Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Věstník literární

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 13 (1884), No. 5, 288--300

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/122199

v Pardubicích, *Václav Koudela* ze VII. tř. r. v Litomyšli, *J. Karlík* a *Ferd. Koláčný* ze VI. tř. r. v Karlíně, *J. Prokůpek* stud. v Praze, *R. Vyplel* ze VII. tř. r. v Přerově a *Boh. Mašek* z V. tř. v. g. na Novém Městě v Praze.

Řešení úlohy 26., 27., 28. a 30. zaslal též p. *B. Schally* ze VII. tř. r. v Hoře Kutné, úlohu 26. p. *Ferd. Koláčný* a *J. Karlík* ze VI. tř. r. v Karlíně, úlohu 27. a 31. p. *Josef Kadlíček* ze VII. tř. g. v Olomouci a úlohu 27. a 28. p. *Max Meisl* ze VII. tř. g. v Chrudimi.

Věstník literární.

A. Hlídka programů.

Výroční zpráva cís. král. realného a vyššího gymnasia v Chrudimi, vydaná na konci školního roku 1883 obsahuje pojednání:

„O měření zraku, a jakým býti se objevil zrak žáků gymnasia našeho při měření v roce školním 1882/3 vykonaném.“ Napsal professor dr. *Josef Bernhard.*

Pan spisovatel počal již roku 1879 měřením dálky jasného vidění zkoumati poměry zrakové žákův tamějšího ústavu, a výsledky onoho pozorování již v programu téhož roku uveřejnil. Opakuje pak měření rok od roku upustil od methody, původně užívané (Stampfrova optometru), a použil methody nové, očními lékaři proslulým naším dr. Schöblem a panem dr. A. Reussem odporučené, kterou v pojednání svém blíže vyličuje.

Užívá tabulek Snellenových, t. j. popsaných písmeny různé velikosti a polohy a tak upravených, že písmena v určité vzdálenosti od oka jeví se v zorném úhlu 5 minut, což se u nejmenších písmen u vzdálenosti 5·5 m, u největších u vzdálenosti 65 m stává.

Zkoušenec při tom nemusí měniti svou vzdálenost od tabulky, ale kladou se mu před oko čočky (k tomu účelu optikem Fritschem ve Vídni v kollekci sestavené) postupně, až se najde čočka oku nejpřiměřenější; u krátkozrakého musí se přestati na čočce co možná nejslabší, u dalekozrakého na čočce co nejsilnější. Číslo čočky oku přiměřené, kterou totiž zkoušenec ze vzdálenosti 6·5 m čte nejmenší písmena tak jako normální oko bez čočky, udává pak také stupeň krátko- či dalekozrakosti, která se označuje převratnou hodnotou čísla čočky t. j. její vzdálenosti ohniska.

Nepomůže-li čočka žádná, jest oko slabozraké, při čemž se též rozeznávají různé stupně, jež pan spisovatel taktéž dle Snellenova návodu označuje.

Výsledky pilného pozorování svého na základě této methody provedeného uvádí pan spisovatel v tabulkách přehledně sestavených, a to nejprvé dle tříd v číslech absolutních i procentových, pak dle toho, jsou-li žáci krátkozrací, pak dle stupňů této oční vady, a konečně dle rodiště žáků (t. j. jsou-li městští či venkovští).

Vylíčení použité methody uvítá jistě každý, kdož podobné zkoušky učiniti míní, s radostí, a mnohý snad nyní snáze se k tomu odhodlá. Pro konečný výsledek měla by data ovšem pak teprv pravou cenu, kdyby se pozorování taková děla soustavně, po řadu let na mnohých místech.

Prof. *Jaroslav Sobička.*

B. Recense knih.

Cours de calcul infinitésimal, par *J. Hoüel*, professeur de Mathématiques pures à la Faculté des Sciences de Bordeaux. Paris, Gauthier-Villars, 1878—1881.

Jest nám pravým potěšením doporučiti svým čtenářům toto výtečné dílo učeného auktora, jehož s hrdostí čítáme již po drahnou řadu let (od r. 1873) do počtu čestných členů Jednoty. Pan spisovatel, jehož obsáhlá znalost všech literatur, slovanské nevyjímaje, jest obecně známa, podává ve čtyřech svazcích, z nichž spis se skládá, obsah svých výkladů konaných o mathematice na universitě Bordeaux-ské, arci s mnohými doplňky. Způsob, jakým zde čtenáři vyložen bohatý material, jest naskrze přesný, jasný a elegantní. Plán celé knihy načrtán a odůvodněn v předmluvě způsobem tak poučným, že jsme neváhali položiti sem překlad její; jest ona velmi spůsobilá, aby orientovala čtenáře nejen o postupu, jenž volen v uvedené knize, nýbrž i o směru, jímž se brali jiní auktoři píšíce o témž předmětu. Zní pak předmluva do slova takto:

„Tato kniha jest z velké části reprodukcí mých autografovaných výkladů uveřejněných v r. 1871. a 1872. jen v malém počtu exemplářů. Jelikož tyto byly záhy rozebrány, měl jsem za to, že by úplnější vydání, přispůsobené novým programům vyššího vyučování mohlo prospěti kandidátům mathematiky a užil jsem za tím účelem laskavé pomoci, již mi byl poskytl nakladatel pan Gauthier-Villars.

