
\multicolumn{2}{c}{876^3} \\
\hline
8^3 & 512 \\
261.56 & 14616 \\
7^3 & 343 \\
2628.522 & 1371816 \\
6^3 & 216 \\
\hline
\multicolumn{2}{c}{876^3 = 672221376.}
\end{array}$$

Z toho zajisté již patrno jest, jak snadno a přehledně, zvláště když součin $3\,(a + b)\,ab$ stranou vypočítáváme, vyhledává se třetí mocnina čísel dekadických.

Abychom nalezli třetí odmocninu čísla dekadického, ku př. $\sqrt[3]{2197}$, veďme si takto:

Nejprve ustanovme, jak obyčejně se děje, $a = 10$; pak pokračujme dle známého způsobu hledajíce b. Učiníce, jak naznačeno, smíme děliti 11 číslem 3; tím dostáváme $b = 3$, jež hned příslušně zapíšeme.

$$\begin{array}{ll}
\sqrt[3]{2|197} = 13 & \\
1\ldots & \\
\hline
1197 : 3 & \\
117. & 39.30 \\
27 & 3^3 \\
\hline
0. &
\end{array}$$

Jakmile však nalezneme b, ihned tvořme $3\,(a + b) = 39$, pak $ab = 30$, a tudíž i $3\,(a + b)\,ab = 1170$, jak učiněno zapisujíce. Přičiníce pak ještě b^3, odčítejme a shledáme, že hledaná odmocnina jest 13.

Ku objasnění věci stůj zde ještě tento příklad:

$$\begin{array}{lll}
\sqrt[3]{12|812|904} = 234 & & \\
4812 : 12 & & \\
414 & 69.6 & \\
27 & 3^3 & \\
\hline
645904 : 1587 & & \\
64584 & 702.92 & \\
64 & 4^3 & \\
\hline
0. & &
\end{array}$$

Čtyrstěn, osmistěn a klenec.

Podává

Jakub Hron,

gymn. professor v Hradci Králové.

Čtyrstěn a osmistěn bývají uváděny jako platonická tělesa pravidelná v měřictví, klenec zase jako základný tvar soustavy šesterečné v hráněpise; zde jest věnována pozornosť některým jich vlastnostem měřickým.

Zvláště pozoruhoden jest klenec, který obmezen jest kosočtverci obsahujícími úhel 60°; neboť ostré hrany klence takového rovnají se hranám pravidelného čtyrstěnu 70°30′43″ a tupé hrany hranám pravidelného osmistěnu 109°27′59″.

Proložíme-li totiž rovinu tak, aby procházela konci hran v ostrém hrotu se sbíhajících, odřízne tato rovina od klence čtyrstěn pravidelný; učiníme-li totéž i na protějším hrotu, vznikne druhý čtyrstěn pravidelný. Zbytek pak představuje pravidelný osmistěn, jenž obmezen osmi shodnými stejnostrannými trojúhelníky, a jehož pásný řez tvoří čtverec. Jiné vlastnosti všem třem tvarům společné jsou: položíme-li je všechny na podstavu vodorovnou, aby pevně stály, mají všechny tři rovné výšky; povrchy jejich při stejné délce hrany jsou v poměru 1 : 2 : 3 a obsahy v poměru 1 : 4 : 6.

Považujeme-li osmistěn za protihranol — antiprisma dle Wittsteina — a vedeme-li střední řez rovnoběžně se základnou, vznikne pravidelný šestiúhelník jako středním řezem u klence.
