

Acta Universitatis Palackianae Olomucensis. Facultas Rerum  
Naturalium. Mathematica

---

Milan Král

Die Bestimmung des ARMA Modells der stationären Zeitreihe

*Acta Universitatis Palackianae Olomucensis. Facultas Rerum Naturalium. Mathematica*, Vol. 28 (1989), No. 1, 227--242

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/120217>

**Terms of use:**

© Palacký University Olomouc, Faculty of Science, 1989

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

Katedra matematické analýzy a numerické matematiky  
přirodovědecké fakulty Univerzity Palackého v Olomouci

Vedoucí katedry: Doc.RNDr. Jindřich Palát, CSc.

## DIE BESTIMMUNG DES ARMA MODELLS DER STATIONÄREN ZEITREIHE

MILAN KRÁL

(Vorgelegt am 10.Mai 1988)

Von den drei Standardmodellen mit endlich vielen Parametern, die stationäre Prozesse beschreiben, ist das Modell vom Typus ARMA (autoregressive/moving average) das allgemeinste. Aus diesem Grunde ist die Konstruktion gerade dieses Modells ausführlich studiert worden.<sup>1)</sup>

Die existierenden Methoden zur Bestimmung des ARMA Modells sind unterschiedlicher Art: während einige Methoden auf Betrachtungen im Zeitraum basieren, gründen andere auf Betrachtungen im Frequenzraum. Üblicherweise werden die Ergebnisse, die in einem Raum erzielt worden sind, mit denjenigen aus dem anderen Raum verglichen und beurteilt. Das Problem der Methoden ist oft die Wahl bzw. Festsetzung der Ordnung des Modells und die Abschätzung der zugehörigen Koeffizienten. In diesem Arti-

---

<sup>1)</sup> Fast vollständige Bibliographie findet man in den Quellen [1].

kel will ich eine Methode beschreiben, die keine vorhergehende Abschätzung der Koeffizienten braucht und in der sich die Ordnung des Modells aus der Realisation eines geeigneten Arbeitszyklus ergibt. Durch das Fortschreiten vom einfachsten Modell zu komplizierteren Modellen und durch die konsequente Anwendung des AIC Kriteriums von Akaike wird erreicht, dass die resultierenden Modelle am einfachsten sind. Die Durchführung der Rechnungen ist in breitem Masse automatisierbar.

Zur Beschreibung der Methode erwähnen wir kurz die Problematik: das gemischte ARMA Modell der Ordnung  $(k,1)$  für die zentrierte stationäre Zeitreihe

$$X_t, t = 1, 2, \dots, N,$$

hat die Form

$$X_t + a_1 X_{t-1} + \dots + a_k X_{t-k} = \varepsilon_t + b_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + b_l \varepsilon_{t-l}, \quad (1)$$

wo

$$\varepsilon_t, t = \dots -2, -1, 0, 1, 2, \dots$$

die Zeitreihe vom Charakter des weissen Rauschens (purely random process) ist.

Wir bemerken, dass aus der Theorie der Systeme [2] folgt, dass ohne weitere Bedingungen das Modell (1) nicht eindeutig identifizierbar ist in dem Sinne, dass allgemein mehrere Mengen von Koeffizienten  $a_1, a_2, \dots, a_k; b_1, b_2, \dots, b_l$  existieren können, die dieselbe Autokorrelationsfunktion ergeben. Wir befassen uns mit dieser Tatsache am Ende im Applikationsbeispiel.

Für die Bestimmung des Modells (1) gibt der Frequenzraum den Folgenden fast geradelinigen Weg: wie bekannt, hat die nicht normalisierte Spektraldichte, welche zum Modell (1) gehört, die Form einer rationalen gebrochenen Funktion in  $z = \exp(-i\omega)$ ; explizit ausgeschrieben hat sie die Gestalt

$$h(\omega) = \frac{\sigma_{\epsilon}^2}{2\pi} \frac{|1 + b_1 z + \dots + b_l z^l|^2}{|1 + a_1 z + \dots + a_k z^k|^2}, \quad (2)$$

wobei  $\omega$  die Kreisfrequenz und

$\sigma_{\epsilon}^2$  die Varianz des weissen Rauschens ist.

