Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Ladislav Beneš

O určení směru ročního pohybu Země

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 36 (1907), No. 4, 411--419

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/123115

Resultát tento možno vysloviti takto: *Normála libovolného bodu ellipsy, způsobem naším sestrojeného, prochází patou příslušné transversály M na ose X.*

Odtud plyne též jednoduchá konstrukce normály v bodě, který byl jiným způsobem získán, i konstrukce tečny jako kolmice k normále.

Tato konstrukce normály je zvláště tehdy dobře upotřebitelná, když nemáme dosti místa na opsání kruhu poloměrem $(a + b)$, jak jest třeba ve známé konstrukci (již dokázal příkl. prof. Hromádko v tomto Časopise roč. IV. str. 87.).

Zároveň jest ve způsobu našem obsaženo elementární řešení zajímavého problému, jak z bodu hlavní osy vésti normály k ellipse. Cestou opačnou než nahoře vylíčena, dospějeme pomocí jedné přímky $M \perp X$ a dvou kruhových oblouků k hledanému bodu p.

O určení směru ročního pohybu Země.

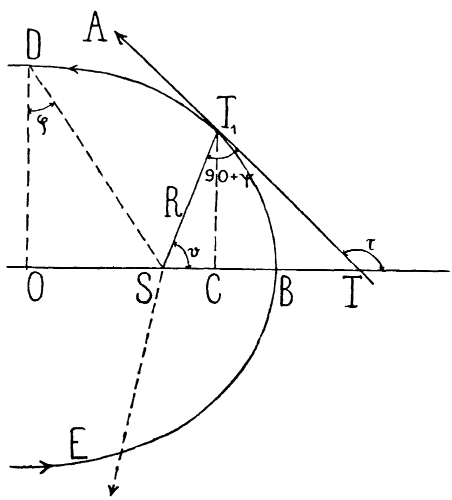
Napsal **Ladislav Beneš.**

Směr pohybu Země kol Slunce v kterémkoli bodu její dráhy udává nám tečna v onom bodě ku dráze vedená; průsečík této tečny s oblohou nebeskou stanoví nám tedy bod, k němuž se Země v okamžiku pozorování zdánlivě pohybuje. Bod tento můžeme nazývati apex ročního pohybu Země, podobně jako se nazývá bod, k němuž naše soustava sluneční zdánlivě směřuje, apex pohybu této soustavy; bod o 180° od apexu rozdílný se nazývá antiapex.

Kdyby dráha Země byla kruhová, stála by tečna v každém bodě dráhy kolmo ke spojnici středů Země-Slunce, a délka apexu by byla rovna $l'_a = \odot - 90^0$, kdež $\odot$ značí délku Slunce. Ježto dráha zemská jest ellipsa, bude přidáním jisté korrekce k veličině l'_a stanovena skutečná délka apexu l_a. Korrekce tato, jak již předem můžeme souditi, bude malá, ježto dráha zemská jest ellipsa velice se blížící kruhu, čili má malou exentricitu. Nechť tato korrekce se nazývá Ψ, potom jest správná délka apexu

$$l_a = \odot + \Psi - 90^0.$$

Velikost této korrekce si určíme následujícím způsobem. Nechť značí E část dráhy Země kol Slunce S, R jest průvodič Země T_1, O střed ellipsy, $T_1 A$ jest směr k apexu, $S\upsilon$ k jarnímu bodu a BO k slunečnímu perigeu. Úhel $\sphericalangle BST_1 = v$ jest pravá anomalie a $\sphericalangle ST_1 T = 90 + \Psi$.



Obr. 1.

