Emanuel Čubr

Příspěvek k theorii nástrojů zrcadelných

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 2 (1873), No. 4, 233--236

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/122497`

Příspěvek k theorii nástrojů zrcadelných.

(Podává *Emanuel Čubr.*)

Zvláštní druh strojů, jimiž se úhly k účelům geodaetickým neb astronomickým měří, jsou nástroje zrcadelné. Zakládají se buď na odrazu neb na lomu světla, aneb na obou úkazech zároveň.

Při valné části těchto nástrojů, tak při sextantu, Fallonově zrcadelném pravídku, kruhu hranolovém Pistora a Martinse a p. tvoří hlavní část pohyblivé zrcádko, a theorie jejich má základ svůj v známém zákoně katoptriky, že úhel, v kterémž se obraz otočí, jest dvakrát tak velký jako onen, o nějž jsme zrcadlo otočili. Theorie tato předpokládá, že osa, o kterouž se zrcadlo otáčí, se nalezá v rovině, kteráž světlo odráží.

Podmínka tato snadno by se dala vyplnit při zrcadlech kovových, jichž lesklá plocha repraesentuje v skutku mathematickou takřka rovinu, světlo odrážející. Jinak jest to při zrcadlech skleněných, jichž se při takových nástrojích výhradně užívá.

Budiž $MNPQ$ (obr. 19.) průřez zrcadla skleněného, povstalý rovinou kolmou, svítícím bodem S procházející. Paprsek SA, na rovinu MN pod úhlem $\alpha = l\,AS$ dopadající, vniká do skla, při čemž se zlomí pod úhlem $\beta = l'AB$, přichází pod týmž úhlem na plochu PQ; zde odražen dopadá pod úhlem β na plochu MN, a po opětném zlomení opouští zrcadlo ve směru CS' pod úhlem $\alpha = S'Cp$. Výsledek jest tentýž, jakoby paprsek bez lomu byl došel až k bodu m a odsud byl ve směru mS' odražen. Poloha bodu m mění se patrně s úhlem α, a souhrn těchto bodů bude tvořit plochu ideálnou, která zastupovati by mohla hmotné zrcadlo. Plocha tato bude plochou rotační, povstalou otáčením jisté křivky kolem kolmice SY, která spuštěna jest z bodu S na rovinu MN.

K analytickému určení této křivky tvořící považujeme $On = x$ a $mn = y$ za souřadnice bodu m vzhledem k pravoúhelné soustavě NO, OY s počátkem O. Vzdálenost bodu S od roviny MN nazvemež $e = SO$ a tloušťku skla $d = Bn$. Jest pak

$$x = On = OA + An = e\,tg\,\alpha + d\,tg\,\beta \qquad (1)$$

$$y = mn = \frac{An}{tg\,\alpha} = d\,\frac{tg\,\beta}{tg\,\alpha} \qquad (2)$$

Z podmínky

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n$$

plyne

$$tg\,\beta = \frac{\sin\alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}},$$

čímž se promění rovnice (1) a (2) v následující:

$$x = e\,tg\,\alpha + \frac{d\sin\alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}} \tag{3}$$

$$y = d\sqrt{\frac{1 - \sin^2\alpha}{n^2 - \sin^2\alpha}} \tag{4}$$

Z rovnice (4) plyne:

$$\sin\alpha = \sqrt{\frac{d^2 - n^2y^2}{d^2 - y^2}}$$

$$\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} = d\sqrt{\frac{n^2 - 1}{d^2 - y^2}}$$

$$tg\,\alpha = \frac{1}{y}\sqrt{\frac{d^2 - n^2y^2}{n^2 - 1}}$$

Dosazením těchto hodnot do rovnice (3) obdržíme konečně:

$$xy = (e + y)\sqrt{\frac{d^2 - n^2y^2}{n^2 - 1}} \tag{5}$$

co rovnici oné žádané křivky. Rovnice ta jest vzhledem ku y stupně čtvrtého.

K bližšímu seznání této křivky dostačí zde následující dva případy.

1. Je-li $x = 0$, dopadá-li tedy paprsek kolmo k rovině MN, jest

$$y = \frac{d}{n}.$$

Při skle zrcadlovém jest

$$n = \frac{3}{2},$$

tedy

$$y = \frac{2}{3}d.$$

A vskutku je při sextantech a podobných nástrojích pohyblivé zrcádko tak připevněno, že osa otáčení je o $\frac{2}{3}$ tloušťky skla od přední plochy vzdálená.