Wenn wir die Funktion  $I^*(\omega)$  (das sogenannte modifizierte Periodogramm) mit der Beziehung

$$I^*(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{s=-(N-1)}^{N-1} \hat{R}(s) \cdot \exp(-i\omega s)$$

definieren, wo

$$\hat{R}(s) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N-s} X_t \cdot X_{t+s}$$

die Abschätzung der Autokovarianz ist, so gilt es asymptotisch

$$E[I^*(\omega)] \sim h(\omega)$$

für alle  $\omega$ ,  $-\pi \leq \omega \leq \pi$ .

Das ist ein bekanntes Resultat der Theorie der Spektren. Daraus kann man schliessen, dass das Problem der Bestimmung von Koeffizienten  $a_1, a_2, \dots, a_k$ ;  $b_1, b_2, \dots, b_l$  aus mathematischer Sicht dem Durchlegen (fitting) der rationalen gebrochenen Funktion (2) durch die Menge der Werte des modifizierten Periodogrammes ist. Das ist die Grundidee von **Reveim [3]**, der zum erstenmale das Problem der Bestimmung des ARMA Modells im Frequenzraum löste.

Die Durchführung dieser und ähnlicher Ideen ist aber komplizierter, wie oben gesagt worden ist: es ist nötig die Ordnung des Prozesses ( $k, l$ ) und die Anfangsabschätzungen der Koeffizienten  $a_1, a_2, \dots, a_k$ ;  $b_1, b_2, \dots, b_l$  zu kennen. Diese An-

gaben sind in dem Frequenzraum praktisch nicht erreichbar. Deswegen muss man im Zeitraum anfangen.

Die Arbeitsweise der Bestimmung des ARMA Modells, die wir beschreiben wollen, ist darum in drei Phasen geteilt:

1. Die Bestimmung einer Menge von Modellen, die als passende Modelle in Betracht kommen - im Zeitraum.
2. Genauere Bestimmung der Koeffizienten der Modelle dieser Menge im Frequenzraum und die Durchführung der engeren Auswahl.
3. Die Kontrolle der Modelle mit dem Up Test und die Prüfung der Stationarität.

Beschreiben wir ausführlicher die einzelnen Phasen.

#### I. Der Zeitraum

Die Ergebnisse, die wir im Zeitraum gewinnen, haben den Charakter einer Vorbereitung und deshalb arbeiten wir unter gewissen Vereinfachungen und stützen uns auf die sogenannte unexakte likelihood Funktion (genauer loglikelihood Funktion), was zu der Minimalisation des Ausdrucks

$$Q(a_1, a_2, \dots, a_k; b_1, b_2, \dots, b_l) = \sum_{t=k+1}^N \epsilon_t^2$$

führt; in diesem Ausdruck ist

$$\epsilon_t = \begin{cases} 0, & t = 0, 1, \dots, k; -1, -2, \dots, -(1-k-1), \\ X_t + \sum_{r=1}^k a_r X_{t-r} - \sum_{s=1}^l b_s \epsilon_{t-s}, & t > k, \end{cases}$$

(der bekannte Kunstgriff von Box-Jenkins).

Diese Minimalisation entspricht beinahe den Abschätzungen nach dem Prinzip der kleinsten Quadrate [4].

Für die Realisation ist sehr wichtig, dass wir bei der

Minimalisation immer von den Nullwerten der Parameter ausgehen können. Auf diese Weise bestimmen wir die Abschätzung der Koeffizienten  $a_1, a_2, \dots, a_k; b_1, b_2, \dots, b_l$  des Modells (1). Bezeichnen wir sie  $\hat{a}_1, \hat{a}_2, \dots, \hat{a}_k; \hat{b}_1, \hat{b}_2, \dots, \hat{b}_l$ .

