Alois Zátopek Příspěvek k experimentálnímu vyšetřování energetických poměrů ve dvou induktivně spřažených oscilačních kruzích

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 62 (1933), No. 6, 233--251

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/121187

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1933

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* http://project.dml.cz

ČÁST FYSIKÁLNÍ.

Příspěvek k experimentálnímu vyšetřování energetických poměrů ve dvou induktivně spřažených oscilačních kruzích.

Alois Zátopek.

(Došlo 1. října 1932.)

Úvod. Popis aparatury. Měření: Část I. a) Křivky $W_1 a W_2$ pro případ $\omega_1 = \omega_2, \omega$ proměnné. b) Obory jednoduchých a rozštěpených křivek W_1 a W_2 . c) Maximální přenos energie do sekundárního kruhu pro $\omega_1 = \omega_2 = \omega$. Část II. Energetické křivky $W_1 a W_2$ v případech $\omega_1 a \omega_2$ konstantní, při čemž $\omega_1 \leq \omega_2, \omega$ generátoru je proměnné. Část III. Frekvence generátoru ω je konstantní, mění se bud ω_1 nebo ω_2 . Energetické křivky $W_1 a W_2$ v připadech: a) mění se ω_1 , parametrem je ω_2 ; b) mění se ω_2 , parametrem je ω_1 . Maximální přenos energie do sekundárního kruhu v případě rozladěných kruhů. Část IV. Křivky I_2^2 v závislosti na rozladění mezikruhu spřaženého s lampovým generátorem. Část V. Měření faktorů útlumu $d_1 a d_2$. Závěr.

Úvod.

Tato práce je předně experimentální verifikací výsledků, k nimž došel V. Petržílka v teoretické práci "Příspěvek k teorii dvou spřažených oscilačních kruhů."¹)²) Autor podává ve svém Příspěvku obraz energetických poměrů ve dvou induktivně spřažených oscilačních kruzích v závislosti na frekvenci ω vtisknuté elektromotorické síly E, vlastních frekvencích ω_1 a ω_2 oscilačních kruhů, útlumech d_1 a d_2 a koeficientu vazby k mezi kruhy. Vhodnou specifikací uvažovaných problémů dochází k řadě výsledků, jež často překvapují svou jednoduchostí a dají se experimentálně poměrně snadno verifikovati.

Dalším úkolem mé práce je experimentálně doplniti citované pojednání Petržílkovo v případech, kde Petržílka upustil od matematické diskuse pro nepřehlednost vzorců.

Poněvadž předložená práce velice úzce souvisí s citovanou prací Petržílkovou, podržel jsem rozdělení, označení i čísla rovnic,*) jak je užil Petržílka, a doporučuji proto laskavému čtenáři vzíti si k ruce jeho pojednání.

Popis aparatury.

Aparatura obsahovala jednak hlavní části: zdroj netlumených vysokofrekventních oscilací a dva induktivně spřažené oscilační kruhy s měrnými stroji, jednak zařízení pomocná: kalibrační kruh,

*) V dalším uváděná čísla v závorkách na př. (40) značí čísla rovnic pojednání citovaného sub 1.

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky. Ročník 62.

16

Zdrojem netlumených oscilací byl lampový generátor s vlastním buzením. Lampa (RE 134, nebo TB 04/10), pohyblivá mřížková cívka a jedna část samoindukce anodového oscilačního kruhu byly uzavřeny v plechové skříni, která byla uzeměna. Druhá část samoindukce tvořená cívkou L (obr. 1), která byla určena, aby přenášela energii na oba studované oscilační kruhy, nacházela se několik metrů od generátoru na stole s oscilačními kruhy. Měla tvar válce o průměru 9,5 cm, se 13 závity vysokofrekventního lanka a byla montována na ebonitových 7 cm vysokých stativech



a byla posuvná ve směru své osy. S generátorem ji spojoval kabel s olověným uzeměným obalem. Ke svorkám cívky L byl připojen elektrostatický voltmetr.

Proměnnou kapacitu oscilačního kruhu generátoru tvořil otočný vzduchový kondensátor maximální kapacity 1000 cm a k němu paralelně připojený, malý kondensátor (circa 100 cm).

K měření proudu v oscilačním kruhu byl do kapacitní větve zapojen tepelný ampérmetr.

Vně skříně byly umístěny také topná i anodová baterie.

Spřažené kruhy (obr. 1), na nichž byly energetické poměry studovány, byly namontovány na zvláštním stole vzdáleném několik metrů od generátoru. Kruh I nazývám primárním, kruh II sekundárním.

Primární kruh byl namontován pevně na stole. Jeho samoindukci tvoří dvě cívky L'_1 , L''_1 stejně veliké, válcovité, průměru 9,5 cm, vinuté z vysokofrekventního lanka, každá o 24 závitech. Osy cívek byly ve stejné výši a navzájem kolmé. Osa cívky L'_1 splývá s osou cívky L generátoru. Kapacita primárního kruhu je tvořena normálním, otočným, vzduchovým kondensátorem C_1 . Kruh obsahuje vypinač V_1 se 4 jamkami naplněnými rtutí, které lze spojiti silnými dráty vhodně ohnutými (obr. 1). Tyto dráty lze nahraditi neinduktivními odpory z tenkého drátu konstantanového, chceme-li měniti útlum oscilačního kruhu. Mezi dva kontakty vypinače je vepnuto topné vlákno termoelementu T_1 firmy Kipp & Zonen o maximálním zatížení 100 mA. Termoproud vede se šňůrou k zrcátkovému galvanometru G_1 . Sekundární kruh byl uspořádán pohyblivě na témž stole. Byl namontován na základní dřevěné desce, posuvné po dřevěných kolejnicích přišroubovaných na stole, aby bylo možno měniti vzdálenost od kruhu primárního, t. j. vazbu mezi cívkami L''_1 a L_2 $(L_2$ budu zkrátka označovati cívky L'_2 a L''_2).