Jest potom délka apexu rovna

$$l_a = \odot - \sphericalangle ST_1 A = \odot - [180 - 90 - \Psi] = \odot + \Psi - 90. \quad (1)$$

Dále jest

$$\tau = v + 90 + \Psi.$$

a proto

$$\left.\begin{aligned} \Psi &= \tau - v - 90^0 \\ tg\ \Psi &= cotg\,(v - \tau) \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

Rozvinutím máme

$$tg\ \Psi = \frac{1 + tg\,v\,tg\,\tau}{tg\,v - tg\,\tau}. \quad (3)$$

Nechť jest (a, b) velká a malá poloosa ellipsy, (x_1, y_1) pravoúhlé souřadnice Země T_1 a p parametr ellipsy. Potom jest

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= \overline{OS} + \overline{SC} = e_1 + R\cos v \\ y_1 &= \overline{CT_1} \quad\;\; = R\sin v, \end{aligned}\right\}$$

kdež e_1 jest lineární excentricita ellipsy; dále jest

$$tg\,\tau = -\frac{b^2}{a^2}\frac{x_1}{y_1},\ \text{čili}\ tg\,\tau = -p\,\frac{e + R\cos v}{R\sin v},\qquad (4)$$

kdež p, R jsou vyjádřeny v jednotkách velké poloosy a e jest potom numerická excentricita.

Poněvadž jest $R = \frac{p}{1 + e\cos v}$, dostaneme dosazením za R do rovnice (4)

$$tg\,\tau = -\frac{e + (e^2 + p)\cos v}{\sin v};$$

jest však $$e^2 + p = \frac{a^2 - b^2}{a^2} + \frac{b^2}{a^2} = 1,$$

a proto $$tg\,\tau = -\frac{e + \cos v}{\sin v}.\qquad (5)$$

Dosazením tohoto výrazu do rovnice (3) obdržíme

$$tg\,\Psi = -\frac{e\sin v}{1 + e\cos v},\qquad (6)$$

nebo též

$$tg\,\Psi = -\frac{e\sin v}{p}R = -\frac{e}{1 - e^2}R\sin v,$$

a poněvadž $v = \odot - \pi$, kdež π značí délku slunečního perigea,

jest $$tg\,\Psi = -\frac{e}{1 - e^2}R\sin(\odot - \pi),\qquad (7)$$

a ježto přibližně pro rok 1907

$$\pi = 281^\circ 20' \ \text{a}\ e = 0{\cdot}016747,$$

jest také

$$tg\,\Psi^{*)} = v\,[8{\cdot}22405]\,R\sin(\odot - 281^\circ 20'),\qquad (8)$$

kdež [8·22405] značí $log\,\frac{e}{1 - e^2}$.

---

*) Podrobnější stanovení úhlu Ψ jest možné vyvinutím pravé strany vzorce (6) v řadu dle sinů mnohonásobků úhlu v. Dle toho jest v obloukových sekundách

$$-\Psi'' = \frac{e}{1\sin 1''}\sin v - \frac{e^2}{2\sin 1''}\sin 2v + \frac{e^3}{3\sin 1''}\sin 3v - \ldots$$

V našem případě:

$$-\Psi'' = [3{\cdot}53836]\sin(\odot - 281^\circ 20') - [1{\cdot}46126]\sin 2(\odot - 281^\circ 20').$$

Ostatní členy možno vynechati, poněvadž jich velikost v maximu nepřevyšuje 0·3″.

K určení Ψ' stačí dosaditi do vzorce (8) příslušné hodnoty za R a $\odot$ pro hledaný okamžik.

Délku apexu můžeme si také stanoviti bez určování úhlu Ψ' násl. způsobem.

Poněvadž

$$tg\,(\odot + \Psi) = -\,cotg\,l_a = \frac{tg\,\odot + tg\,\Psi'}{1 - tg\,\odot\, tg\,\Psi'},$$

obdržíme dosazením za $tg\,\Psi$ ze vzorce (6)

$$-\,cotg\,l_a = \frac{sin\,\odot + e\,sin\,\pi}{cos\,\odot + e\,cos\,\pi},$$

a z toho snadnou transformací

$$tg\left[l_a - \frac{1}{2}(\odot + \pi)\right] = \frac{e+1}{e-1}\,cotg\,\frac{1}{2}\,(\odot - \pi)$$

$$= n\,[0{\cdot}01454]\,cotg\,\frac{1}{2}\,(\odot - \pi). \qquad (9)$$

Bude nás nyní zajímati, jaké maximální hodnoty může dosíci Ψ'; to vyšetříme, vyšetříme-li, kdy dosáhne maxima výraz