Für diese Werte machen wir die Abschätzung der Varianz

$$\hat{\sigma}_\epsilon^2 = \frac{1}{N-k} Q(\hat{a}_1, \hat{a}_2, \dots, \hat{a}_k; \hat{b}_1, \hat{b}_2, \dots, \hat{b}_l)$$

und prüfen den Wert des AIC Kriteriums von Akaike

$$AIC(k,l) = (N-k) \cdot \log \hat{\sigma}_\epsilon^2 + 2(k+l+1) .$$

Diesen Elementarprozess führen wir in einem Doppelzyklus auf folgende Weise durch: zuerst machen wir die Rechnung mit  $k = 0$  und  $l = 0$  (das Modell der Form des weissen Rauschens). Dann setzen wir für alle  $k \geq 0$  und  $l \geq 0$ , für die  $k+l = 1$  ist, fort; dabei beginnen wir mit  $k = 1$  und gehen mit  $k$  nach unten. Weiter für alle  $k \geq 0$  und  $l \geq 0$ , für welche  $k+l = 2$  ist; dabei beginnen wir mit  $k = 2$  und gehen mit  $k$  nach unten, usw. Es geht also um ein Diagonalverfahren bei der Auswahl der Paare  $k, l$ , wie das auf folgendem Schema veranschaulicht ist:

k \ l	0	1	2	3	4
0	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4
1	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4
2	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4
3	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4
4	4,0	4,1	4,2	4,3	4,4

→ MA

↓  
AR

Wir beenden das Verfahren, wenn der Minimalwert von AIC in einer bestimmten Diagonale grösser ist als das minimale AIC in der vorausgehenden Diagonale.

Dann ordnen wir alle berechneten Fälle dem wachsenden AIC Kriterium nach in eine Folge und wählen einige aus, die das kleinste AIC besitzen.

Man kann diese Auswahl nicht automatisieren: es geht darum, wie die Werte von AIC verteilt sind und dasselbe gilt für die Verteilung der Parameter der ausgewählten Modelle.

Die separierte Menge von Modellen ist die Grundlage für die Arbeit im Frequenzraum.

## II. Der Frequenzraum

Wie schon in der Einführung gesagt worden ist, reduziert sich das Problem der Bestimmung des Modells im Frequenzraum auf das Finden der rationalen gebrochenen Funktion in  $z = \exp(-i\omega)$ , die durch die Werte des modifizierten Periodogramms hindurchgelegt (fitted) wird.

Die technische Durchführung dieses Gedankens ist folgende: wenn wir mit dem klassischen Periodogramm mit den Argumenten

$$\omega_j = \frac{2\pi}{N} j, \quad j = 1, 2, \dots, N_p, \quad N_p = \left[ \frac{N}{2} \right] - 1$$

und Periodogrammwerten  $P(\omega_j)$  arbeiten, dann ist das Durchlegen im Sinne der kleinsten Quadrate durch die Minimalisation der Funktion

$$\mathcal{J} = \sum_{j=1}^{N_p} (P(\omega_j) - 4\mathcal{I}h(\omega_j))^2 \quad (3)$$

gegeben.

Wegen der besseren Übersichtlichkeit bezeichnen wir

$$4\mathcal{I}h(\omega) = C\rho(\omega),$$

wo, wie aus (2) folgt,

$$\rho(\omega) = \frac{\psi(\omega)}{\varphi(\omega)},$$

$$\varphi(\omega) = \sum_{r=0}^k a_r^2 + 2 \sum_{p=1}^k (\cos \omega p) \cdot \sum_{r=0}^{k-p} a_r \cdot a_{r+p} ,$$

$$\gamma(\omega) = \sum_{s=0}^1 b_s^2 + 2 \sum_{p=1}^1 (\cos \omega p) \cdot \sum_{s=0}^{1-p} b_s \cdot b_{s+p} ;$$

dabei ist  $a_0 = b_0 = 1$  .

Dann kann man (3) schreiben

$$\rho = \sum_{j=1}^{N_p} (P(\omega_j) - C\rho(\omega_j))^2$$

und wir sollten die Minimalisation mit Rücksicht auf die Parameter  $a_1, a_2, \dots, a_k; b_1, b_2, \dots, b_1, C$  durchführen.