Dílo jest rozvrženo na šest kněh, jež předchází Úvod pojednávající o různých předběžných pojmech, jež jsou další lektuře užitečné aneb i přímo nutné.

První z tří kapitol, které tvoří tento úvod, obsahuje základní principy počtu operací, pojímaných ze stanoviska nejabstraktnějšího, neodvislého na jich vnitřní povaze a na povaze kvantit, jež jim podléhají; přihlíženo tu jedině k jich vlastnostem *kombinatorním.* Tyto výklady, jež lze ostatně při prvním čtení spisu minouti, zdály se mně býti nutnými pro ony čtenáře, již se chtějí seznámiti s úvahami posloupně abstraktnějšími, jakých vyžadují pokroky Analyse obírající se s objekty posloupně složitějšími.

Methoda, již jsem zvolil, jest ona, které užil Hankel ve svých *Vorlesungen über complexe Zahlen.* Nahradil jsem pouze jeho označení označením Grassmannovým, které má tu výhodu, že snadněji připouští generalisaci, poněvadž svou formou nepřipomíná žádný z obvyklých znaků a poněvadž zároveň připouští, aby se počtu zachoval obvyklý ráz.

Tyto pojmy objasňuje generalisace idey kvantity, podaná v následující kapitole a která vede posloupně od kvantit arithmetických ku kvantitám záporným a imaginárným neb komplexním. Dojdeme k těmto kvantitám řešením rovnic prvního a druhého stupně, jestliže chceme rozšířiti na všecky případy ony vlastnosti, jaké seznáváme tenkráte, kdy tyto rovnice lze arithmeticky řešiti; dále pak shledáme, že tytéž symboly vystačí ku řešení obecnému algebraických rovnic všech stupňů. Operace, jimž tyto symboly podléhají, se nikterak nerůzní ve svých vlastnostech *) od obdobných operac při kvantitách arithmetických; poněvadž připuštění těchto symbolů nemůže vésti k žádné neshodě, jest počítání s těmito kvantitami, uvažovanými ze stanoviska čistě abstraktního, založeno na pevných základech a nemůže vésti než k výsledkům absolutně správným.

Avšak, ač jest takto požadavkům ryzé vědy úplně vyhověno, má se věc zcela jinak v příčině potřeb vyučování. Abstraktním ideám, mají-li pravého místa zaujati v mysli začátečníka, nutno znázornění fysickými obrazy, bez nichž by jen s těží pochopil jich význam a užitečnost. Záporné kořeny rovnic nazývány *falešnými* až do té doby, kdy je Descartes geometricky znázornil. Kvantity komplexní nepřestaly býti považovány za symboly *imaginarné* až do té chvíle, kdy Argand a Gauss nalezli geometrický jich výklad.

Úkolem II. kapitoly jest, ukázati možnost tohoto znázornění. Připomenuv známou theorii negativných kvantit, ukazuji, že operace, prováděné se symbolem znázorňujícím bod v rovině, mají tytéž vlastnosti, jež nutno připisovati v Algebře operacím konaným se symbolem $a + b\sqrt{-1}$. Z toho jde, že lze užiti tohoto symbolu k repraesentování bodu v rovině, a tím se do-

*) Vyjma *jednoznačnost* operace opačné ku mocnění.

stává nyní počtům s imaginarnými hodnotami geometrického uskutečnění. Tímto výkladem se dostane vodítka a upokojení mysli ještě málo spřátelené se světem abstrakcí, jež by nepřijala bez nedůvěry spůsob, jakým se užívá tajuplných a zdánlivě k neshodám vedoucích symbolů ku odvozování relac mezi pojmy skutečnými a hmatavými.

Kapitola III. úvodu redigována v době, kdy theorie determinantův ještě nebyla nabyla občanského práva v elementarném vyučování. Zachoval jsem tuto kapitolu, maje za to, že čtenáři bude příhodné, míti před rukama detailovaný souhrn všech proposic této theorie, jichž užito v dalším postupu.