$$y = \frac{sin\,v}{1 + e\,cos\,v}\ \text{(viz vzorec 6)}. \qquad (9^a).$$

Maximální hodnoty dosáhne tento výraz jistě při hodnotě v velmi blízké 90^0, jak lze snadno předem usouditi. Položme proto $cos\,v = x$, x bude tedy malá veličina. Bude potom výraz (9^a)

$$y = \frac{\sqrt{1 - x^2}}{1 + ex} = (1 - x^2)^{\frac{1}{2}}(1 + ex)^{-1}$$

$$= \left(1 - \frac{1}{2}\,x^2 - \ldots\right)(1 - ex + e^2x^2 - \ldots)$$

Velmi přibližně jest

$$y \doteq 1 - ex + e^2x^2 - \frac{1}{2}\,x^2 = x^2\left(e^2 - \frac{1}{2}\right) - ex + 1,$$

vynecháme-li členy s vyššími mocnostmi. Poněvadž součinitel při x^2 jest číslo záporné, vidíme, že nastane skutečně maximum výrazu y a sice při $x = -\,\frac{e}{1 - 2e^2}$. Ježto $2e^2$ jest velmi malá veličina, menší než 0·0008, možno ji ve jmenovateli výrazu pro x zanedbati a jak by se zdálo x velmi přibližně $x = -\,e$ položiti. Vskutku platí přesně, jak se dá jinak dokázati, pro maximum $tg\,\Psi$, že musí $x = \cos v = -e$.

Dosazením této hodnoty do vzorce (6) obdržíme

$$tg\,\Psi_{max} = -e\,\frac{\mp\sqrt{1-e^2}}{1-e^2}, \qquad (10)$$

čili

$$\Psi_{max} = \mp 0^{0}57'34''.$$

Položme dále $\overline{OS} = a \sin \varphi$, čili $ae = a \sin \varphi$ a tedy $e = \sin \varphi$, potom plyne z (10), že

$$tg\,\Psi_{max} = tg\,\varphi, \text{ a tedy } \varphi = \Psi_{max}.$$

Úhel φ se nazývá úhel excentriční a jest $\varphi = \sphericalangle\, ODS$, kdež D jest koncovým bodem malé poloosy.

Maximální hodnoty dosáhne tedy Ψ, jak si stanovíme z hodnoty $\cos v = -e$ při

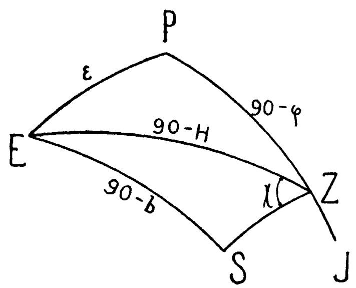
$$v = 180^{0} \mp 89^{0}2'36'',$$

to jest, ježto $\odot = \pi + v$, při délkách Slunce $12^{0}17'34''$ a $190^{0}22'26''$, čili dne 2. dubna a 4. října r. 1907.

Tím máme polohu apexu dokonale stanovenu, neboť známe jeho délku dle (1), a šířka jest rovna nulle. Z hvězdných map, na nichž bývá také ekliptika vyznačena, můžeme si potom přibližně stanoviti, na kterém místě se apex nalézá, a místo ono na obloze najíti. Nejvýhodnějším bude znáti polohu apexu v souřadnicích obzorníkových, totiž jeho azimut a výšku. Tyto souřadnice můžeme si určiti tak, že převedeme délku a šířku apexu na rektascensi a deklinaci a tyto na hledaný azimut a výšku. Jiný způsob bude později uveden.

Pro určení polohy apexu může sloužiti také následující způsob. Pravili jsme dříve, že, kdyby dráha zemská byla kruhová, stála by tečna v každém bodu dráhy kolmo na spojnici středů Země-Slunce, tudíž také kolmo na rovině položené středem Země, Slunce a polem ekliptiky. Pro náš hrubý způsob znázorňovací předpokládejme, že jest dráha zemská skutečně kruhová. Pohlížejme nyní směrem ke Slunci a položme myšlenou rovinu středem Slunce, polem ekliptiky a místem pozorovacím; skloníme-li horní část našeho těla tak, že jeho osa leží v oné myšlené rovině, a roztáhneme-li obě ruce tak, aby ležely v jedné přímce a stály kolmo k oné rovině, potom pravá ruka udává směr k apexu, levá k antiapexu.