. - 9

Cívka L_2 se skládá vlastně ze dvou stejných cívek, čtvercového průřezu a obsahuje 35 závitů holého měděného drátu 1 mm silného. Osa cívky L_2 splývá s osou cívky L''_1 ; vzdálenost středů cívek L_2 a L''_1 se dala měniti od 10 cm do 70 cm. V kruhu byl zapojen vzduchový, otočný, normální kondensátor. Mezi obě poloviny cívky připojen vypinač V_2 , stejný jako V_1 , a k druhým dvěma kontaktům termoelement T_2 (o maximálním zatížení 25 mA) se zrcadlovým galvanometrem G_2 .

Velká péče byla věnována odstranění vlivů kapacitních vazeb, které vždy vystupují a působí rušivě. Z toho důvodu jsem se snažil upraviti oba kruhy co možná symetricky.⁴)⁵) U sekundárního kruhu byla i po stránce prostorového uspořádání docílena úplná symetrie. Avšak teprve po zařazení malého pomocného kondensátoru C_p s dvěma deskami, jichž vzdálenost se dala šroubem velmi jemně regulovati, byl snížen vliv přirozených, rušivých vazeb kapacitních pod mez pozorovacích chyb³) (dosahoval nejvýše 0,25% maximální výchylky).

Kalibrace termoelementu byla prováděna stejnosměrným proudem. Výchylka galvanometru byla s přesností 2% úměrná čtverci intensity topného proudu. Pokusy ukázaly, že kalibrace zůstává správnou i pro vysokou frekvenci. Výchylky jsou tedy úměrny střední hodnotě kvadrátu intensity a tudíž střední hodnotě energie v oscilačním kruhu.

K měření frekvence užíval jsem vlnoměru firmy Telefunken typu K. W. 61 l. s rozsahem délky vlnové 150 až 6000 m; firmou udaná přesnost je 1%. Později sloužily mi k přesnému nastavení frekvence generátoru křemenné resonátory firmy Loewe, z nichž jsem téměř výhradně užíval resonátoru pro $\lambda = 300,7$ m ve spojení Heegnerově,⁶) kterým bylo možno nastaviti a měřiti frekvenci s přesností větší než 1%.

Popsanou aparaturu bylo ještě třeba upraviti tak, aby co nejdokonaleji vyhovovala podmínkám předpokládaným v Petržílkově práci:

Amplituda elektromotorické síly vtisknuté primárnímu kruhu musí býti konstantní. Měření elektrostatickým voltmetrem ukázala, že při žádném z měření neměnila se vtisknutá elektromotorická síla o více než 1,5%. V tom jsou zahrnuty i případy, kdy bylo pracováno s proměnnou frekvencí generátoru.

Vazba mezi generátorem a kruhy musí býti tak volná, aby kruhy nijak zpět na generátor nepůsobily. Zpětné působení kruhů na gene-

16*

rátor se projevuje jednak změnou intensity oscilací generátoru, jednak změnou jejich frekvence. Byly-li cívky L, L'_1 od sebe vzdáleny aspoň 50 cm, nebylo již zpětné působení kruhů na generátor znatelné na údajích intensity oscilací; ve vzdálenosti aspoň 70 cm nepůsobily kruhy ani na frekvenci kmitů v generátoru, jak se dalo konstatovati tím, že výška interferenčního tónu vzniklého složením kmitů generátoru a malého pomocného heterodynu zůstávalakonstantní nezávisle na tom, co se dělo s oběma kruhy.

Energie z generátoru se přenáší přímo pouze na cívku L'_1 ; na sekundární kruh generátor přímo nepůsobí. Byl-li generátor v provozu a primární kruh přerušen, nebylo po odstranění rušivých vlivů kapacitních vazeb pozorováno žádných výchylek galvanometru v uzavřeném sekundárním kruhu než takových, které se daly vysvětliti zcela dobře jinými vlivy (na př. variacemi teploty).

Po této úpravě byly určeny konstanty kruhů: ohmické odpory $R_1 a R_2$, samoindukce $L_1 a L_2$, vlastní kapacity cívek a přívodů v obou kruzích $c_1 a c_2 a$ koeficient L_{12} vzájemné indukce mezi cívkami $L''_1 a L_2$, jako funkce jejich vzdálenosti l. Užité metody jsou popsány v literatuře.⁷)³) Z určených konstant byly počítány útlumy $d_1 a d_2$ a koeficient vazby $k = L_{12}/\sqrt{L''_1L_2}$ jako funkce vzdálenosti l.

Výsledky měření.

Část I.

V první části své práce Petržílka diskutuje výrazy pro celkovou energii W, dodávanou oscilačním kruhům, energii W_1 v primárním kruhu, energii W_2 v sekundárním kruhu v případě, že frekvence primárního a sekundárního kruhu jsou stejné, t. j. $\omega_1 = \omega_2$. Pro zavedené rozladění

$$\eta = 1 - \frac{\omega_1^2}{\omega^2}, \quad \xi = 1 - \frac{\omega_2^2}{\omega^2}$$

platí v uvažovaném případě $\xi = \eta$. Případ $\xi = \eta$ jsem experimentálně realisoval takto:

Naladíme kruhy I a II na touž frekvenci $\omega_1 = \omega_2 = \omega_0$ a měníme ω generátoru. Tento způsob odpovídá předpokladům teorie, neboť potom jsou d_1 a d_2 skutečně konstantami.

Měření bylo prováděno tak, že nejdříve byla na generátoru nastavena pomocí křemenného resonátoru frekvence $\omega_0 = 6,27.10^6$. Nato byly oba oscilační kruhy uvedeny co nejpřesněji do resonance $(\omega_1 = \omega_2 = \omega_0)$. Potom teprve změnou kapacity v generátoru měnil jsem ω kolem střední hodnoty ω_0 , a to nejvýše o 3%, což stačilo k proběhnutí celé resonanční křivky. Při tom ovšem nezůstávala amplituda vtisknuté elektromotorické síly úplně konstantní, měnila se však pouze o 1,5% střední hodnoty.

a) Energie W_1 a W_2 v závislosti na proměnné $\xi = \eta$ pro různé vazby.

