Octave Onicescu

Sur les valeurs prises par un ensemble de fonctions dans le plan et dans l'espace

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 64 (1935), No. 5, 156--157

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/121263

Wir führen nun kompliziertere Körper ein, die als rotative Körper bezeichnet werden sollen. Darunter werde jede Vereinigung $\mathfrak{K} = \sum_{n=1}^{\infty} \mathfrak{R}_n$ von paarweise fremden Rotationskörpern verstanden, die der Limesbedingung $\lim_{n \to \infty} \varrho(\mathfrak{R}_n)$ genügt. Man kann nun das fundamentale Theorem beweisen, daß die (für ein positives r aus nur endlich vielen Summanden bestehende) Summe $\sum_{n=1}^{\infty} \mu(\mathfrak{R}_n)$ sich nicht ändert, wenn man $\mathfrak{K}$ auf irgend eine andere Weise unter Beachtung der Limesbedingung in Rotationskörper zerlegt, und wir wollen sie als Inhalt $\mu(\mathfrak{K})$ von $\mathfrak{K}$ bezeichnen. Mit rotativen Körpern lassen sich bereits sehr allgemeine Mengen approximieren. Man kann von hier aus zu einer sehr allgemeinen Inhaltslehre gelangen und in ähnlicher Weise wie im endlichdimensionalen Raume auf ihr eine Lesbeguesche Integrationstheorie gründen, was hier wegen Raummangels nicht ausgeführt werden kann.

Es kann auch nicht besprochen werden, in welchem Sinne die Funktionen $\mu(r)$ einer positiven Veränderlichen r als nichtarchimedisches Größensystem angesehen werden können.

Sur les valeurs prises par un ensemble de fonctions dans le plan et dans l'espace.

Octav Onicescu, Bucuresti.

Je considère un système de deux polynomes réels $P(x, y)$ et $Q(x, y)$; je suppose que

$$\frac{D(P, Q)}{D(x, y)}$$

est en général positif, et nul seulement sur un ensemble de points isolés.

Je démontre, en me servant des mêmes méthodes de caractère topologique qui m'ont servi à la démonstration du théorème de Picard pour les fonctions holomnphes entières d'ordre fini, que la correspondance

$$X = P(x, y)$$
$$Y = Q(x, y)$$

a toute au plus un système de valeurs d'exception.

Dans le cas de trois dimensions, et avec des conditions analogues, le système de trois polynomes P, Q, R n'admet aucun point exceptionnel; c'est à dire quelque soit le système $A, B, C,$ les équations

$$\begin{aligned} A &= \mathrm{P}(x, y, z) \\ B &= \mathrm{Q}(x, y, z) \\ C &= \mathrm{R}(x, y, z) \end{aligned}$$

ont au moins un système de solutions $x = a$, $y = b$, $z = c$ réelles.

Les considérations précédents peuvent être étendus à des fonctions plus générales que les polynomes.

Sur une classe d'intégrales de Laplace-Abel.

Michel Petrovitch, Beograd.

Comme l'on sait, il n'existe pas d'intégrales réelles

$$\mathrm{F}(z) = \int_a^b \mathrm{u}(t)\, e^{zt}\, \mathrm{d}t \tag{1}$$

non identiquement nulles, qui auraient comme zéros la suite naturelle des nombres premiers réels. L'auteur démontre l'existence d'intégrales (1) ayant commes zéros la suite naturelle des nombres premiers purement imaginaires et indique un moyen fort simple pour former effectivement de telles intégrales.

A cet effet soit

$$\sum_{m=2}^{\infty} (a_m \cos mx + b_m \sin mx) \tag{2}$$

le développement en série de Fourier d'une fonction $\mathrm{f}(x)$. Tel serait p. ex. le développement

$$\tfrac{1}{2}\sin 2x + \tfrac{1}{3}\sin 3x + \tfrac{1}{4}\sin 4x + \ldots$$

représentant entre $x = 0$ et $x = 2\pi$ la fonction $\mathrm{f}(x) = \frac{1}{2}\pi - \frac{1}{2}x - \sin x$.

Soit $A_2, A_3, A_4, \ldots$ une suite de coefficients tels que la série

$$\mathrm{u}(t) = \sum_{n=2}^{\infty} A_n\, \mathrm{f}(nt) \tag{3}$$

converge pour tout t compris entre 0 et 2π, et envisageons l'intégrale (1) où $a = 0$, $b = 2\pi$, $\mathrm{u}(t)$ étant une fonction (3). L'auteur montre que:

La fonction $\mathrm{F}(z)$ est une fonction entière de z, du genre un, s'annulant pour les valeurs $z = iq$ lorsque q est un nombre premier positif quelconque, et différent de 0, lorsque q est un nombre composé.

Le théorème fournit, entre autres conséquences, le moyen de former des séries de puissances à lacunes dont les rangs seraient égaux aux termes de la suite naturelle des nombres premiers.