Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Alois Strnad

Drobné zprávy

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 15 (1886), No. 1, 26--33

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/121700

v různých časopisech („Zeitschrift für den math. und naturw. Unterricht“ — „Natur und Offenbarung“ a j.) sepsal pro náš časopis a anonymně zaslal r. 1874 článek nadepsaný „Osiřelé myšlenky mathematické.“ Ku článku tomu přičinil tehdejší redaktor prof. dr. Fr. J. Studnička poznámku: „Nejmenovaný přítel z Uher (tenkráte Vervaet meškal v Prešpurce) zaslal do časopisu řadu drobotin s uvedeným nadpisem, z nichž tuto několik v překladu jest položeno.“ (Časopis pro pěstování mathem. a fysiky. III. pag. 275—277). Ostatních pojednání v časopise našem uveřejněných a jménem auktorovým podepsaných netřeba zde uváděti.

Jakožto bystrý a obezřelý paedagog činil po ta léta, co učil na středních školách, pozorování srovnávaje methodu vyučovací v Rakousku zavedenou s methodou na svobodných školách belgických, kdež požíval prvního vzdělání svého; výsledkem těchto pozorování byl pozoruhodný článek v časopise „Vaterland“ uveřejněný: Der Schulkrach und sein Heilmittel.

V rukopise po něm zůstala „Trigonometrie.“

O osobní povaze nebožtíkově budiž pověděno, že byl vedlé tradic řádu, jemuž náležel, muž skromný a tichý, jenž nevyhledával ovšem společnosti. Nicméně navštěvovali jej časem přátelé, k nimž poutaly jej stejné snahy duchovní. Mezi nimi jmenován budiž zesnulý již slovutný geolog francouzský a vřelý přítel Čechů *Jáchym Barrande*, jenž před očima Vervaetovýma zemřel; přátelský svazek obou těchto cizinců nám tak sympatických svědčí o ušlechtilé mysli obou.

Drobné zprávy.

Podává

A. Strnad,

professor v Hradci Králové.

Pravidlo Fermatovo, že každé číslo tvaru $2^{2^n}+1$ jest číslo kmenné, objevilo se nesprávným při hodnotách $n=5, 12, 23$. V prvém případě shledal již *Euler* činitele 641, v druhém vytknul *Pervušin* činitele 114689 a v třetím 167772161. (Viz Časopis, roč. VIII., str. 36 a roč. XI. str. 137). K těmto třem dosavad známým případům připojil *Landry* případ čtvrtý; při $n=26$ vznikne totiž číslo mající činitele 274177, jak nejnověji *Seelhoff* potvrdil. (Hoppe, Archiv 1885, str. 332).

Nové vlastnosti trojúhelníka. Dán jest $\triangle abc$, jehož úhly jsou α, β, γ, obsah Δ; o trojúhelník ten opsána jest kružnice K středu h a poloměru r. Stanovme v bodech a, b, c ke kružnici K tečny omezující $\triangle mnp$ a veďme příčky am, bn, cp; přímky tyto — tak zvané *symediany* trojúhelníka abc — dělí strany jeho ve čtverečném poměru stran přilehlých a mají společný průsečík k, který jest význačným bodem trojúhelníka. Slove *bod Lemoineův* dle geometra, jenž poprvé zajímavé jeho vlastnosti vytknul; Němci zovou jej bodem Grebeovým. Vzdálenosti bodu toho od stran základního trojúhelníka jsou úměrny k délkám stran; součet zčtvercovaných těchto vzdáleností jest minimum. Bod k jest středem homologie trojúhelníků abc, mnp; jich osa homologie kolma jest ku přímce hk. Jsou-li body k_1, k_2, k_3 průměty bodu k do stran trojúhelníka abc, jest bod k těžištěm trojúhelníka $k_1k_2k_3$. Přímky, které jej spojují se středy stran základního trojúhelníka, půlí příslušné výšky tohoto. Rovnoběžky, vedené bodem k ku stranám trojúhelníka abc protínají obvod jeho v šesti bodech určité kružnice L, jejíž střed z půlí délku hk; části stran trojúhelníka abc obsažené uvnitř této kružnice jsou úměrny k třetím mocninám stran těchto. Křivka tato slove *kružnice Lemoineova* (triplicate-ratio circle dle Tuckera). Průsečíky stran trojúhelníka abc s kružnicí L jsou vrcholy dvou shodných a základnímu podobných trojúhelníků; strany jich tvoří se souhlasnými stranami trojúhelníka abc stálý úhel ϑ a poměr podobnosti jest $2\cos\vartheta$.

