Alois Zdráhal

Důkaz jedné věty o binomických součinitelích pomocí počtu pravděpodobnosti

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 7 (1878), No. 3, 175--176

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/122854`

Podotknouti dlužno, že tento význam veličiny $\sqrt{-1}$ byl dříve znám, nežli význam geometrický, jenž patrně z fysikalního povstal. Neboť značí-li obvod kružnice dobu výchvějnou s počátkem určitým A,*) bude A' náležeti k $\frac{T}{2}$, a poloměr, jejž rozpůlivše oblouk AA' bodem B vedeme, stojí na průměru AA' kolmo, B pak náleží $\frac{T}{4}$.

Důkaz jedné věty o binomických součinitelích pomocí počtu pravděpodobnosti.

Sepsal

Al. Zdrahal, technik v Praze.

Je-li v osudí a kuliček bílých a b černých a vytáhneme-li jedním hmatem r kuliček, může nastati $r+1$ různých výjevů. Buď totiž mezi r kuličkami vytaženými objeví se všechny co černé, aneb 1 bílá a $r-1$ černých, neb dvě bílé a $r-2$ černých atd.; neb konečně samé bílé. Že jeden kterýkoliv z těchto výjevů nastane, jest jistota. Označíme-li mathematické pravděpodobnosti jednotlivých těch výjevů postupně:

$$p_{0,r}\,,\ p_{1,r-1}\,,\ p_{2,r-2}\,,\ \ldots\ldots\ p_{r-1,1}\,,\ p_{r,0}\,,$$

je součet

$$p_{0,r}+p_{1,r-1}+p_{2,r-2}+\ldots\ldots+p_{r-1,1}+p_{r,0}=1 \qquad (1)$$

Že jeden určitý z těch výjevů nastane, na př. ten, v němž vytáhne se n kuliček bílých a $r-n$ černých, vyjadřuje mathematická pravděpodobnosť rovnicí

$$p_{n,n-r}=\frac{\binom{a}{n}\binom{b}{r-n}}{\binom{a+b}{r}}\ldots. \qquad (2)$$

*) Příslušný výkres si každý snadno sestrojí.

Neboť těch n bílých kuliček může vzato býti z a daných na $\binom{a}{n}$ různých spůsobů, rovněž oněch $r-n$ černých z b daných na $\binom{b}{r-n}$ spůsobů různých. Každý ze spůsobů prvních spojuje se s každým z druhých v jeden případ příznivý, všech tedy případů příznivých je

$$\binom{a}{n}\binom{b}{r-n}.$$

A případů jedině a rovně možných jest $\binom{a+b}{r}$, kolikerým totiž spůsobem dá se r kuliček z celého množství $a+b$ vzíti.

Mathematická pravděpodobnosť pak rovna jest podílu obou množství.

Dosadíme-li tedy do rovnice (2) za n postupně 0, 1, 2,... r, a vložíme-li výsledky obdržené do rovnice (1), obdržíme, násobivše ještě celou rovnici společným jmenovatelem $\binom{a+b}{r}$:

$$\binom{a}{0}\binom{b}{r}+\binom{a}{1}\binom{b}{r-1}+\cdots+\binom{a}{r-1}\binom{b}{1}+$$
$$\binom{a}{r}\binom{b}{0}=\binom{a+b}{r}.$$

Výklad k některým strojům fysikálním.

Píše

prof. Dr. **Fr. Houdek.**

(Pokračování).

Poněvadž jest parní válec v poměru ku kotli poněkud objemný a setrvačné kolo dosti veliké, pracuje stroj pomalu a pročež vstupování i vystupování páry můžeme dobře sledovati.

Jeli píst u horního konce válce, jsou šoupátkem všecky otvory v přístroji rozdělovacím uzavřeny. Jdeli píst dolů, pohybuje se šoupátko, které se pohybovati začalo, když se píst