Měřením jsem získal dvojice křivek W_1 a W_2 pro řadu hodnot vazby k, t. j. pro různé vzdálenosti cívek L''_1 a L_2 , a to tak, že jsem postupoval od vazeb volných k vazbám tužším. Z nich uvádím na obr. 2 a 3 tři dvojice sobě odpovídajících křivek W_1 resp. W_2 .

Křivky 1 jsou symetrické vzhledem k ose $\xi = \eta = 0$, mají jediné maximum v bodě $\xi = 0$. Z obrázků můžeme též vyčísti, jak se rozděluje úhrnná energie mezi oba kruhy. Vidíme, že sekundární kruh přijímá dosud málo energie.







Obr. 3. Křivky W_2 příslušné ke křivkám W_1 na obr. 2.

Se vzrůstající vazbou maxima křivek W_1 neustále klesají, znenáhla se stávají ploššími a konečně jednoduché resonanční křivky přejdou v křivky "rozštěpené" (s dvěma maximy) (obr. 2, křivka 2). Maxima křivek W_2 nejdříve stoupají až k nejvyšší hodnotě, zvané optimální, pak zvolna klesají, křivky samy zůstávají však ještě jednoduché, ač vrchol jejich se již zplošťuje. Na obr. 3 křivka 2 je ještě jednoduchá, ač odpovídající křivka W_1 (obr. 2, křivka 2) je již rozštěpená.

Z toho plyne důležitý poznatek: mohou současně existovati rozštěpené křivky W_1 a jednoduché křivky W_2 , což je v úplné shodě s teorií.

Zvolíme-li vazbu ještě tužší, pak i křivky W_2 se rozštěpí (obr. 2 a 3, křivky 3) a pokud nejsou široké, jsou dosti dobře symetrické k ose $\xi = 0$. S rostoucí vazbou se minimum křivek W_1 i W_2 prohlubuje, maxima se vzdalují od osy pořadnic. Ještě pro l == 10 cm, t. j. $k \doteq 50 \cdot 10^{-3}$ nebyly odchylky od symetrie značné; je proto předpoklad $1 - \eta \doteq 1$, jejž učinil Petržílka při diskusi výrazu pro W_1 resp. W_2 , oprávněný a výsledky teorie jsou dobrým obrazem skutečných poměrů i v oboru, kde již poměr k/d > 1.

b) Křivky $H_1 a H_2$ ohraničující obory jednoduchých a rozště pených křivek $W_1 a W_2$.

Podle teorie jsou obory jednoduchých a rozštěpených křivek od sebe odděleny algebraickými křivkami H_1 a H_2 v rovině $p = k/d_1$, $q = k/d_2$ (obr. 4). V oboru ohraničeném křivkou H_1 a souřadnou osou p existují pouze jednoduché, vně tohoto oboru pouze rozštěpené křivky W_1 . Analogicky v oboru ohraničeném křivkou H_2 a osami souřadnými existují jednoduché, vně tohoto oboru pouze rozštěpené křivky W_2 . Mezi H_1 a H_2 je obor, kde současně existují rozštěpené křivky W_1 a jednoduché W_2 .



Obr. 4.

Vypočtené křivky H_1 , H_2 se zakreslenými měřenými body.

Experimentálně byly získány křivky H_1 a H_2 takto: Při stálých d_1 a d_2 a proměnném k pohybujeme se po přímce procházející počátkem, která má směrnici d_1/d_2 (obr. 4). Jestliže vyšetřujeme na takové přímce řadu křivek W_1 a W_2 co do charakteru, dostaneme jeden bod, kde jednoduché křivky W_1 přejdou v rozštěpené a další bod, kde se rozštěpí i křivky W_{2} . Jestliže provedeme taková měření pro řadu hodnot d_1/d_2 , dostaneme řadu dvojic bodů, kde se křivky W_1 resp. W_2 štěpí; spojením těchto bodů dostaneme křivky H_1 a H_2 .

Poměr d_1/d_2 jsem měnil vkládáním přídavných odporů do vypinačů V_1 a V_2 (obr. 1) a vyšetřil charakter křivek W_1 a W_2 pro 14 hodnot d_1/d_2 . Tím jsem obdržel 14 bodových dvojic (obr. 4). Z obrázku je viděti, že měřené body leží dobře na teoretických křivkách H_1 a H_2 .

c) Maximální přenos energie v případě $\omega = \omega_1 = \omega_2$, t. j. $\xi = \eta = 0$.

Uvažujeme-li W_1 a W_2 v bodě $\xi = \eta = 0$ v závislosti na koeficientu vazby k, dostáváme křivky $W_1 = f_1(k)$, $W_2 = f_2(k)$. Jejich experimentální realisace je jednoduchá. Oba kruhy naladíme na frekvenci generátoru a odečítáme hodnoty W_1 a W_2 v závislosti na vazbě.

Takovým způsobem jsem obdržel body čárkovaných křivek na obr. 5 (zakresleno též $W = W_1 + W_2$). Pro srovnání jsem vypočetl z rovnic (20), (29), (32) pomocí měřených konstant křivky W, W_1 , W_2 (obr. 5, křivky plně vytažené) v závislosti na k. Srovnáním měření a výpočtu shledáváme, že obojí křivky se navzájem jen nepatrně liší; hlavně u křivky W_2 je souhlas téměř naprostý.

Z obr. 5 je patrno, že $W_2^{(\xi=0)}$ skutečně v závislosti na k vzrůstá až k největší hodnotě, t. zv. optimální, načež zvolna klesá. Graf též ukazuje, že pro optimální vazbu je teoretický výsledek $W_1^{(opt)} = W_2^{(opt)}$ splněn s přesností větší než 2%.

Experiment potvrdil i další zajímavý výsledek teorie. Optimální hodnota W_2 nezávisí na ohmickém odporu sekundárního kruhu. Vkládal jsem do sekundárního kruhu po řadě několik ohmických odporů; hodnoty optimálního maxima se lišily od střední hodnoty nejvýše o 1,5%, jak patrno z tabulky pro jednotlivé přídavné odpory ρ .