První kniha jedná o základech počtu infinitesimalního. Titul knihy již označuje, že jsem po příkladu jiných výtečných spisů upustil od dělení vyšší analyse na *počet differencialný* a na *počet integralný*; toto oddělování se mi nezdálo býti odůvodněno růzností obtíží, jež studium těchto dvou větví činí, jichž východiště jest totéž, majíc ještě tu nevýhodu, že nás zbavuje podpory, jíž poskytuje každá z těchto dvou opačných operac, differencování a integrování, druhé. Mimo to připouští současné studium obou těchto počtů počínající již v elementech nejrůznější upotřebení na geometrii a mechaniku.

V příčině methody, jíž měly býti vyloženy základy infinitesimalního počtu, nebyl jsem na rozpacích; neexistujeť než jediné přesné methody, nechť si ji dáme jakékoli formy a nazveme jakkoli, *methodou nekonečně malých* aneb *methodou limit*: jest to methoda Cauchy-ho a Duhamel-a, jež může býti vyložena různými spůsoby, v nichž buď více neb méně do popředí vystupuje základní její princip, aneb se více méně zahaluje úkol, jenž tu přisouzen nekonečně malým hodnotám, aneb v nichž se i úzkostlivost ve výrazech pokládá za přesnost v rozumování*).

Jest zásluhou Duhamelovou, že on první jasně vyslovil princip, který všecky tyto spůsoby činí totožnými, nechť se zdají býti jakkoli různými. Účelem počtu infinitesimalního jest obyčejně stanovení limit podílů aneb součtu jistých pomocných proměnných, jež se nazývají *nekonečně malými*, a nejčastěji nelze tohoto cíle jinak dosahnouti, než že ony hodnoty nahrazujeme jinými, které lze jednodušeji vyjádřiti a které vedou k témuž závěrečnému výsledku. Princip Duhamelův, který lze zváti *principem nahrazování nekonečně malých hodnot*, záleží v tom, že v obou uvedených případech lze nahraditi nekonečně malou hodnotu jinou, jejíž podíl s první má za mez jednici. Nepouštějíce se zřetele nikdy tuto zásadu, můžeme užívati s úplnou jistotou v řeči i písmě nekonečně malých hodnot, čímž vůči tak zvané methodě

*) V knize jednající *o počtu differencialném* a která právem se cení, podána definice differencialu funkce až v poslední kapitole.

limit nesmírně získáme v příčině stručnosti a jednoduchosti a čímž jedině možno užiti jakožto vodítko pocitu evidence vycházejícího ze známých úvah konaných o veličinách konečných.

Avšak chceme-li applikovati tento princip, musíme býti s to ustanoviti stupeň relativné velikosti dvou nekonečně malých hodnot a rozhodnouti, kdy lze jednu zanedbati vůči druhé, jejíž nekonečně malou částí jest. Tato otázka po limitě podílu se redukuje na stanovení derivac, jichž studiem nutno počíti výklad analyse nekonečně malých hodnot. Snažil jsem se, abych zavedl do těchto úvah onu přesnost, již nalézáme v novějších dílech, zvláště pak v knize pana J. A. Serret-a. Jsem v té věci velmi povděčen za vzácné rady mně pány Darboux-em a H. A. Schwarzem poskytnuté.

Položivše takto základy k infinitesimalní analysi, můžeme zavésti do počtu nekonečně malé přírůstky samy čili differencialy bez cizé úvahy konečných přírůstků a aniž bychom nahrazovali tak jednoduchý pojem přírůstku infinitesimalného umělými pojmy, jichž jediným účelem jest, aby vyskytovaly rovnicím odvozeným mezi hodnotami nekonečně malými (neb velkými) absolutní přesnosti, která jich povaze nepřísluší a která na konečný výsledek vlivu nemá. Tyto umělé obraty byly snad na místě v době, kdy o oprávněnosti infinitesimalní methody vůbec pochybováno, ale dnes jsou zbytečnými. Mají ještě tu nevýhodu, že se zdánlivě neshodují se spůsobem, jakým se od jakživa jednalo v praktických upotřebeních s nekonečně malými hodnotami, který spůsob tím v očích začátečníků nabývá rázu pouze přibližného počtu.

Tyto úvahy učinily, že jsem se vrátil k označení, jehož užil Duhamel v prvním vydání svého *Cours d'Analyse.* Differencial nějaké funkce $y = f(x)$ jest definován jakožto nekonečně malý přírůstek této funkce příslušný nekonečně malému přírůstku dx neodvisle proměnné. Avšak vyskytuje-li se tento přírůstek v nějakém počtu, v němž jde o stanovení limity podílu aneb součtu, tu můžeme, aniž by tím konečný výsledek trpěl, změniti hodnotu dy v část její, která je vůči ní nekonečně malou, a tímto spůsobem pokládati differencialy vůbec za hodnoty, jež jsou buď přímo přírůstky proměnných aneb jakýmikoli hodnotami, jež se od nich různí částmi vůči oněm nekonečně malými. Zdálo se mi tudíž zbytečným označovati tyto hodnoty jednou znakem Δ, pak znakem d, neboť tímto dvojím označením nelze než zatemniti v mysli začátečníků pravý pojem nekonečně malých hodnot.