Es ist aber bekannte Tatsache, dass die  $\log P(\omega_j)$  bessere Mustereigenschaften (sampling properties) haben als die  $P(\omega_j)$  [5].

Aus diesem Grunde minimalisieren wir die Funktion

$$S = \sum_{j=1}^{N_p} (\log P(\omega_j) - \log(C\rho(\omega_j)))^2 . \quad (4)$$

Eine Vereinfachung ist sofort evident: bei festen  $a_1, a_2, \dots, a_k; b_1, b_2, \dots, b_1$  führt die Extremalbedingung hinsichtlich  $C$ , nämlich  $\frac{\partial S}{\partial C} = 0$ , zu dem expliziten Ausdruck für  $C$ ,

$$C = \exp\left(\frac{1}{N_p} \sum_{j=1}^{N_p} (\log P(\omega_j) - \log \rho(\omega_j))\right) . \quad (5)$$

Diesen Ausdruck können wir zum Herabsetzen der Zahl der Argumente benutzen.

Nach diesen Erwägungen kann man das Fitting im Frequenzraum auf folgende Weise formulieren: es ist die Funktion (4) hinsichtlich der Parameter  $a_1, a_2, \dots, a_k; b_1, b_2, \dots, b_l$  zu minimalisieren, wobei (5) zu beachten ist.

Diese Minimalisation ist durchführbar, ihr Ausgangspunkt sind die Parameterwerte, die wir im Zeitraum gewonnen haben. Diese Tatsache ist zu betonen: man kann nicht von den Nullwerten der Parameter ausgehen, wie das im Zeitraum gemacht worden ist, weil - grob gesagt - die Funktion S numerisch anspruchsvoll und empfindlich ist.

Durch die Minimalisation im Frequenzraum werden die Ergebnisse des Zeitraumes genauer gemacht. Wir stellen fest, dass im Frequenzraum keine unexakte likelihood Funktion benutzt wird und keine  $\epsilon_t$  künstlich unterdrückt werden.

Auch im Frequenzraum ist es möglich Akaike's Kriterium zu benutzen, und zwar auf Grund der folgenden Überlegung: die Applikation der Parsevalschen Gleichheit gibt unmittelbar

$$\sum_{t=1}^N \epsilon_t^2 \sim \frac{N \sigma_\epsilon^2}{2 \mathcal{F}} \int_{-\mathcal{F}}^{\mathcal{F}} \frac{I^*(\omega)}{h(\omega)} d\omega ,$$

woraus nach kleinen Adjustierungen und nach dem Ersetzen des Integrals durch die Summe

$$\hat{\sigma}_\epsilon^2 = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \epsilon_t^2 \sim \sum_{j=1}^{N_p} \frac{P(\omega_j)}{\rho(\omega_j)}$$

leicht abgeleitet werden kann.

Für Akaike's Kriterium ist dann

$$AIC(k, l) = N(\log \hat{\sigma}_\epsilon^2 + 2(k+l+1)) .$$

Wir ordnen alle berechneten Fälle nach dem steigenden Wert des AIC und machen eine engere Auswahl der Modelle. Auch dieser Schritt ist nicht automatisierbar.

### III. Der goodness of fit Test und die Kontrolle der Stationarität

Für die Analyse vom Typus goodness of fit der ausgewählten Modelle wurde der Up Test von Bartlett [6] genommen, der für alle  $\omega_j$ ,

$$\omega_j = \frac{2\pi}{N}, \quad j = 0, 1, \dots, N_q, \quad N_q = \left[ \frac{N}{2} \right],$$

die Erfüllung der Ungleichheit

$$\left| \frac{\hat{H}_+(\omega_j)}{\hat{R}(0)} - \hat{F}_+(\omega_j) \right| \leq a \left( \frac{8\pi}{N} \int_0^{\pi} f^2(\lambda) d\lambda \right) \quad (6)$$

fordert.

Wie bekannt, geht es im Grundsatz um die Konstruktion eines Konfidenzintervalls längs der ganzen Kurve der Spektraldichte.