Křivky W, W_1, W_2 v závislosti na $k; \xi = \eta = 0$. Plně vytažené křivky jsou počítány, čárkované proloženy měřenými body; *a* vypočtená, *b* naměřená hodnota koeficientu optimální vazby.

$\varrho \Omega$	d_{2}	$W_2^{(opt)} erg/sec$	k měř.	$k_0 = \sqrt{d_1 d_2}$
2,0946	2,35 . 10-2	$3,73.10^{3}$	$16,2.10^{-3}$	16,0 . 10 -3
3,373	2,69 . 10-2	$3,73.10^{3}$	17,9.10-3	$17,1.10^{-3}$
6,9687	3,30 . 10-2	$3,68.10^3$	$20,1.10^{-3}$	18,9.10-3
10,1374	$3,84.10^{-2}$	$3,66.10^3$	$21,6.10^{-3}$	$20.4 \cdot 10^{-3}$
15,3268	$4,74.10^{-2}$	$3,63.10^3$	$24,1.10^{-3}$	$22,7.10^{-3}$

Z tabulky je zároveň viděti, že optimální vazba nastává s rostoucím ϱ pro větší koeficienty spřažení. I tento fakt je v souhlase s teorií. Pro koeficient optimálního spřažení platí totiž vztah $k_0^2 = d_1 d_2$ (40); vložením odporu do sekundárního kruhu zvětšil jsem d_2 tedy i k_0 . Na př. pro optimální vazbu na obr. 5 plyne z teorie $k_0 = 15, 2.10^{-3}$, z experimentu $k_0 = 14, 8.10^{-3}$. Obě hodnoty spolu souhlasí na 2,6%.

Část II.

Frekvence ω_1, ω_2 jsou konstantní, $\omega_1 \neq \omega_2$, frekvence ω je proměnná.

V této části se budu zabývati křivkami W_1 , W_2 získanými za podmínek poněkud obecnějších: budou to případy, kdy frekvence ω_1, ω_2 jsou konstantní a při tom $\omega_1 \geq \omega_2$, frekvence generátoru ω je proměnná. Tyto případy Petržílka nediskutuje, neboť jde o obtížnou a nepřehlednou diskusi rovnice 5. stupně. Experiment však ukazuje, že tvar resonančních křivek je poměrně jednoduchý a je patrná jejich úzká souvislost s křivkami části I.

Metoda měření zůstává táž jako v části I. Je pouze ten rozdíl, že frekvence obou kruhů vhodně nastavíme. Postupoval jsem tak, že jsem pomocí křemenného resonátoru nejdříve naladil generátor





Křivky W_1 ; $\omega_2 > \omega_1$; 1. $k = 4, 4 \cdot 10^{-3}$, 2. $k = 11, 3 \cdot 10^{-3}$, 3. $k = 15, 5 \cdot 10^{-3}$, 4. $k = 20, 4 \cdot 10^{-3}$.



a pak i primární kruh na vlnu $\lambda = 300,7$ m, sekundární kruh byl nejdříve naladěn, zjištěna resonance a potom o zvolené rozladění $|\omega_2 - \omega_1|$ rozladěn. Při pevné vzdálenosti cívek L''_1, L_2 jsem získal resonanční křivku. Tak jsem postupoval od volných vazeb k tužším, a získal řadu křivek při zvoleném rozladění. Postup byl opakován pro různě veliké hodnoty rozladění $|\omega_2 - \omega_1|$.

1. Frekvence ω_2 je větší než frekvence ω_1 .

Pokud je vazba mezi primárním a sekundárním kruhem volná, jsou resonanční křivky W_1 velmi přibližně symetrické. Při malých hodnotách rozladění leží jejich vrchol blízko osy, jež udává pevnou, vlastní frekvenci primárního kruhu, a to na straně nižších frekvencí. Při daném rozladění a zvětšující se vazbě posunují se maxima křivek W_1 k nižším frekvencím (obr. 6). Křivka se zvolna deformuje, až se rozštěpí (obr. 6, křivky 1, 2, 3). Maximum příslušné nižší frekvenci je daleko vyšší než maximum v oboru vyšších frekvencí. Obojí maxima se posunují od pásu vyznačeného vlastními frekvencemi obou kruhů.

O křivkách W_2 můžeme říci: již při volné vazbě jsou značně nesymetrické (obr. 7, křivka 1). Křivka, postupujeme-li od frekvencí nižších k vyšším, vystupuje daleko rychleji k maximu, než od něho klesá. Klesání je téměř lineární. Se vzrůstající vazbou se křivky W_2 deformují (křivka 2). Na obrázku je viděti, jak se křivky znenáhla rozštěpují (křivka 3), až nabývají tvaru křivky 4. Maxima na straně menších frekvencí mají opět větší hodnotu než maxima na straně vyšších frekvencí. Jak křivky W_1 , tak W_2 se s rostoucí vazbou rozšiřují.

Zvětšujeme-li vzájemné rozladění primárního a sekundárního kruhu, mění se křivky pro malé hodnoty koeficientu vazby jen nepatrně. Pro větší vazby se deformují, až se konečně rozštěpí. Nižší maximum se posouvá k větším frekvencím a stává se méně markantním. Vyšší maxima se s rostoucí vazbou posunují k nižším frekvencím.

Křivky W_2 se stávají rozštěpenými již při volných vazbách, posuv maxim zůstává analogický jako u křivek na obr. 7. Hodnoty, jichž dosahuje W_2 , jsou menší.

2. Frekvence ω_2 je menší než frekvence ω_1 .

Zcela analogické jsou poměry, jestliže učiníme $\omega_2 < \omega_1$. Křivky, které jsem obdržel, jsou jakoby zrcadlovými obrazy křivek dříve popsaných. Pokud se týká charakteru křivek, posice jejich extrémů a závislosti na velikosti rozladění obou kruhů, platí s příslušnými změnami totéž, co bylo řečeno pro křivky v případě $\omega_2 > \omega_1$.

Výsledky graficky zpracovány vedou k závěru: je-li rozladění nepatrné, neliší se křivky W_1 svým charakterem od křivek W_1 v části I. Pokud jsou jednoduché, je jejich asymetrie poměrně nepatrná, křivky rozštěpené jeví asymetrii v míře daleko značnější i při malých hodnotách rozladění.