Promítněme bod k na kolmice uprostřed stran trojúhelníka abc vztýčené a v bodě h se protínající; obdržíme tím body a', b', c' a bude $\triangle a'bc \sim b'ac \sim c'ab$, dále pak

$$\sphericalangle a'bc = b'ca = c'ab = a'cb = b'ac = c'ba = \vartheta.$$

Úhel tento určen jest rovnicí

$$\cot\vartheta = \cot\alpha + \cot\beta + \cot\gamma.$$

Trojúhelníky abc, $a'b'c'$ jsou podobnými a mají společné těžiště e; nazveme-li obsah $\triangle a'b'c' = \Delta_1$ a dříve zmíněného $\triangle k_1k_2k_3 = \Delta_2$, jest $\Delta_1 = \frac{1}{4}\triangle(1-3\operatorname{tg}^2\vartheta)$, $\Delta_2 = \frac{3}{4}\triangle\operatorname{tg}^2\vartheta$. Přímky $a'b$, $b'c$, $c'a$ protínají se v jednom bodě o a přímky ab', bc', ca' v bodě o'. Body tyto jsou tak položeny, že jest $\sphericalangle oho' = \vartheta$, přímka oo' stojí pak kolmo na přímce hk a jest jí v bodě s půlena. V tomto bodě protínají se přímky spojující středy stran trojúhelníka abc se souhlasnými středy stran trojúhelníka $a'b'c'$. Body o, o' nazvány jsou *body segmentárné* čili *body Brocardovy*, ač některé jich vlastnosti poprvé vytknul

Clarke. Body ty jsou ohniska ellipsy, která se stran základního trojúhelníka dotýká v bodech průsečných se symedianami; poloosy její jsou $r \sin \vartheta$, $2r \sin^2 \vartheta$. Přímky aa', bb', cc' protínají se v jediném bodě d; tento jest tudíž středem homologie trojúhelníků abc, $a'b'c'$, příslušná pak osa homologie kolma jest ku dh. Dříve jmenovaný bod e jest také těžištěm trojúhelníka doo'. Rovnoběžky jdoucí vrcholy trojúhelníka abc k příslušným stranám trojúhelníka $a'b'c'$ protínají se v bodě r na kružnici K; bodem tím prochází též přímka dh. Kolmice vedené vrcholy trojúhelníka abc ku stranám trojúhelníka $a'b'c'$ protínají pak se v bodě n kružnice K; body h, n, r leží v jedné přímce. Přímky $a'k$, $b'k$, $c'k$ půleny jsou příslušnými medianami (těžnicemi) trojúhelníka abc.

Brocard dokázal, že body h, k, a', b', c', o, o' leží na určité kružnici, jejímž průměrem jest $hk = r\sqrt{1 - 3\,\mathrm{tg}^2\vartheta}$. Kružnice tato nazvána jest *kružnice sedmi bodů* čili *kružnice Brocardova;* mimo body jmenované obsahuje však ještě tři zvláštní body. Kružnice totiž abo, bco, cao — abo', bco', cao' protínají se po dvou ve třech bodech a'', b'', c'' ležících na kružnici Brocardově. Týmiž body jdou kružnice abh, bch, cah. Přímky aa'', bb'', cc'' procházejí bodem Lemoineovým k a přímky $a'a''$, $b'b''$, $c'c''$ těžištěm t. Tyto tři body a'', b'', c'' jsou ohniska tří parabol, z nichž každá dotýká se dvou stran trojúhelníka abc ve vrcholech třetí strany. Jsou-li středy posléze vytčených a body o, o' procházejících šesti kružnic po řadě c_1, a_1, b_1 — c_2, a_2, b_2, jest $\triangle a_1 b_1 c_1 \sim a_2 b_2 c_2 \sim abc$. V každém z trojúhelníků $a_1 b_1 c_1$, $a_2 b_2 c_2$ jest bod h bodem Brocardovým, bod z pak bodem Lemoineovým. Jsou-li $h_1 h_2$ středy kružnic o tyto trojúhelníky opsaných, půlí bod h vzdálenost $h_1 h_2$, a přímky $h_1 o$, $h_2 o'$ protínají se v bodě d', kterýž jest polem přímky oo' vzhledem ke kružnici Brocardově.