Mimo elliptický tvar dráhy zemské zanedbáváme zde také tu okolnost, že rovina oněmi třemi body položená neprochází středem země, to však nemá žádného významu při našem jen hrubém znázorňování. Vyslovené pravidlo o udání rukou platí dále jen pro část sev. polokoule od obratníku raka k sev. polu; jak nutno pravidlo to vysloviti pro obratníky, pro krajiny mezi obratníky a pro jižní polokouli, ponechávám laskavému čtenáři.



Obr. 2.

Pro stanovení polohy apexu dle tohoto způsobu nutno znáti polohu polu ekliptiky. V noci jest to snadné (pol ekliptiky nalézá se blízko prodloužené spojnice předních kol Mal. Vozu směrem ku hlavě Draka mezi jasnými hvězdami δ a ζ Draconis), ve dne pak buď pomocí otáčivé mapy hvězdné nebo z rektascense (270^0) a polové distance ($23^1/_2{}^0$) polu ekliptiky, známe-li jen na př. jaký byl čas hvězdný ve střední poledne. V noci nutno znáti pro určení polohy apexu polohu bodu, který jest o 180^0 odchýlen od Slunce, čili přibližně polohu znamení, ve kterém se Slunce před půl rokem nalézalo. Hledíme-li směrem k tomuto bodu, platí pravidlo rukou obráceně.

V následujícím jest sestavena tabulka, která udává polohu apexu a polu ekliptiky pro rok 1907 vzhledem k horizontu místa, jehož zem. šířka $\varphi = 50^0$ a vých. délka Gr. $\lambda = 15^0$ pro udané datum ve střední poledne, a rovněž hodnoty úhlu Ψ.

Způsob, jakým tato tabulka vypočtena, budiž krátce naznačen.

Datum	ψ	A	H	a	h
22/I	$-0^{0}\,19'\,21''$	$148^{0}\,13'$	$67^{0}\,21'$	$83^{0}\,42'$	$-10^{0}\,11'$
22/II	$-0^{0}\,44'\,30''$	$141^{0}\,47'$	$55^{0}\,41'$	$77^{0}\,27'$	$-16^{0}\,28'$
22/III	$-0^{0}\,56'\,24''$	$145^{0}\,42'$	$45^{0}\;5'$	$73^{0}\,46'$	$-17^{0}\,11'$
22/IV	$-0^{0}\,54'\,27''$	$154^{0}\,52'$	$35^{0}\,16'$	$74^{0}\,30'$	$-13^{0}\,20'$
22/V	$-0^{0}\,38'\,21''$	$166^{0}\,26'$	$28^{0}\,56'$	$80^{0}\,24'$	$-\;7^{0}\;8'$
22/VI	$-0^{0}\,11'\,38''$	$179^{0}\,46'$	$26^{0}\,33'$	$89^{0}\,45'$	$+\;0^{0}\;3'$
22/VII	$+0^{0}\,17'\,15''$	$192^{0}\,43'$	$28^{0}\,38'$	$98^{0}\,54'$	$+\;6^{0}\,58'$
22/VIII	$+0^{0}\,42'\,30''$	$204^{0}\,46'$	$34^{0}\,59'$	$105^{0}\,14'$	$+13^{0}\,18'$
24/IX	$+0^{0}\,56'\,40''$	$214^{0}\,31'$	$45^{0}\,25'$	$106^{0}\,12'$	$+17^{0}\,14'$
22/X	$+0^{0}\,54'\,55''$	$218^{0}\,13'$	$56^{0}\;3'$	$101^{0}\,47'$	$+16^{0}\,41'$
22/XI	$+0^{0}\,38'\,17''$	$211^{0}\,16'$	$67^{0}\,39'$	$96^{0}\,25'$	$+\;9^{0}\,48'$
23/XII	$+0^{0}\,10'\,40''$	$178^{0}\,50'$	$73^{0}\,27'$	$90^{0}\;1'$	$-\;0^{0}\,21'$