Vykládaje základy stále jsem užíval znázornění geometrického, které abstraktním úvahám dává tvar názornější. Toto užívání geometrického *označení* se však nesmí pokládati za methodu založenou na principech pouhé geometrie. V našich analytických úvahách neexistuje čára repraesentující funkci než pomocí vlastností analytické abstraktní relace definující tuto funkci a jest to pak následkem těchto vlastností, že můžeme pojímati řadu bodů libovolně blízkých a takových, že spojnice jednoho z nich s bodem sousedním se blíží určité mezní poloze. Principy pouhé geometrie nám podávají jen konstrukce, které majíce tytéž vlastnosti jako operace abstraktní, mohou i znázorňovati a tím nahrazovati užívání formulí.

Po definici differencialů v případu jedné neb více neodvislých proměnných podávám pojem integralů jak omezených tak i neomezených. Vykládám nápotom nejjednodušší methody differenciační a integrační a užívání jich vůči různým elementárným funkcím.

Rozvinuji poněkud obšírněji důležitý přímý počet derivac libovolného stupně; po tom přecházím k repraesentaci těchto derivac pomocí differencialů příslušných stupňů. Pojednávám pak o záměně proměnných ve výrazech differencialných, o nejjednodušších vlastnostech funkcionálných determinantů a o theoremu Eulerově o funkcích stejnorodých.

Kniha I. zakončena, jakož i ostatní, sbírkou snadných cvičení o různých věcech v ní vyložených.

Obšírné detaily, jež jsem právě uvedl o plánu, dle něhož proveden počátek díla, postačí již, aby poučili čtenáře o pochodu v knihách následujících, jichž obsah nyní jen stručně naznačím.

Kniha II. jest věnována analytickým upotřebením infinitesimalného počtu.

První kapitola jedná o rozvinování funkcí v řady a jest zakončena dodatkem k základům theorie komplexních kvantit, v němž podána definice funkce exponencialné a funkcí kruhových těchto kvantit.

Kapitola II. se obírá analytickými upotřebeními differencování: stanovení pravých hodnot, maxim a minim, rozklad racionalných funkcí ve zlomky částečné.

Kapitola III. obsahuje rozšíření a upotřebení integračních method naznačených v I. knize; studium singularných případů v integralech neomezených; differencování a integrování pod znamením integračním, zároveň užívání těchto operací při stanovení zvláštních omezených integralů; záměnu proměnných v integralech mnohonásobných; nejjednodušší vlastnosti integralů Eulerových a formule Maclaurina k přibližnému vyčíslení omezených integralů.

Kniha III. pojednává o upotřebení infinitesimalné analyse na geometrii.

Kapitola I. určená studiu čar rovinných jest zakončena podrobným výkladem methody analyse geometrické utvořené panem Bellavitis-em pode jménem *methody equipollencí*, která pomocí šťastného upotřebení algorithmu platícího pro komplexní hodnoty podává nejjednodušší a nejelegantnější řešení jistého druhu úkolů z geometrie v rovině.

V kapitole II. pojednav o dotýkání a o zakřivení prostorových čar a ploch, podávám dle Gausse některé pojmy o křivosti ploch s příklady o užívání křivočarých souřadnic ve studii ploch.

Kapitola III. obsahuje upotřebení integrování ku kvadratuře a kubatuře čar a ploch, jakož i k řešení podobných úkolů o stanovení těžišť, momentů setrvačnosti atd.

Theorie differencialných rovnic tvoří předmět následujících dvou kněh, z nichž jedna pojednává o rovnicích a o soustavách rovnic o jedné neodvisle proměnné, druhá o rovnicích s více neodvislými proměnnými. V obou těchto knihách počínám tím, že ukazuji, kterak lze tvořiti differencialné rovnice eliminací libovolných stálých aneb libovolných funkcí, neboť uvažování těchto příkladů ku přímému tvoření rovnic může objasniti prostředky ku provedení opačné operace totiž integrace dané differencialné rovnice, a může lépe ukázati svazek, jenž váže tuto rovnici s různými druhy její řešení.

Předeslav tyto úvahy podávám v I. kap. knihy IV. s některými změnami důkaz Cauchy-ovy základní věty, že differencialná rovnice libovolného stupně, vyhovujíc jistým výminkám, stanoví implicitní funkci y proměnné x takovou, že jest jednoznačnou a spojitou, jest-li že jest hodnota y' vypočtena z rovnice, jednoznačnou a spojitou, a že může nabýti libovolné hodnoty pro x libovolně volené. Skutečné stanovení této funkce možno s neobmezeným přiblížením provésti pomocí sestrojení infinitesimalného mnohoúhelníku.