Lemoine uveřejnil první svá dotyčná pojednání v Comptes rendus de l' Association française pour l' avancement des sciences, congrès de Lyon (1873), congrès de Lille (1874); *Brocard* tamže congrès d' Alger (1881), congrès de Rouen (1883). Mimo to jedná se v poslední době o tomto předmětu ve všech téměř časopisech mathematických, které elementárnou geometrii pěstují; tak zejmena zabývali se jím *Neuberg*, *Tarry* a j. v belgickém časopise *Mathesis* (tome I.—V.), *Stoll*, *Kiehl*, *Böcklen* a jiní v *Hoffmann's Zeitschrift für mathem. und naturw. Unterricht* (XII.—XVI. Jahrgang).

Přibližná rektifikace ellipsy. V III. ročníku časopisu Mathesis, vydávaného Mansionem a Neubergem, nalezáme následující vzorce přibližné pro obvod ellipsy, jejíž poloosy jsou a, b:

$$E = \frac{\pi}{3}\left[a + b + \sqrt{3a^2 + b^2} + \sqrt{3b^2 + a^2}\right]. \quad \textit{(Cavallin)}$$

$$E = \pi(a + b) + \frac{\pi}{4} \cdot \frac{(a - b)^2}{a + b}. \quad \textit{(Cesàro)}$$

$$E = 2\pi \sqrt[3]{\tfrac{1}{4}(a^3 + b^3 + 2ab\sqrt{ab})}. \quad \textit{(Muir)}$$

Vzorec poslední jest velmi přesný a lze jej takto vysloviti: *Obvod ellipsy rovná se přibližně obvodu kruhu, jehož průměrem jest semikubický průměr os ellipsy.*

Střed prostorové křivky stupně třetího. V díle *Schröterově:* „Theorie der Oberflächen zweiter Ordnung und der Raumcurven dritter Ordnung" odvozeny jsou tyto vlastnosti křivek prostorových třetího stupně: Zvolíme-li jednu z oskulačních rovin, protínají tuto ostatní roviny oskulační v přímkách, které obalují kuželosečku. Geometrické místo středů všech takto určených kuželoseček jest pak opět určitá kuželosečka K. Tato protíná v jednom bodu každou z os tří válcových ploch druhého stupně, které křivkou kubickou položiti možno; tyto tři body nazývá Schröter středy křivky. Naproti tomu odporučuje *Geisenheimer* (Schlömilch, Zeitschrift. XXVII. Jahrg. 321) nazývati středem prostorové křivky stupně třetího střed s kuželosečky K. Uvádí mnohé zajímavé vlastnosti tohoto bodu, jimiž návrh svůj podporuje; na př.: Bod s jest středem hyperboloidu určeného asymptotami křivky kubické. Dvě roviny souměrné vzhledem k rovině kuželosečky K stanoví v křivce kubické vrcholy dvou obsahem stejných trojúhelníků. Geometrickým místem těžišť všech takových trojúhelníků jest určitá přímka jdoucí bodem s atd.

Hyperboloid orthogonalný a rovnostranný. Dány-li jsou dvě mimoběžky, jakožto osy dvou svazků rovin, lze ku každé rovině svazku jednoho stanoviti jedinou kolmou svazku druhého. Každé dvě takto k sobě přidružené roviny stanoví určitou přímku a souhrn všech takových přímek jest hyperboloid orthogonalný, nazvaný tak *Schröterem* (Crelle-Borchardt, Journal. Bd. LXXXV. 26.) Roviny kolmé k osám těchto svazků, kteréž osy též hyperboloidu náleží, protínají tento ve křivkách kruhových. Týž hyperboloid lze dle *Chaslesa* obdržeti jakožto geometrické místo bodů, jichž vzdálenosti ode dvou daných mimoběžek jsou v stálém poměru. *Voigt* vyšetřoval jiný zvláštní hyperboloid a nazval jej rovnostranným. (Crelle, Bd. LXXXVI. 297). Tento určen jest třemi mimoběžkami na vzájem kolmými a obsahuje nekonečně mnoho trojin takových přímek*). Výšky jakéhokoli čtyrstěnu jsou přímkami rovnostranného hyperboloidu, který ovšem ve zvláštních případech přechází v kuželovou plochu. Dvě a dvě protější hrany čtyrstěnu stanoví pak určitý hyperboloid orthogonalný. Náleží tedy ke každému čtyrstěnu jeden hyperboloid rovnostranný a tři orthogonalné. *Thieme* dokázal, že tyto čtyry hyperboloidy protínají se v téže křivce prostorové stupně 4ho. (Schlömilch, Zeitschrift. XXVII. Jahrgang 60.)

(Podává dr. **Josef Theurer** v Praze.)