Křivky W_2 jeví asymetrii hned s počátku. Extrémy u obou druhů křivek jeví zákonitý posuv. Přechod od jednoduchých k rozštěpeným resonančním křivkám je složitější než v části I.

Při malých rozladěních rozštěpují se křivky W_1 dříve než W_2 . S rostoucím rozladěním nastávalo rozštěpení křivek W_2 tím dříve, čím bylo rozladění větší, až se konečně křivky W_2 rozštěpily dříve než křivky W_1 .

Část III.

Frekvence ω konstantní, ω_1 nebo ω_2 proměnné.

Tento případ byl Petržílkou teoreticky úplně propracován a poskytuje svými výsledky pro experimentální verifikaci bohatý materiál, a to tím spíše, že všechny vzorce byly v tomto případě odvozeny zcela přesně bez jakýchkoli omezujících předpokladů.



Obr. 8. Křivky W_1 , W_2 v závislosti na η . $\xi=0, \omega=6,27 \cdot 10^8$ cyklů, $k=14,3 \cdot 10^{-3}$ (optimální vazba překročena).

Nadto lze v tomto případě, kdy frekvence generátoru je konstantní, velmi snadno splniti požadavek, aby amplituda vtisknuté elektromotorické síly zůstávala konstantní.

a) Frekvence ω a ω_2 je konstantní, ω_1 je proměnné.

Při tom může býti:

a) $\xi = 0$. Energie W_1 a W_2 měříme při proměnné kapacitě, t. j. frekvenci primárního kruhu, sekundární kruh je naladěn na vlnu generátoru. Typické křivky (obr. 8), měřené při $\lambda = 300,7$ m. mají tvar obyčejných resonančních křivek s jediným maximem v bodě $\eta = 0$ a jsou symetrické. Utvoříme-li poměr W_2/W_1 , ob-

držíme s přesností 3% konstantní hodnoty. Tento zjev potvrzuje správnost Petržílkových úvah, neboť poměr W_2/W_1 (60) kromě konstant kruhů a vazby má záviseti pouze na ξ , nikoliv na η , ať se toto jakkoliv mění.

β) $\xi > 0$. Je-li frekvence sekundárního kruhu nižší, než je frekvence generátoru, obdržíme při proměnné kapacitě primárního kruhu křivky zakreslené v obr. 9. Jsou to opět jednoduché resonanční křivky; podíl W_2/W_1 zůstává rovněž v mezích přesnosti měření konstantní. Maximum křivek W_1 i W_2 leží napravo od osy $\eta = 0$ a nastává u obou křivek současně pro $\eta = 3 \cdot 10^{-3}$. S rostoucím koeficientem spřažení posunují se maxima neustále k větším positivním hodnotám η . U křivek W_2 se ukazuje v závislosti na k existence optimální vazby. S rostoucím ξ (k = konst.) zvětšuje se vzdálenost maxima W_2 od osy $\eta = 0$ a nabývá maxima pro $\xi = d_2$, načež se maxima vracejí.

 γ) $\xi < 0$. Sekundární kruh byl nastaven na frekvenci vyšší, než je frekvence generátoru. Resonanční křivky (obr. 10) jsou zrcadlovými obrazy křivek pro $\xi > 0$, platí tedy o nich s příslušnou obměnou totéž, co bylo řečeno sub β). b) Frekvence ω a ω₁ jsou konstantní, ω₂ je proměnné. Křivky W₁ mají vzhled zcela rozdílný od křivek v případě a).
Křivky W₂ zachovávají vzhled obyčejných resonančních křivek s jediným maximem. Analogicky jako v případě a) je nutno rozeznávati tři případy:



 $\sim t_{\rm c}^{-1}$

Obr. 9. Křivky W_1 , W_2 v závislosti na η . $\xi = 1, 6 \cdot 10^{-2}$, $\omega = 6, 27 \cdot 10^6$ cyklů, $k = 13, 2 \cdot 10^{-3}$ (těsně před optimální vazbou).





Křivky W_1 , W_2 v závislosti na η . $\xi = -1,7 \cdot 10^{-2}, \omega = 6,27 \cdot 10^6$ cyklů, $k = 13,2 \cdot 10^{-3}$ (těsně před optimální vazbou).

a) $\eta = 0$. Primární kruh je v resonanci s generátorem, mění se frekvence sekundárního kruhu. Křivky W_1 jsou v tomto případě resonanční křivky s jediným extrémem, a to minimem, které se











vždy nachází v bodě $\xi = 0$ (obr. 11). S rostoucí vazbou minimum W_1 neustále klesá, stále však zůstává na ose $\xi = 0$. Křivky se s rostoucí vazbou rozšiřují a zůstávají symetrické k ose pořadnic.

Křivky W_2 mají (obr. 11) charakter obyčejných resonančních křivek s maximem na ose $\xi = 0$ pro všechny hodnoty koeficientu

vazby. Maxima W_2 v závislosti na vazbě probíhají křivku tvaru křivky W_2 na obr. 5; existuje tedy i zde optimální vazba.

β) $\eta > 0$. Zvolíme-li η kladné, obdržíme resonanční křivky W_1 nesymetrické se dvěma extrémy (obr. 12). Maximum existuje v bodě $\xi > 0$, minimum v bodě $\xi < 0$. Roste-li parametr η, přibližují se maxima W_1 znatelně k ose $\xi = 0$ a vystupují určitěji, minima se naopak stávají širšími. Maxima křivek W_2 existují v bodě $\xi > 0$, srovnej (54); s rostoucím η (k =konst.) se vzdalují,



Křivka W_1 vypočtená pro $\eta = 6 \cdot 10^{-3}, \omega = 5.3_8 \cdot 10^6$ cyklů, $k = 14.6 \cdot 10^{-3}$ s nanesenými měřenými body.