Vykládám pak nejjednodušší případy integrování differencialných rovnic prvního řádu, užívaje četných příkladů obsažených v Boole-ově *Treatise on Differential Equations.*

V příčině stanovení pravé povahy singularných řešení a zvláštních integralů užívám methody nalezené P. H. Blanchet-em, kterou mně byl r. 1846 sdělil. Methoda tato vede k nekonečné řadě kriterií, z nichž každé přísluší případu, kdy předcházející nerozhoduje, právě tak jako v obdobném případu posloupných konvergenčních znaků u řad nekonečných.

Naznačiv nejjednodušší případy integrování rovnic differencialných aneb jich snížení na rovnice stupně nižšího, pojednávám zevrubněji o linearných differencialných rovnicích. Aniž bych připouštěl počet s operačními symboly v onom rozsahu, v němž užit ve spisech Cauchy-ho a mathematiků anglických, měl jsem přece za prospěšné zavésti do výkladů užívání symbolů nejjednodušších, jež jsou pouhými zkratkami a jichž význam jest v každém okamžiku patrný. Používání těchto symbolů se snadno rozšíří i k případu, kdy nahrazujeme mocnosti znaku D_x faktoriellami.

Týmž spůsobem, pokud tomu dovolovala větší složitost předmětu, pojednáno o integrování soudobých linearných rovnic differencialných.

Poslední kapitola IV. knihy obsahuje první základy počtu variačního při jednoduchých integrálech.

V knize V. se obírám differencialnými rovnicemi o více neodvisle proměnných, počínaje s rovnicemi prvního řádu a stupně o totalných differencialech s třemi proměnnými.

Ukázav geometrickými příklady význam částečných rovnic differencialných odvozuji dle Jacobi-ho totožnost problemu integrace částečné rovnice linearné prvního řádu s integrací jisté soustavy soudobých obyčejných rovnic differencialných. Napotom vykládám integraci nelinearné částečné rovnice differencialné o dvou neodvisle proměnných a zavírám tuto knihu přehledem method, jichž se užívá k integrování linearných rovnic částečných libovolného řádu vyskytujících se v problemech mathematické fysiky.

Kniha VI. obsahuje studium funkcí komplexní proměnné a jeho upotřebení na theorii funkcí elliptických.

V příčině theorie funkcí jednoznačných reprodukoval jsem z části práci uveřejněnou r. 1868. v *Mémoires de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux,* t. VI., v níž jsem po vítce dbal spisu páně C. Neumannova.*) Tuto theorii sleduje její applikování na rozvinutí funkcí v řady, na rozklad funkcí racionalných na částečné zlomky, na theorii algebraických rovnic a počítání zvláštních omezených integrálů.

Obracím se pak ku studiu víceznačných funkcí, hlavně těch, jež vznikají integrováním funkcí algebraických.

Napotom studuji v jednoduchých příkladech funkce synektické vznikající inversí předcházejících integralů.

Předeslav tyto pojmy obracím se k theorii funkcí elliptických počínaje s redukcí elliptických integralů na tři kanonické tvary Legendre-ovy provedené dle methody Weierstrass-ovy, a vykládám jich hlavní vlastnosti. Vyvinuji výsledky plynoucí z theoremu addičního a vykládám nejjednodušší transformační formule integralů prvního druhu a jich užívání k vyčíslení těchto integralů.

Pokládaje nyní proměnnou za komplexní hodnotu vykládám postupem naznačeným Ed. Weyrem*) synekticitu funkce opáčné k integralu elliptickému prvního druhu; definuji vlastní *funkce elliptické* a studuji jich dvojitou periodičnost.

Odsud se obracím k vyjádření funkcí elliptických pomocí dvojných produktů Abelových, pak pomocí jednoduchých produktů Abela a Jacobiho, jež se transformují na funkce ϑ.

---

*) Sitzungsberichte der k. b. Gesellschaft der Wiss. zu Prag, červen 1876. — Archiv mathematiky a fysiky, t. II, p. 26.

Naznačuji prostředky, jimiž lze vyjádřiti pomocí těchto posledních funkcí integraly třetího druhu a odkazuji v příčině detailů ku *Recueil de formules et de Tables numériques,* jenž jsem uveřejnil r. 1866.

Kdo přečetl to, co jsem právě naznačil o obsahu tohoto díla, snadno sezná, že projednaná látka nepřesahuje meze ustanovené novým programem licence z věd mathematických, a že jsem jen připojil poznámky nutné k úplnému porozumění věcí, a příklady, jichž nemá postrádati žádná učebná kniha. Zdálo se mi, že by bez těchto doplňků studium těžkých oněch partií, jež byly připojeny k látce bývalých programmů, neposkytovalo oněch výsledků, které očekávali ti, kdož spůsobili ono rozšíření programu.