O elektrické vodivosti lučebně čisté vody. Lučebně čisté vody nelze upotřebiti jakožto elektrolytu při rozkladu vody ve vodík a kyslík, k účelu tomu nutno vždy vzíti rozředěnou kyselinu sírovou. Elektrolyse vodou čistou t. j. co možno prostou všech součástí cizích děje se tím volněji, čím čistší jest voda. Toto faktum známo jest již delší dobu, a nalezáme také již mnohá data udávající vodivosť čisté vody. Magnus určil r. 1861 vodivosť tu číslem $1{\cdot}33.10^{-10}$, Quinke číslem $2{\cdot}16.10^{-10}$. Kohlrausch, který o témže předmětě napsal článek ve Zprávách král. bavorské společnosti nauk v Mnichově r. 1875, uvádí vodivosť vody $0{\cdot}72.10^{-10}$.

Příčinu, proč tyto udaje mezi sebou tak velice se různí, hledati dlužno v obtíži, jaká naskýtá se při výrobě lučebně čisté vody; ve vodě, jak obyčejně bývá, obsaženy jsou byť i sebe nepatrnější zbytky kyselin a látek organických; konečně voda

*) O asymptotické ploše kuželové hyperboloidu rovnostranného viz čl. pisatele těchto řádků v IX. ročníku tohoto „Časopisu“ (str. 55.).

u vysoké míře absorbuje plyny, tak že, má-li při destillaci přístup vzduch, nelze naprosté čistoty destillatu nikdy dosíci. Aby o vodivosti vody co nejlépe se přesvědčil, destilloval Kohlrausch minulého roku vodu, která jinak za lučebně čistou se pokládá, v prostoru vzduchoprázdném při tlaku as 0·01 *mm* rtuti; vodu dobře vyvařil a potom předestilloval do nádoby ku měření odporu určené. Výsledky své uveřejnil ve Zprávách král. akademie berlínské, ve Wiedemannových Annalech 1885, 1. sešit, a v Zeitschrift für Elektrotechnik 1885, 5. seš. Čísla, která obdržel, jsou daleko menší, než čísla nahoře uvedená; z 8 pokusů plyne totiž hodnota pro vodivosť vody 25.10^{-19} až 32.10^{-19} vodivosti rtuti. Abychom si učinili představu o nesmírném odporu čisté vody, položme zde tento obraz: sloupec rtuti, všude stejně tlustý, objímající celou zeměkouli, má odpor tak veliký, jako stejně tlustý sloupec vody o délce 1 millimetru; Ohm definován byl by sloupcem vody majícím 1 mm^2 v průřezu a délku 26 bilionin metru; sloupec vody, mající 1 mm^2 v průřezu a 1 *m* délky, má odpor 4.10^{10} Ohm, kterýžto odpor, kdyby ho docíleno mělo býti drátem měděným, vyžadoval by drátu 24.10^8 *km* dlouhého, což jest délka taková, že světlo potřebovalo by 2·2 hodiny, aby ji proběhlo. — Jest tedy patrno, že voda, jako pro účely praktické již za úplný nevodič platí, i ve smyslu přesně vědeckém by mohla býti zvána nevodičem, kdyby se podařilo, úplně čisté H_2O připraviti, což by novým bylo dokladem pro domněnku vyslovenou Kohlrauschem již roku 1876 v Pogg. Annalech, že elektrolyty stávají se vodivými teprve smíšením s látkou cizí, třeba byla látka ta sama o sobě nevodičem. Zajímavá jest ještě okolnosť, jak rychle voda k oněm pokusům upotřebená se znečisťovala, což se jevilo přibýváním vodivosti; kdežto hned po připravení destillatu měl sloupec vodní měřený odpor 7.10^5 Siem., měl v 10 minutách již 4.10^5, za hodinu 25.10^4, za 3 hod. 9.10^4, za 15 hod. pouze 28.10^3 Siem.; odkud znečišťování to pochází, ana přece voda stojí v prostoru vzduchoprázdném, dosud vyšetřiti se nepodařilo. (Wied. Ann. 25. 1885).