Obr 14. Křivky W_1, W_2 v závislosti na ξ $\eta = -6 \cdot 10^{-3},$ $\omega = 5.3_8 \cdot 10^6$ cyklů, $k = 14.6 \cdot 10^{-3}.$

pro $\eta = d_1$ nabývají maximální vzdálenosti, načež se vracejí. Obrat v poloze maxim W_2 je v souhlase s výsledkem teorie. Dokladem toho, že experimentální křivky souhlasí úplně s křivkami teoretickými, je obr. 13, kde na vypočtené křivce W_1 jsou naneseny měřené body.

Sledujeme-li energetické křivky v závislosti na k, můžeme říci: s rostoucí vazbou se posunují v měřeném oboru maxima W_1 k větším hodnotám ξ . O poloze minim se nemůže experiment bezpečně vysloviti; zůstávají totiž neustále velmi blízko osy $\xi = 0$ v oboru záporných ξ . Hodnota minim W_1 s rostoucí vazbou neustále klesá, maxima W_2 vzrůstají až k optimální hodnotě, pak klesají. V závislosti na vazbě se posunují maxima W_2 k větším ξ , ve shodě s teorií (54).

 γ) $\eta < 0$. Zvolíme-li η záporné, obdržíme (obr. 14) zrcadlové obrazy křivek W_1 a W_2 pro $\eta > 0$. Platí o nich tedy vice versa totéž, co bylo řečeno o těchto křivkách sub β).

c) Maximální přenos energie.

V závislosti na koeficientu spřažení k má křivka maxim W_2 při rozladěných kruzích týž charakter jako křivka W_2 na obr. 5. Maximum energie W_2 nabývá své největší hodnoty pro optimální hodnotu vaz by, jejíž existenci dokázaly experimentální výsledky sub. a) a b).

Měření potvrdila, že v žádném případě nezávisí při optimální vazbě energie do sekundárního kruhu přenesená ani na ohmickém odporu sekundárního kruhu, ani na rozladění obou kruhů. Mimo to je při optimální vazbě s postačující přesností splněna podmínka $W_1^{(opt)} = W_2^{(opt)}$. Ovšem vazba při optimálním přenosu je funkcí odporu obou kruhů a jejich rozladění. Kvalitativně ukazuje experiment. že s rostoucím odporem v sekundárním kruhu nebo s rostoucím rozladěním obou kruhů je potřebí k docílení optimálního přenosu těsnější vazby.

Přesné měření je obtížné. Nutno zde závisle měniti dvě veličiny: rozladění a hodnotu vazby (57), (59). Proto jsem v okolí optimální vazby proměřoval celou řadu křivek pro blízké hodnoty vazby a optimální vazbu určil stanovením nejvyššího maxima.

Úvedu tabulku měření optimálních hodnot W_2 pro několik přídavných odporů ϱ v sekundárním kruhu při rozladění $\xi = 8.6 \cdot 10^{-3}$.

$\varrho \Omega$	d_2	$W_2^{(opt)}$	k k =	$/\overline{d_1d_2 (1+\xi^2/\overline{d_2^2})}$
			měřené	$\operatorname{počítan\acute{e}}$
0	$2,12 \cdot 10^{-2}$	$3,56.10^{3}$	$17,3.10^{-3}$	16,4 . 10 -3
3,373	$2,69.10^{-2}$	$3,59.10^{3}$	18,5 . 10-3	18,0 . 10 -3
6.9687	$3,30.10^{-2}$	$3,55$. 10^{3}	20,1 . 10 ³	19,6 . 10 -3
10,1374	$3,84.10^{-2}$	$3,55$. 10^3	$22,5$. 10^{-3}	$20,9.10^{-3}$
15,3268	$4,74.10^{-2}$	$3,55$. 10^{3}	$23,7$. 10^{-3}	23,0 . 10 ⁻³

Rozdíl hodnot $W_2^{(opt)}$ od středu 3,56. 10³ erg/sec činí necelé 1%; měřené hodnoty k s rostoucím ϱ skutečně rostou, jak vyžaduje teorie a shodují se dosti dobře s hodnotami vypočtenými.

Část IV.

Konečně jsem se zabýval po stránce experimentální případem, že frekvence ω , ω_1 , ω_2 jsou vázány t. zv. rovnicí frekvencí. Případ tento nastává v praxi na př. u lampového generátoru s vlastním buzením a sekundárním kruhem.

K tomu účelu bylo nutno dosud užívanou aparaturu poněkud změniti: Oscilační kruh I na obr. 1 byl odstraněn, kruh II byl přímo spřažen s oscilačním kruhem generátoru a proto byla cívka L generátoru namontována na místo cívky L''_1 . V sekundárním kruhu byl termoelement nahrazen direktně ukazujícím tepelným ampérmetrem s rozsahem do 500 mA.

Cílem měření bylo získání resonančních křive
k $I_2{}^2$ v závislosti na

 $x = \frac{\omega_2^2}{\omega_1^2}$ resp. na změně kapacity $\varDelta C_2 =$ konst. (1 - x).

 $(\Delta C_2 \text{ jsem nanášel v dílcích normálního kondensátoru; 1 dílek =$ = 1,5 µµF) pro různé vazby a sice ve dvou případech, které jsou $i v teorii rozlišeny, totiž 1. <math>d_1 > d_2$, 2. $d_1 < d_2$.

1. Křivky I_2^2 pro případ $d_1 > d_2$.

Křivky I_2^2 pro volnou vazbu mají charakter obyčejných resonančních křivek. S rostoucí vazbou se stává maximum resonanční křivky ostřejší, až se konečně dostaneme do takového oboru



Obr. 15.