Es ist nötig die Grössen, die in (6) auftreten, näher zu beschreiben.

Sind die  $\hat{H}(\omega_j)$ ,

$$\hat{H}(\omega_j) = \frac{\tilde{T} + \omega_j}{2\tilde{T}} \cdot \hat{R}(0) + \frac{1}{\tilde{T}} \sum_{s=1}^{N-1} \hat{R}(s) \frac{\sin \omega_j s}{s}, \quad j = 0, 1, \dots, N_q,$$

die Abschätzungen des integrierten Spektrum, dann bestimmen wir die Grössen  $\hat{H}_+(\omega_j)$ , die Werte des sogenannten positiven integrierten Spektrums, aus der Beziehung

$$\hat{H}_+(\omega_j) = 2 \hat{H}(\omega_j) - \hat{R}(0), \quad j = 0, 1, \dots, N_q.$$

$f_+(\omega)$  ist die positive normalisierte Spektraldichte

$$f_+(\omega) = 2f(\omega), \quad \omega > 0,$$

wobei  $f(\omega)$  die normalisierte Spektraldichte ist. Man kann leicht ableiten

$$f(\omega) = \frac{\varphi(\omega)}{2\tau}$$

mit

$$\tau = \int_0^{\infty} \varphi(\lambda) d\lambda \quad (7)$$

$F_+(\omega)$  ist das positive normalisierte integrierte Spektrum, das durch die Beziehung

$$F_+(\omega) = \int_0^{\omega} f_+(\lambda) d\lambda, \quad \omega \geq 0, \quad (8)$$

definiert wird.

Endlich ist  $a$  eine Konstante, welche für das Signifikanzniveau (significance level) 5 % den Wert 1.36 hat.

Alle angeführten Grössen kann man auswerten. Es ist nur zu bemerken, dass die Integration in (6), (7) und (8) numerisch ausgeführt wird.

Die Kontrolle der Stationarität wird durch die Lösung der Gleichung

$$\{\alpha(z) \equiv\} 1 + a_1 z + \dots + a_k z^k = 0$$

durchgeführt.

Die notwendige und hinreichende Bedingung dafür, dass das Modell stationär ist, ist die Forderung, dass der Absolutwert aller Wurzeln dieser Gleichung grösser als 1 ist. Die Wurzeln der Gleichung werden auf üblichem algebraischem Wege berechnet, bei höheren Graden numerisch, z.B. mit der Methode von *Bairstow*. Wir betrachten nur stationäre Modelle.

Überschauen wir kurz das ganze Verfahren: wir bestimmen zuerst im Zeitraum die Menge von Modellen, die gewisse Voraus-

setzungen haben, passend zu sein. Dann nehmen wir aus dieser Menge eine engere Auswahl - bestimmt durch die Ergebnisse im Frequenzraum. Die resultierende Menge reduzieren wir eventuell nochmals durch die Anwendung des Up Tests und durch die Kontrolle der Stationarität.

Es ist zu unterstreichen, dass in diesem Verfahren keineswegs die Existenzbeweise in mathematischem Sinne gebracht werden - die gesuchten Minima könnten auch nicht existieren.

Andererseits kann man nicht erwarten, dass wir ein einzelnes Modell als passend bekommen.

Zweitens ist zu betonen, dass die Methode ohne ein rationelles und wirksames Mittel für die numerische Minimalisation nicht durchführbar wäre. Nach einer bestimmten Analyse wurde zu diesem Zweck die Minimalisationsmethode von Fletcher - Powell [7] gewählt. Diese Methode arbeitet mit den konjugierten Gradienten und mit analytisch errechenbaren ersten partiellen Ableitungen. In unserem Falle ist alles realisierbar, obgleich die zugehörigen Formeln ziemlich verwickelt sind.

Wir möchten noch bemerken, dass die ursprüngliche Methode von Fletcher - Powell modifiziert worden ist, und zwar auf folgende Weise: Fletcher and Powell benutzen bei der sogenannten linearen Minimalisation diese Wendung: sie suchen das Intervall auf, in dem die Funktion ihr Minimum erreicht. In diesem Intervall wird dann die Funktion mit einem Polynom 3ten Grades approximiert und das Minimum dieses Polynoms gilt als Minimum der Funktion.