Ostatně těm, již pracují za řízení professora aneb jimž možno dopíditi se jeho rady, nemůže býti nesnadným vyznačení oněch článků, které lze při prvním studii vynechati. Pokud jde o čtenáře, kteří jsou poukázáni jen k svým vlastním silám, těm stačí, prostudují-li přímo paragrafy odpovídající různým artikulům programu, při tom-li přihlédnou k nutným vysvětlivkám; kde tyto naleznou, o tom je poučí hojné citáty na všech místech díla se vyskytující.

Nemohu zakončiti tuto předmluvu, aniž bych vyslovil díky svým učeným kolegům, již mne svou vzácnou radou podporovali a z nichž zejmena uvádím pana Mittag-Lefflera, professora při universitě v Helsingforsu. Zvláště pak příteli svému p. Laisant-ovi jsem nejvřelejšími díky zavázán, který mne s nezměněnou obětavostí podporoval v práci tak nevděčné, jakou jest revise počtů a tisku.

Dostane-li se tomuto spisu nějakého úspěchu, bude zásluha z velké části náležeti práci, kterou si dal p. Gauthier-Villars, aby z něho učinil mistrovské dílo typografické.“

Bordeaux, v říjnu 1878.

(*Ed. Weyr.*)

Geometrie pro ústavy učitelské. Sepsal *Jos. Janoušek*, professor při c. k. ústavu ku vzdělání učitelů v Příboře. Díl prvý: *Planimetrie* pro I. a II. ročník. Díl druhý: *Stereometrie* a návod ku praktickému vyměřování pozemků pro III. ročník. *Trigonometrie* a příklady k opakování pro IV. ročník. — V Brně, 1883. Nákladem spisovatelovým. Cena 80 kr. — Schválena výnosem vys. c. k. ministeria kultu a vyučování ze dne 7. května 1883. č. 8086.*)

Učebnice pro ústavy učitelské má dvojí účel a to: *a)* podati stručně, jasně a přehledně látku organisačním statutem pře-

*) Viz „Časopis pro pěstování math. a fysiky.“ Roč. XII. Str. 312.

depsanou; *b)* má býti čekatelům učitelství vzorem, dle něhož budoucně učiti mají.

Spisovatel uvedených učebnic byl si úkolu svého jasně vědom. Látka vybrána a spořádána velmi pečlivě; napřed probrány případy specielní, pak obecné. Měřické útvary ukazují se názorně na tělesech. Důkazy vět jsou *přesné*, užití jich vhodné a hojnosť připojených příkladů a úloh postačí pro cvičení ve škole i mimo školu jak v počítání, tak i v rýsování.

Některé nedostatky přece jsme nalezli, i přejeme si, aby při 2. vydání byl k nim vzat slušný zřetel.

V díle I.: O měření přímek pojednáno v §. 10. jen povrchně; k možným při měření zbytkům se nepřihlédlo. V § 11. přáli bychom si pojem dělení přímek, jakožto obráceného úkonu násobení. O zmenšeném měřítku možno teprve mluviti, když známy jsou základní věty o podobnosti mnohoúhelníků. V § 13. bylo by vhodno o poloze nákresny promluviti, aby z ní rýsování přímek svislých a vodorovných se vysvětlilo. V § 17. opomenuto dodati, že úhel tupý jest $< 2R$. Ačkoliv definice úhlu středového nachází se teprvé v § 91., mluví se o úhlu středovém již v §§ 21. a 89.; také věta, že stejným obloukům na kružnici náležejí stejné úhly středové a naopak, obyčejně se dokazuje, kdežto v učebnici této v § 21. a priori se užívá. Nelze schvalovati, že o kružnicích o trojúhelník opsaných a do trojúhelníku vepsaných mluví se v §§ 45. a 89., kdežto jim zvláště vykázáno místo v § 96. Úlohu 3. v § 46. řešili bychom na tomto místě jiným známým způsobem. Řešení zde udané vyplývalo by pak přímo z §. 92. V §. 87. nalézáme definici kružnice po druhé (§ 15.) § 88. o tečně a sečně jest pochybený. Že přímka s kružnicí *a)* nemusí míti nižádného bodu společného, *b)* může míti jeden anebo *c)* dva body společné, dlužno jest dokázati. Důkazy *b)* a *c)* byly by pak jasnější.

