Julius Filcík

Grafické stanovení logarithmů

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 7 (1878), No. 4, 243--245

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/122884

mici Bl, a bude délka $Aa_2 = l^2$; k určení její třetí odmocniny opiš touto délkou z A oblouk až k mocninové křivce řádu třetího (do s) spoj průsečník s s A, a jest $Am = \sqrt[3]{As} = \sqrt[3]{l^2}$.
Pro $l < 1$ nanes danou délku l co tětivu Ac_2 do kruhu zvrácených hodnot (obr. 3) a bude

$$Ab = \frac{1}{l}, \text{ tudíž } Aa_2 = \left(\frac{1}{l}\right)^2;$$

přetni nyní z A obloukem $a_1, a_2 \ldots a_4$ mocninovou křivku řádu třetího ($Aa_2 = As$) a bude

$$Am = \sqrt[3]{As} = \sqrt[3]{\frac{1}{l^2}}$$

následovně tětiva co zvrácená hodnota

$$Ac_3 = \frac{1}{\sqrt[3]{\frac{1}{l}}} = \sqrt[3]{l^2}.$$

Grafické stanovení logarithmů.

Podává

Julius Filcík.*)

Buďtež

$$u = f(\varphi) \tag{1}$$

$$u' = a^{f(\varphi)} \tag{2}$$

polarní rovnice dvou křivek. Logarithmováním rovnice (2) pro základní číslo a obdržíme rovnici

$$log\, u' = f(\varphi),$$

která ve spojení s rovnicí (1) dá

$$u = log\, u' \tag{3}$$

t. j. buďsi funkce oblouku φ jakéhokoliv tvaru, vždy jsou pa-

*) Článek tento původně již r. 1867 sepsal *Jan Ployhar*, professor na realném gymnasii a později ředitel hospodářské školy v Táboře. Opis jeho učinil jsem si téhož roku s laskavým povolením Ployharovým.
Julius Filcík.

prsky křivky (1) logarithmy paprsků křivky (2) pro jakési základní číslo a.

Grafické sestrojení obou křivek bude tím snadnější, čím jednodušší bude tvar $f(\varphi)$. Učiňme proto $f(\varphi) = \varphi$, čímž obdržíme rovnice obou křivek

$$u = \varphi \tag{4}$$

$$u' = a^{\varphi} \tag{5}$$

z nichž (4) náleží Archimedově a (5) logarithmické spirále. Sestrojení křivek provedeme následovně:

Nechť bod A jest polem (obr. 4.) a středem základního kruhu, opsaného poloměrem $A\,0 = 1$; jak toho vyžaduje rovnice (4). Oblouky základního kruhu nad osou AX považujme za positivní, pod touto osou za negativní. Učiňme na základním kruhu ve směru positivném oblouk

$$\widehat{01} = \widehat{12} = \widehat{23} = \widehat{34} = \ldots,$$

ve směru negativním oblouk

$$\widehat{01'} = \widehat{1'2'} = \widehat{2'3'} = \ldots,$$

dále pak paprsky

$$Aa_1 = \widehat{01},\ Aa_2 = 2.\widehat{01},\ Aa_3 = 3.\widehat{01} \ldots$$

a $$Aa_1' = \widehat{01'},\ Aa_2' = 2.\widehat{01'},\ Aa'_3 = 3{\cdot}\widehat{01'} \ldots;$$

tím obdržíme body $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_1', a_2', a_3', \ldots$, jichž řádným spojením povstane spirála Archimedova. Větev její AS_A platí pro positivní a AS'_A pro negativní oblouky. Uvážíme-li, že paprsky této spirály musí být logarithmy paprsků spirály druhé a že v každé soustavě logarithmické *log.* základního čísla $= 1$ a $\log 1 = 0$, můžeme hned stanoviti dva body spirály logarithmické. Větev Archimedovy spirály AS_A protíná svůj základní kruh v bodu z, jest tedy $Az = 1 = \log a$. Naneseme-li na tento prodloužený paprsek $Az_4 = a$ (zde $a = e = 2{\cdot}718 \ldots$), patří bod z_4 hledané spirále. Dále pozorujeme, že ze všech bodů Arch. spirály pouze pol A má paprsek $= 0$, patří tedy bod 0, jehož vzdálenost od polu $= 1$, také *log* spirále, což jde ostatně z její rovnice, pro $\varphi = 0$, $u' = 1$. K ustanovení jiných bodů rozdělme oblouk $0z$, nebo lépe $0'z_4$ na n stejných dílů (zde $n = 4$) $0'\mathrm{I} = \mathrm{I\,II} = \mathrm{II\,III} = \mathrm{III}\,z_4$, nanesme tytéž dílce přes bod z_4 i pod osu AX

$$(\mathrm{III}\,z_4 = z_4\,\mathrm{V} = \ldots = 0'\mathrm{I}' = \mathrm{I}'\mathrm{II}' = \ldots)$$

a veďme příslušné paprsky. Učiníme-li pak

$$Az_1 = \sqrt[n]{a} \text{ zde } \sqrt[4]{a}),\ Az_2 = (\sqrt[n]{a})^2,\ Az_3 = (\sqrt[n]{a})^3 \ldots$$

pak

$$Az_5 = (\sqrt[n]{a})^{n+1} \ldots, \text{ jakož i pod osou } AX \text{ i } Az_1' = (\sqrt[n]{a})^{-1},$$

$$Az'_2 = (\sqrt[n]{a})^{-2}, \ldots$$

obdržíme body z_1, z_2, z_3, ..., z_5, ..., z_1', z_2', z_3', ..., jichž řádným spojením i s dříve určenými body 0 a z_4 povstane spirála logarithmická AS_L. Výraz $\sqrt[n]{a}$, jakož i jeho mocniny určí se jednoduchým spůsobem grafickým, zvláště když n jest mocnina čísla 2. —

Upotřebení těchto spiral ku grafickému určování logarithmů je velmi jednoduché. Danou délkou $AM > 1$ protne se křivka AS_L v bodu M a vede se paprsek AM, který protíná Arch. spirálu v m, délka Am jest pak logarithmem délky AM. Podotýkáme, že průsek m nemůže ležeti na S_A', poněvadž je log. délky $AM > 1$ vždy positivní. Je-li daná délka $AM' < 1$, bude její logarithmus negativní a průsečný bod m' leží na S_A', načež je opět $log\ AM' = Am'$.

Spirála S_L otáčí se v bezkonečném počtu závitů kolem polu A a přibližuje se k němu neustále, aniž by jej kdy dosáhla, nemůže se tedy $log.$ 0 stanoviti, což je však zcela přirozeno, neboť $log.\ 0 = -\infty$.

Má-li se naopak z daného logarithmu ustanoviti příslušná délka, protne se daným logarithmem, je-li positivní nebo negativní, buď část spirály AS_A nebo AS_A', vede se průsekem paprsek až k S_L, jehož délka podává rozřešení úlohy.

Příspěvek ke trigonometrii.

Napsal

Dr. K. Zahradník v Záhřebě.

Budiž dán trojúhelník ABC; strany jeho $\overline{AB} = c$, $\overline{BC} = a$, $\overline{CA} = b$, a úhly toho trojúhelníka označme řeckým písmenem