In der Modifikation, die wir realisiert haben, wird das eingeführte Polynom durch ein geeignetes Polynom des 5ten Grades ersetzt und dadurch das Minimum der Funktion genauer bestimmt. Man erreicht auf diese Weise die Beschleunigung der Konvergenz der Methode.

Das gesamte Programmpaket der Methode zur Bestimmung des ARMA Modells besteht aus drei Teilen, wie es den beschriebenen Phasen entspricht. Das Computerprogramm ist in FORTRAN für die Rechenanlage EC 1025 (ESER Maschine) geschrieben. Das Programm-

paket ist ziemlich umfangreich und wurde von den Mathematikern der Anstalt für die Rechentechnik der Palacky-Universität ausgearbeitet, vor allem von Dr.M.K r š k o v á (die F l e t c h e r - P o w e l l Methode) und Dr.M.E l f m a r k (die eigentliche Modellierungsmethode). Ich danke diesen Wissenschaftlern und dem Betrieb der Anstalt für die geleistete anspruchsvolle Arbeit.

Als Anwendungsbeispiel der Methode führen wir das Modellieren der Zeitreihe mit 500 Gliedern an, die auf Grund des weissen Rauschens und der Rekursion

$$X_t + a_1 X_{t-1} + a_2 X_{t-2} = \epsilon_t + b_1 \epsilon_{t-1} + b_2 \epsilon_{t-2}$$

gewonnen worden ist; dabei

$$\epsilon_t \sim N(0,1),$$

$$a_1 = 1.4, a_2 = 0.5, b_1 = -0.2, b_2 = -0.1 \quad (9)$$

sind.

Es geht also um einen ARMA (2,2) Prozess [8].

I. Der Arbeitszyklus des Zeitraumes beginnt mit dem Modell der Ordnung (0,0) und endet mit den Modellen der Diagonale, in der  $k + 1 = 5$  sind.

Die resultierenden Modelle sind nach dem wachsenden AIC geordnet und in der Tabelle I aufgetragen.

Aus dieser Tabelle wurden die Modelle der Ordnungen (2,2), (3,1), (2,3), (2,1), (3,2) und (4,0) für die Arbeit im Frequenzraum ausgewählt.

Tabelle I

$(k, l)$	$\hat{\sigma}_{\xi}^2$	AIC
(2,2)	0.973	- 3.795
(3,1)	0.974	- 3.119
(2,3)	0.972	- 2.014
(2,1)	0.981	- 1.436
(3,2)	0.974	- 1.076
(4,0)	0.979	- 0.555
(4,1)	0.977	0.281
(5,0)	0.980	1.931
(1,3)	0.984	2.160
(1,4)	0.984	3.909
(3,0)	0.997	6.584
(1,2)	1.008	11.761
(2,0)	1.022	16.644
(1,1)	1.051	30.638
(0,5)	1.054	38.493
(0,4)	1.161	84.438
(0,3)	1.305	141.101
(1,0)	1.674	261.022
(0,2)	1.948	339.356
(0,1)	3.749	664.777
(0,0)	12.232	1254.031

II. Im Frequenzraum führen die Rechnungen zu Ergebnissen, die in der Tabelle II eingetragen sind.

Aus dieser Tabelle wählen wir die Modelle der Ordnungen (3,1) und (2,2) aus, die folgenderweise charakterisiert sind:

$(k, l)$	$\hat{\sigma}_{\xi}^2$	AIC
(3,1)	0.984	1.704
(2,2)	0.984	1.716

$(k, l)$	$\hat{\sigma}_\epsilon^2$	AIC
(3,1)	0.984	1.704
(2,2)	0.984	1.716
(2,1)	0.990	3.194
(3,2)	0.983	3.336
(4,0)	0.987	3.338
(2,3)	0.986	4.855

III. Beide Modelle erfüllen die Bedingungen des Up Tests und der Stationarität, wie man sich leicht überzeugt.

Das zweite dieser Modelle entspricht der Konstruktion der Zeitreihe sehr gut. Zum Vergleich mit (9) geben wir seine Koeffizienten an:

$$\hat{a}_1 = 1.50, \hat{a}_2 = 0.62, \hat{b}_1 = -0.14, \hat{b}_2 = -0.16.$$

Es ist aber nötig beide Modelle zu akzeptieren.