Měření elektromotorické síly světlového oblouku elektrického provedl počátkem tohoto roku ve Vídni Lang. Již r. 1867 poukázal Edlund k tomu, že zdánlivý odpor světlového oblouku není úměrný vzdálenosti uhlů od sebe, nýbrž že jest linearnou funkcí tvaru $a + bx$. Konstantu a pak považovati lze za elektromotorickou sílu oblouku toho, působící ve směru protivném směru proudu vedením procházejícího. Měření podobná konána byla již r. 1883 Frölichem a r. 1885 Peukertem, a výsledkem jejich bylo, že elektromotorická síla ta rovná se 35 Volt. Pokusy Langovy k stejnému téměř vedly výsledku; přímým měřením odporu, který klade světlový oblouk, obdržel Lang, že při síle proudové 4·37 Amp. jest odpor ten 8·94 Ohm, tak že následuje z toho elektromotorická síla oblouku = 39 Volt. Měření podobná ovšem jsou velmi nesnadna, protože jen stěží lze vzdálenost uhlů udržeti stálou i po dobu jen tak krátkou, jaké jest potřebí k odečtení galvanometru; proto čísla uvedená dlužno považovati pouze jako udaje přibližné.

(Zeitschr. f. Elektrotechnik 1885).

O gravitační konstantě. Problem pro fysiku, hlavně kosmickou, velmi důležitý, určiti gravitační konstantu resp. střední hutnosť zemskou, řešen byl již způsoby rozmanitými od četných vynikajících fysiků. Cavendish užil k určení hustoty země točivých vah, Maskelyne a Hutten pozorovali za stejným účelem uchýlení krokvice od svislého směru působením vysokých hor, Airy konečně pozoroval dobu kyvu kyvadla, jež umístěno bylo v různých hloubkách pod povrchem zemským. Dle udání pozorovatelů těchto jest hustota země dána číslem 5·55. — Na principu zcela jiném než jmenovaní pozorovatelé založil v době novější (v létech 1879—1881) práci svou Jolly v Mnichově a současně s ním J. H. Poynting v Anglii; hustotu země určili oba uvedení fysikové vahami obyčejnými. Postup určení toho byl as tento: nejprve zváženo jisté těleso přímo na misce vah, podruhé zváženo zavěšené na drátu 21 *m* dlouhém; tím seznali, jakým způsobem tíže s výškou ubývá; stejný postup potom opakován, když pod vahami umístěna byla olověná koule vážící 5775 *kg*.

V nejnovější době navrhují Richarz a König v Berlíně methodu podobnou methodě právě uvedené. Váhy mají státi na velikém olověném rovnoběžnostěnu, jenž jest na místech pod miskami veskrz provrtán; hmota jistá váží se nyní čtyřikráte:

nejprv položí se na pravou misku nad balvanem, závaží pak na levou misku umístěnou pod balvanem; nato položí se táž hmota na pravou misku pod balvanem, závaží na levou nad ním. Je-li m hmota ta, rozdíl vyvažujících ji závaží při obou váženích δ, podobný rozdíl při dvou váženích jiných, kde balvan pod vahou umístěn není, δ', a značí-li g velikosť urychlení na povrchu balvanu, jest vzorec pro velikosť přítažlivosti balvanu dán rovnicí:

$$\varkappa = \frac{g}{4m}(\delta + \delta').$$

Nalezeno-li pak $\varkappa$, snadno nalezne se hodnota pro gravitační konstantu G; dlužno totiž z daných rozměrů balvanu vypočísti potencial jeho a jest pak:

$$\varkappa = G \, . \, \frac{\partial V}{\partial z},$$

z čehož plyne G přímo. — Návrh právě uvedený pronesen v akademii berlínské, a o provedení jeho již jest postaráno; vážení konati se bude v kasematách Špandavských nad balvanem olověným vážícím 100000 *kg*.

Skoro současně s uvedenými podal téže akademii jiný návrh Wilsing, jenž vrátil se ku myšlence, užiti k účelu určení hustoty zemské kyvadla; nejvíce vadilo užití kyvadla u příčině této, že doba kyvu i odchylky od svislého směru závisela na neznámém složení pohoří aneb šachet, kde se pozorovalo; aby kyvadlo učinil dostatečně citlivým pro působení hmot, jejichž složení i tvar lze snadno určiti, konal Wilsing již roku minulého na observatoři berlínské předběžné pokusy s tyčí železnou 1 *m* dlouhou, opatřenou na koncích závažím 300 *g* olova; tyč zavěšena v prostředku. Přibližováním hmot značnějších docílil pak úchylky rovnovážné polohy kyvadla, z níž určiti lze gravitační konstantu. Pokusy definitivní konají se již nyní na observatoři astrofysikalní.

O výsledcích obou zajímavých měření, jež konají se dle method úplně od sebe různých, neopomeneme podati zprávu.

(Wied. Ann. 25. 1885. — Sitzungsberichte der k. Acad. Berlin 1885).