Křivky I_2^2 pro $\omega_0 = 6,27 \cdot 10^6$ cyklů ($\Delta C_2 = 0$). 1. l = 14 cm, 2. l = 8 cm; $d_1 > d_2$; I_2 v amp.







vazby, kde se intensita oscilací v sekundárním kruhu mění skokem (obr. 15). Resonanční křivky se skládají pak ze dvou protínajících se větví. Zvětšujeme-li spojitě kapacitu C_2 sekundárního kruhu od hodnot menších, než je kapacita odpovídající resonanci, mění se intensita nejprve spojitě (při tom postupujeme po první větvi křivky až za resonanci), při dalším zvyšování kapacity klesne intensita oscilací podél vyčárkované čáry skokem s prvé větve na druhou. Při dalším zvětšování kapacity mění se intensita opět spojitě podél stabilní části druhé větve. Při zmenšování kapacity C_2 od hodnot větších než odpovídá resonanci mění se I_2^2 podle větve druhé, pak náhle skočí podél čárkované čáry s konce větve druhé na stabilní část větve prvé. Křivky I a 2 liší se od sebe tím, že u křivek I, jež byly získány při volnější vazbě, odpovídají konce větví

246

maximu intensity, kdežto u křivek 2, jež byly získány při tužší vazbě, přechází každá větev přes maximum k bodu přeskoku.

Větší či menší symetrie větví těchto křivek závisela na tuhosti zpětné vazby generátoru; při velmi těsné vazbě se objevily křivky zcela nesymetrické.

2. Křivky pro případ $d_1 < d_2$.

Charakter křivek I_2^2 je pro volnou vaz bu týž jako charakter křivek sub 1. (obr. 16, *I*). Při poněkud těsnější vazbě obdržíme křivky typu 2 na obr. 16. Křivky mají dvě maxima, mezi nimiž se na ose nachází minimum. Celá křivka se proběhne spojitě, je stabilní. Při tuhých vazbách nastávají skoky v intensitě oscilací; intensita se mění skokem od hodnot nižších k hodnotám vyšším podle čárkovaných přímek. Dostáváme křivky typu 3 na obr. 16 s dvěma maximy.

Křivky právě popsané v případě 1. i 2. shodují se charakterem s křivkami $W'_2 = W_2/E^2$, které odvodil Petržílka v III. části, a to pro 4 uvažované případy vazby: volno-volná, těsno-volná, volno-těsná.

Volno-volné vazbě odpovídají křivky tvaru 1 na obr. 16. V případě těsno-volné vazby křivky tvaru 1 přecházejí v křivky 2 na obr. 16. Křivky tvaru 1 na obr. 15 charakterisují případ volnotěsné vazby. V případě těsno-těsné vazby existují křivky tvaru 2 na obr. 15, resp. křivky tvaru 3 na obr. 16.

Část V.

Měření útlumů.

Útlumy oscilačních kruhů, definované vzorci $d_1 = R_1/\omega L_1$, $d_2 = R_2/\omega L_2$, lze jednak vypočítati ze známých veličin R_1, R_2, L_1, L_2 , ω , jednak stanoviti přímo v případě, že ω je konstantní, ω_1 a ω_2 proměnné, těmito metodami:

a) Útlum $d_1 z$ křivek W_2 v závislosti na η . Stanovení útlumu d_1 se dá provésti pro $\xi \gtrless 0$, jak v případě velmi volné vazby, tak v případě vazby optimální. Nejlépe je k tomu použíti redukovaných křivek $W_2/W_2^{(opt)}$. Jak počet ukazuje, je šířka resonanční křivky v případě velmi volné vazby ($k \doteq 0$) přibližně rovná dvojnásobnému útlumu $2d_1$, v případě optimální vazby

$$k_0^2 = d_1 d_2$$
 resp. $k_0^2 = d_1 d_2 (1 + \xi^2 / d_2^2)$

přesně čtyřnásobnému útlumu $4d_1$. Tento výsledek byl měřením potvrzen. Skutečně byla resonanční křivka při optimální vazbě dvakrát širší než při vazbě velmi volné. Útlum plynoucí z měření při optimální vazbě je 7,4.10⁻³, 7,62.10⁻³, 7,38.10⁻³,

27.00

hodnota direktně počítaná je 7,4 . 10^{-3} , tedy rozdíl od středu 1%. Pro velmi volnou vazbu bylo těžko určiti útlum s dostatečnou přesností, jednak proto, že resonanční křivka byla úzká, jednak proto, že výchylky galvanometru jsou při velmi volné vazbě malé a možná relativní chyba veliká.

β) Útlum d_2 z křivek W_2 v závislosti na ξ .

Útlum d_2 byl určován analogicky z resonanční křivky při velmi volné i při optimální vazbě. V souhlase s teorií bylo nalezeno. že šířka resonanční křivky při optimální vazbě je opět dvakrát větší než při velmi volné vazbě. Hodnoty d_2 z měření při velmi volné vazbě byly 1,92. 10⁻², 2,07. 10⁻², 1,98 10^{-2} , při optimální vazbě









.2



Křivka $\eta = k^2 \xi / (d_2^2 + \xi^2)$ (křivka poloh maxim W_2) vypočtená pro $k = 39 \cdot 10^{-3}$ v závislosti na parametru ξ . Maxima pro $\xi = \pm d_2$. Nanesené body jsou body měřené.

naměřeno 1,90. 10^{-2} , 1,97. 10^{-2} , 1,98. 10^{-2} . Hodnoty měřené při optimální vazbě souhlasí mezi sebou lépe. Všechny hodnoty však se neliší od středu více než o 3,5%.

γ) Utlum d_2 z křivek W_2/W_1 .

Z měřených hodnot W_1 a W_2 sestrojil jsem křivky W_2/W_1 v závislosti na ξ pro $\eta \gtrless 0$ (obr. 17, $\eta > 0$). Jsou to křivky typu jednoduchých resonančních křivek s jediným maximem v bodě $\xi = 0$. Jejich šířka je $2d_2$ nezávisle na vazbě k. Experimentálně našel jsem ve shora zmíněných třech případech $d_2 = 1,99 \cdot 10^{-2}$, $2,0 \cdot 10^{-2}$, $1,93 \cdot 10^{-2}$, což dobře souhlasí s hodnotami v odstavci β) zjištěnými.

Jsou tedy důsledky teorie experimentem v mezích přesnosti potvrzeny.

 δ) Utlumy d_1 , d_2 z posuvu maxim W_2 .