#### Zusammenfassung

Der Artikel enthält die Beschreibung einer Methode zur Bestimmung des ARMA Modells stationärer Zeitreihen. Die Methode ist neu in dem Sinne, dass sie keine vorhergehenden Abschätzungen der Ordnung des Modells und dessen Koeffizienten braucht; dies wird durch ein geeignetes Arbeitsverfahren und durch die konsequente Anwendung des AIC Kriteriums von Akaike erreicht. Dadurch ist auch die breite Automatisierung der Rechnungen ermöglicht.

Die Bestimmung des Modells verläuft in zwei Phasen: in der ersten Phase (im Zeitraum) werden die Abschätzungen der Parameter unter den vereinfachten Bedingungen gewonnen, in der zweiten Phase (im Frequenzraum) wird die Präzision der erreichten Ergebnisse durchgeführt.

Die Methode wird durch ein Beispiel der Applikation illustriert.

Souhrn

## URČENÍ ARMA MODELU STACIONÁRNÍCH ČASOVÝCH ŘAD

Článek obsahuje popis metody pro určení modelu stacionárních časových řad. Metoda je nová v tom smyslu, že nevyžaduje předběžný odhad řádu modelu a jeho koeficientů. Toho se dosahuje vhodným uspořádáním pracovního postupu a důslednou aplikací Akaikeho AIC kritéria. Tím je také umožněna široká automatizace výpočtů.

Stanovení modelu probíhá ve dvou fázích: v první fázi (v časovém prostoru) se získají odhady parametrů za zjednodušených podmínek, ve druhé fázi (v prostoru frekvencí) se provádí zpřesnění dosažených výsledků.

Metoda je ilustrována příkladem aplikace.

Р е з ю м е

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ARMA МОДЕЛИ СТАЦИОНАРНЫХ ЧАСОВЫХ РЯДОВ

В статье описан метод определения модели ARMA процесса стационарных часовых рядов. Метод новый в том направлении, что не требует априорной оценки порядка модели и ее коэффициентов. Это достигается подходящим упорядочением рабочего процесса и последовательным применением критерия Акэике АИЦ. Тем самым также обеспечена широкая автоматизация вычислений. Определение модели имеет две фазы: в первой фазе (в часовом пространстве) получают оценки параметров при упрощенных условиях, во второй фазе (в частотном пространстве) проводится уточнение полученных результатов.

Метод иллюстрирован примером применения.

LITERATUR

- [1] P r i e s t l y, M.B (1981), Spectral Analysis and Time Series, Vol.I, Academic Press, London, 362.  
K e n d a l l, M., S t u a r t, A., O r d, J.K. (1983), The Advanced Theory of Statistics, Vol.III, Charles Griffin, London, 633.
- [2] P r i e s t l y, M.B., l.c. 360.
- [3] R e v f e i m, K.J.A. (1969), Iterative Techniques for the Estimation of Parameters in Times Series Models, Ph.D. Thesis, University of Manchester.
- [4] P r i e s t l y, M.B., l.c. 356.
- [5] P r i e s t l y, M.B., l.c. 470.
- [6] P r i e s t l y, M.B., l.c. 483.
- [7] F l e t c h e r, R., P o w e l l, M.J. (1969), A Rapidly Convergent Descent Method for Minimalization, CACM 12, 153.
- [8] P r i e s t l y, M.B., l.c. A VI

RNDr. Milan Král, CSc.  
přírodovědecká fakulta UP  
Gottwaldova 15  
- 771 46 Olomouc

AUPO, Fac.Rer.Nat.94, Mathematica XXVIII (1989) , 227-242.