2. Je-li $x = \infty$, paprsek tedy rovnoběžný k zrcadlu, plyne z rovnice (5)

$$y = 0.$$

Plocha ideálná, která zastupuje v theorii zrcadlo, není tedy nikoliv rovinou, nýbrž plochou křivou, která kolmo pod svítícím bodem o hodnotu $\frac{d}{n}$ od vrchní roviny zrcadla vzdálena jest a této do nekonečna se přibližuje.

Při poměrně nepatrné tloušťce skla a malém rozměru zrcadla můžeme ploše té substituovat rovinu k oběma plochám zrcadla rovnoběžnou. V skutečnou rovinu přejde, jsou-li paprsky dopadající rovnoběžné.

Avšak poloha této roviny mění se, jakmile jest směr dopadajících paprsků jiný a blíží se horní ploše zrcadla tím více, čím větší jest úhel dopadu.

Z toho vysvitá, že při strojích zrcadlových nikdy neleží osa, o kterouž se pohyblivé zrcádko otáčí, v rovině světlo odrážející, vyjma jediný případ kolmého dopadu paprsků, který ale právě nemá praktické důležitosti. Jedná se tedy o to, určit vliv, jaký jeví excentricita osy otáčení na měřený úhel.

Budiž mn (obr. 20) stopa roviny světlo odrážející a o průchod osy, kolem které se otáčí. Paprsek Sa od nekonečně vzdáleného předmětu přicházející odráží se ve směru as. Otočme pak zrcádko o úhel $aoa' = \varphi$, takže paprsek od jiného, taktéž nekonečně vzdáleného předmětu S' po odrazu rovnoběžným ku sa se stane. Úhel směrů Sa a $S'a'$, totiž $\sphericalangle ScS'$ nazvemež δ.

Jestiť

$$\sphericalangle sac = 2\alpha$$
$$\sphericalangle s'a'c = 2\beta,$$

a považujeme-li $saca's'$ co čtyrúhelník s dvěma rovnoběžnými stranami, bude

$$2\alpha + 2\beta + \delta = 360^0 \qquad (6)$$

Jest však dále

$$\sphericalangle nao = \sphericalangle n'a'o = \omega$$

a tudíž v čtyrúhelníku $aoa'ca$:

$$(\omega - \alpha) + \varphi + (180 - \omega - \beta) + (360 - \delta) = 360^0,$$

z čehož plyne:

$$2\varphi - 2\alpha - 2\beta - 2\delta = 360^0. \qquad (7)$$

Spojením rovnice (6) a (7) obdržíme konečně:

$$\delta = 2\varphi.$$

Bez ohledu k poloze osy otáčení rovná se tedy úhel měřený dvojnásobnému úhlu, o nějž se zrcádko otočilo. Nestálost ideálné roviny odrazu nemá tudíž na velikost měřených úhlů pražádného vlivu.

Větu poslední dokázal prof. Wastler v Hradci Štýrském roku 1864 *)

Geometrické upotřebení některých pouček o determinantech.

(Podává Dr. *F. J. Studnička.*)

(Pokračování.)

O transformaci souřadnic prostorových. **)

Vedeme-li daným bodem v prostoru roviny kolmo na jednotlivé osy pravoúhlé soustavy souřadnicové, bude poloha jeho určena úseky x, y, z na těchto osách rovinami spůsobených.

Chceme-li tedy přejíti k nové soustavě pravoúhlé se společným bodem počátečním, veďme tímtéž bodem roviny kolmo na nové osy souřadnicové, načež obdržíme co nové souřadnice úseky ξ, η. ζ. Úloha o transformaci souřadnic bude pak řešena pro tento případ, dovedeme-li ξ, η, ζ vyjádřiti pomocí x, y, z a naopak.

Uzavírá-li kolmice s počátečního bodu soustavy na rovinu nějakou vedená a délku δ mající s jednotlivými osami úhly α, β, γ, jest rovnice této roviny

$$x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma - \delta = 0.$$

Podlé toho platí, značí-li krátce α_k, β_k, γ_k kosinusy úhlů, jež uzávírá původní osa některá s příslušnou novou, pro nové souřadnice vzorce

$$\begin{aligned} \xi &= \alpha_1 x + \beta_1 y + \gamma_1 z, \\ \eta &= \alpha_2 x + \beta_2 y + \gamma_2 z, \qquad (1) \\ \zeta &= \alpha_3 x + \beta_3 y + \gamma_3 z, \end{aligned}$$

---

*) Viz: „Friedrich Hartner, Handbuch der niedern Geodaesie, Wien 1872.“

**) Viz *Studnička* „O determinantech“ pag. 40.