V díle II.: V § 21. hledali jsme napřed pojednání o krychli a rovnoběžnostěnech, a pak o hranolu vůbec; odstavec tento byl by tím získal. Užívání dvou písmen *Pl* k vyjádření jedné veličiny (pláště) v § 24. a j. nelze schvalovati. Věta § 79. *a)* 1. „Ubývá-li úhlu α, ubývá jeho sinu a přibývá jeho cosinu" není všeobecně správná. Totéž platí o prvé větě odst. *b)* 1. V odstavci *a)* 2. má státi číselné hodnotě cosinu místo cosinu, a podobně v ostatních odstavcích tohoto §. Kterak goniometrickým funkcím s přibývajícím úhlem přibývá, ukázáno jen velmi jednostranně. Dle toho musela by se na př. tang. 270^0 rovnati jen $+\infty$, kdežto v připojené tabulce na následující stránce uvedena je hodnota $-\infty$. Konečně dlužno ještě vytknouti, že čtení přímek dle směru není všude přiměřeně a správně provedeno; doklady v § 81., 82. a j.

Velmi schvalovati jest, že náležitě přihlíženo k *praktickým* *úlohám* geometrie, jak patrno z mnohých úkolů pro opakování určených, jakož i z příkladů mezi textem uvedených. *Řeč* celkem jest plynná, správná, jasná a úsečná; co do slohu lehká. Úprava jest pěkná, obrazce zdařilé, cena (à 80 kr.) sice dosti vysoká (skoro 20 archů drobného tisku), ale že pro 4 ročníky snesitelná.

Celkem říci jest nám, že jsme s radostí uvítali tuto učebnici pro ústavy učitelské, a doufáme, že platně poslouží při vyučování na těchto ústavech, jakož i že základem se stane správného vyučování geometrii na školách obecných a měšťanských; proto přejeme jí hojného rozšíření. *A. I. Votruba.*

Athenaeum. *Listy pro literaturu a kritiku vědeckou.* Redaktor prof. dr. T. G. *Masaryk*. Vydavatel a nakladatel J. Otto v Praze. Ročník I. čís. 4., 5., 6., 7. a 8.

Poukázali jsme již jednou (v. str. 156.) k tomuto pro naši vědeckou literaturu veledůležitému podniku, a s potěšením poznáváme, že naděje, kterou jsme tehdy byli vyslovili, více a více se vyplňuje. Při obsáhlosti programu nelze ovšem očekávati onu úplnosť, která jest pouhým idealem i při starých osvědčených podnicích podobného směru ve světových literaturách; nalezne však v „Athenaeum" každý odborník nejen četné úvahy vlastního jeho odboru se týkající, nýbrž zjedná si též jakýsi rozhled o rozvoji a postupu jiných věd, rozhled, jenž při spojitosti všech věd rovněž tak jest potřebný, jak jest nesnadný ano nemožný bez podobného podniku.

Z odborů v našem Časopise pěstovaných zaznamenáváme kritiky těchto spisů: *E. Mach:* Die Mechanik in ihrer Entwickelung historisch-kritisch dargestellt; *R. P. Graves:* Life of Sir W. R. Hamilton; *Fr. Tilšer:* Kritické úvahy k úvodu do základů deskriptivní geometrie; *K. Zahradník*: Analytická geometrie v rovině; *H. Streintz:* Die physikalischen Grundlagen der Mechanik; *H. Mohn:* Die Grundzüge der Meteorologie; *R. H. Scott:* Elementary Meteorology; *T. G. Masaryk:* Počet pravděpodobnosti a Humeova skepse; *A. Fick:* Philosophischer Versuch über die Wahrscheinlichkeiten; *E. Th. Fechner*: Revision der Hauptpunkte der Psychophysik; Studies in Logic, by membres of the *John Hopkins University* (zde mezi jinými statě Christiny Laddovy o Algebře logiky, a Peirceova theorie věrojatných úsudků); *H. Faye:* Cours d'Astronomie; *K. Kroman:* Unsere Naturerkenntniss.

K některým z těchto kritik bylo v našem Časopise na svém místě poukázáno; zde buďtež zejmena vytčeny spisy: Machův, Streintzův a Kromanův, táhnoucí se částečně k témže, neb alespoň k příbuzným otázkám a předmětům. Duchaplné Machovo pojímání historického rozvoje mechaniky zná zajisté mnohý z našich čtenářů alespoň částečně z přednášek téhož učence. Streintz podává ve svém spise rozbor obtíží tajících se ve větě o setrvačnosti na základě *Newtonova zcela dostatečného*, v novější době však zneuznaného řešení týchž obtíží. Kroman konečně rozbírá základní pojmy našeho poznání mathematického a fysikalného způsobem neobyčejně duchaplným. Přestávajíce na stručném tomto oznámení poukazujeme k dotčeným statím Ath. pro podrobnější orientaci, spíše však ještě ku spisům samým, jež zejmena v čas prázdnin vhodně poslouží odborníkům co užitečné a příjemné čtení.