Křivky W_2 v závislosti na ξ mají maximum v bodě $\xi = \eta k^2/(d_1^2 + \eta^2)$ (54). Je-li k konst., nabývá maximum v závislosti na parametru η největší vzdálenosti od bodu $\xi = 0$ pro $\eta = \pm d_1$. Experiment to potvrdil zcela dobře. Vypočetl jsem křivku $\xi = k^2 \eta/(d_1^2 + \eta^2)$ pro dané k, při kterém jsem měřil, a do grafu nanášel příslušná ξ a η , pro něž maximum W_2 nastalo. Body ležely uspokojivě na křivce vypočtené.

Analogicky plyne z teorie (50), že vzdálenost maxim W_2 od bodu $\xi = 0$ je největší pro $\xi = \pm d_2$. Vypočetl jsem z měřených hodnot křivku $\eta = k^2 \xi/(d_2^2 + \xi^2)$ a do grafu nanášel příslušná ξ a η , při nichž maximum W_2 nastávalo (obr. 18). Měřené body leží dosti dobře na vypočtené křivce. Ovšem tato metoda se pro svou komplikovanost a tím způsobenou nepřesnost nehodí k měření útlumu.

Závěr.

V závěru bych rád uvedl několik poznámek o shodě teorie s experimentálními výsledky.

V případech, kdy nebylo třeba k teoretické diskusi odvozených výrazů a z nich plynoucích výsledků zaváděti zjednodušující předpoklady, shoduje se experiment s teorií v mezích pozorovacích chyb. Tyto chyby, které byly dány přesností aparatury, nepřevýšily nikdy 3%, v čemž jsou zahrnuty i všechny rušivé vlivy. S touto přesností byly experimentem potvrzeny zajímavé výsledky teorie, jako je existence optimálního přenosu energie (část I. a III.) a různé tvary energetických křivek (část III.).

Ale i v těch případech, kdy byla při diskusi veličina η jakožto velmi malá vůči l zanedbána (část I.), ukázal experiment, že je to předpoklad oprávněný. Potvrdila tedy předložená práce experimentálně v celém rozsahu práci Petržílkovu.

Vedle toho ji však také experimentálně doplnila (část II. a IV.), takže obě práce dohromady podávají nyní souhrnný obraz energetických poměrů ve dvou spřažených oscilačních kruzích.

II. oddělení fysikálního ústavu Karlovy university v Praze.

V. Petržílka: Čas. pro pěst. mat. a fys., 59, 113, 172, 245, (1930). —
V. Petržílka: Elektrische Nachrichtentechnik, 7, 317, (1930), 8, 122, (1931). —
A. Žáček a V. Petržílka: Čas. pro pěst. mat. a fys., 59, 99, (1930). —
E. Alberti: Jahrb. d. drahtl. Telegr. u. Teleph., 16, 252, (1920). —
E. Giebe u. E. Alberti: Jahrb. d. drahtl. Telegr. u. Teleph., 16, 242, (1920). —
K. Heegner: Jahrb. d. drahtl. Telegr. u. Teleph., 29, 179, (1927). —

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky. Ročník 62.

17

Contribution à l'étude expérimentale des énergies dans deux circuits oscillatoires couplés.

(Extrait de l'article précédent.)

Ce travail est une vérification expérimentale ainsi qu'un complément expérimental du travail théorique de M. Petržílka, en présentant des résultats de l'étude expérimentale obtenus par une aparature bien adaptée pour satisfaire aux conditions théoriques.

Partie l'ère. On a étudié les courbes d'énergies W_1 , W_2 , dans le cas ou la fréquence ω de la force électromotrice imprimée est variable, les fréquences propres de deux circuits étant égales $(\omega_1 = \omega_2 = \omega_0)$, en fonctions du désaccord $\xi = \eta = 1 - \omega_0^2/\omega^2$.

Ce cas fournit des courbes simples et bifurquées représentées par les fig. 2 et 3. On a trouvé que les limites des domaines de l'existence de ces deux sortes de courbes sont fournies, en effet, par les courbes algébriques H_1 , H_2 (fig. 4).

En étudiant le maximum de W_2 en fonction de k, on a trouvé que la valeur "optimale" de W_2 ne dépend pas de la résistance ohmique du circuit secondaire. Dans ce cas, on a $W_2^{(opt)} = W_1^{(opt)}$, et le coefficient de couplage est donné par la formule $k_0^2 = d_1 d_2$. L'expérience a montré que cette condition est bien remplie.

Partie II^{ime} . La discussion théorique des courbes W_1 , W_2 en fonction de ω au cas où les fréquences $\omega_1 \neq \omega_2$ restent constantes, perd son sens, étant trop compliquée. Les expériences ont donné des courbes asymétriques (fig. 6 et 7) simples et bifurquées analogues à celles de la partie I^{ire} .

Partie III^{ème}. On laisse ω constant et fait varier une des fréquences ω_1, ω_2 .

 ω_i étant variable, on a trouvé des courbes W_1 , W_2 en fonction de η qui ont la forme des courbes de résonance simples avec un maximum. Le rapport W_2/W_1 reste constant avec une précision supérieure à 3 pour cent.

Si l'on fait varier ω_2 , on obtient les courbes en fonction de ξ . Dans le cas $\eta = 0$ les courbes W_1 sont symétriques et possèdent un seul minimum; η étant différent de zéro, les courbes W_1 ont un maximum et un minimum. Les courbes W_2 restent constamment simples avec un seul maximum.

Les rélations théoriques pour le transport maximum de l'énergie dans le circuit secondaire sont vérifiées de même avec une précision supérieur à 3 pour cent.

Partie IV^{ime} . Le but de cette partie est d'étudier expérimentalement les courbes I_2^2 en fonction du changement de capacité

Sec. 2

 ΔC_2 , qui est proportionnel au changement de $x = \omega_2^2/\omega_1^2$ en cas où ,,l'équation de la fréquence" est satisfaite. Les courbes I_2^2 caractéristiques obtenues expérimentalement ont qualitativement la forme donnée par la théorie pour les courbes $W'_2 = W_2/E^2$. *Partie Vême*. La théorie a donné quelques résultats qui permettent la détermination des amortissements respectifs d_1 , d_2 .

En effet, les valeurs mesurées montrent un bon accord mutuel et correspondent bien à celles calculées directement.