Zprávy spolku architektů a inženýrů v království Českém. Redaktorové: *L. Vojáček* a *J. Koula.* Ročník XVIII. Sešit 3. a 4. V Praze, 1884. Nákladem spolku. (Viz tento roč. časopisu našeho str. 155.)

Organ tohoto spolku pokračuje zdárně na dráze vytčené a jest pro nearchitekta i neinženýra v mnohém ohledě vítaným. Z prací rázu mathematického vyjímáme pojednání:

Příspěvek ku vyšetření množství velkých vod od inženýra *Vodičky;*

O složitých příhradových nosnících z valcovaného železa s ohledem na přesné vyšetření sil, dle pramenů prof. *Bukovského* sestavil *J. Soukup*, a

O směru tížnice, vlivu jeho na geodetická pozorování vůbec a určení osy dlouhých tunelů zvláště od prof. *Müllera.*

Pány fysiky upozorňujeme na obšírnou zprávu o mezinárodní elektrické výstavě ve Vídni, kterou podává v. inženýr *Zajíček.*

Zajímavý jest článek prof. *Vávry:* O vlivu mechanického spracování dřeva, železa i oceli na pevnosť jejich.

Deskriptiva se stanoviště historicko-paedagogického. Sepsal *Václav Lavička*, c. k. professor při vyšších reálných školách v Pardubicích. Sešit druhý. Pardubice. Tiskem a nákladem firmy F. V. Hoblík. 1884.

O tomto spise, který v naší literatuře poprvé pojednává o deskriptivní geometrii se stanoviska historicko-paedagogického, dovolíme si podati recensi až po úplném uveřejnění. Zatím doporučujeme dílo to všem pánům odborníkům k laskavému povšimnutí. —

S potěšením zaznamenáváme, že exaktní vědy nalezají horlivých pěstitelův u nás i mezi dámami. Tomu nasvědčuje spis s názvem:

Nový návod k zmocňování a odmocňování výrazů algebraických a čísel dekadických s příklady a přídavkem. Studujícím středních škol podává *Anna Amortova*, učitelka na obecné škole v Nové Pace. V Jičíně. Tiskem knihtiskárny F. Návesníka. Nákladem spisovatelky. 1883.

Konečně oznamujeme, že se právě tiskne třetí díl spisu:

Početní úkoly tělesoměrné

ku cvičení žáků vyšších tříd středních škol. Sepsal a rozřešil *Vavřinec Jelínek*, professor při vyšší a odborné škole pro strojnictví v Novém Městě u Vídně. Sešit první: Hranol, jehlan a hranolec. Sešit druhý: Válec a kužel. Sešit třetí: Točná tělesa a koule. V Praze. Nákladem Jednoty českých mathematiků. — Knihtiskárna Politiky. 1884.

Pan spisovatel, horlivý našeho časopisu spolupracovník, který, ač mimo vlasť svou působí, přec jí vřele oddán zůstal, vynaložil nevšední píli, by literatuře naší opatřil dílo, kterého se jí posud nedostávalo a jehož potřeba se již dávno pociťovala. Ač svůj podrobný úsudek proneseme teprve po vydání celého díla, nemůžeme přec již nyní opominouti, bychom nevyslovili své zvláštní potěšení ze sbírky této, kteráž vyniká množstvím, rozmanitostí, původností a zajímavostí příkladův. *A. P.*

Proslulý belgický mathematik a člen Jednoty naší pan dr. *C. Le Paige* zaslal nám oznámení ve příčině vydávání nového časopisu

„Bibliotheca Mathematica"

redigovaného panem G. *Eneström-em* ve Stokholmě, které zní:

Mr. G. Eneström, auquel nous sommes déjà redevables de plusieurs travaux importants sur l'histoire des Mathématiques, vient d'entreprendre une publication nouvelle qui nous semble appelée à rendre de grands services aux géomètres.

Sous le titre de

„Bibliotheca Mathematica",

il fait paraître, par ordre alphabétique des noms d' auteurs, une liste de tous les travaux qui se rapportent aux mathématiques.

Le premier numéro, qui vient de paraître, nous permet de juger du soin minutieux avec lequel elle sera rédigée: les indications qu'elle contient sont données sous une forme extrémement condensée et en même temps très-complète.

De plus, si nous nous en rapportons à ce même numéro, le savant éditeur ne manquera pas de joindre à l' énumération des publications récentes, des notices sur des curiosités bibliographiques, etc.

Pour faciliter la tâche que Mr. Eneström a entreprise, — et aussi dans leur propre intérêt, — nous ne pouvons qu'engager les Géomètres à adresser des exemplaires de leurs travaux, soit à Mr. Mittag-Leffler, Rédacteur des *Acta Mathematica*, soit à Mr. Eneström lui-même. *)

Dr. *C. Le Paige*,
Professeur à l'Université de Liège.

---

*) **Kommendörsgatan, 21, Stockholm.**