Nechť jest P pol světový, E pol ekliptiky, Z zenit místa pozorovacího, S hvězda; potom jest úhel $\sphericalangle EPZ = 90^{0} + \Theta$, kdež Θ jest hvězdný čas pozor.; $\sphericalangle ZEP = 90^{0} - L$, kdež L jest délka astron. místa Z; oblouk $\widehat{EZ} = 90^{0} - H = 90^{0} - B$, kdež H jest výška polu ekliptiky E nad horizontem místa Z

a B jest astr. šířka místa Z. Podobně jest úhel $\sphericalangle SEP = 90 - l$ a oblouk $\widehat{ES} = 90 - b$, kdež (l, b) jest astron. délka a šířka hvězdy S. Úhel $\sphericalangle JZE = A$ a úhel $\sphericalangle JZS = a$, kdež (A, a) značí azimut polu ekliptiky a hvězdy S; konečně oblouk $\widehat{ZS} = 90 - h$, kdež h jest výška hvězdy.

Řešením trojúhelníka EPZ určíme si (A, H) a L. Řešením trojúhelníka ESZ určíme si úhly h a χ pro apex, položíme-li $b = 0$ a $l = l_a$, dostaneme potom $a = A - \chi$, t. j. azimut apexu.

(A, H) značí azimut a výšku polu ekliptiky; (a, h) azimut a výšku apexu ročního pohybu Země. Z tabulky vidíme, že ve střední poledne dne 22. března, resp. dne 24. září dosáhne apex nejmenší, resp. největší výšky a že za doby slunovratu jest téměř v horizontě. Přesně jest apex v horizontě těch míst v *pravé* poledne, jímž prochází pravé slunce poledníkem v okamžiku, kdy toto slunce vstupuje do bodu letního a zimního, neboť v tom okamžiku prochází také pol ekliptiky poledníkem; následkem toho jest azimut apexu v obou případech roven přesně 90^0, a my vidíme, že směr ročního pohybu Země v těchto případech jest přesně na západ dle místních stran světových. Pro místa, která mají současně půlnoc, jest azimut apexu 270^0 a tudíž směr ročního pohybu přesně na východ.

Z azimutů a výšek soudíme, že má apex v době od slunovratu zimního do slunovratu letního deklinaci zápornou, od slunovratu letního do zimního deklinaci kladnou, čili, že v prvním období jest apex nejníže vzhledem k horizontu, v druhém nejvýše. Deklinace apexu rovná se zhruba, jak snadno nahlédneme, deklinaci Slunce před čtvrt rokem doby pozorování.

Z té okolnosti, že apex v druhé polovině roku jest výše nad obzorem než v první, se vysvětluje ten zjev, že jest v druhé polovici roku viděti mnohem více létavic než v první polovici. Předpokládáme-li, že jsou létavice stejnoměrně v prostoru rozloženy a že mají rychlost pohybu V, bude počet létavic v místě, které má apex v zenitu ku počtu létavic v místě, jež má apex v nadiru v poměru $\frac{V + v}{V - v}$, kdež v značí rychlost pohybu Země kol Slunce. Je-li $V = v\sqrt{2}$, jest onen poměr 5·8 : 1. Nicméně nedá se hustota pádů létavic v jednotlivých obdobích ročních i denních uspokojivě vysvětliti jedině z polohy apexu vzhledem k horizontu místa pozorovacího.

[Bližší poučení o tomto vlivu výšky apexu na hustotu pádů létavic najde laskavý čtenář v následujících knihách: Gruss: Z říše hvězd, B. Kučera: Živa r. V., Malíř: Příloha k Časopisu pro pěstování mathematiky a fysiky, r. XXIX.]

Mosaika.

Četli anebo slyšeli jste, mladí přátelé, o velikém neštěstí námořním, kterýmž byl stižen parník „Berlin“ v noci ze dne 20. na 21. února t. r. Tento parník náležel společnosti „Great Eastern Railway Company“ (Veliká společnost drah východních) a udržoval pravidelnou osobní přepravu mezi Anglií a Hollandskem na linii Harwich-Hoek van Holland. Obě místa leží proti sobě na téže skoro rovnoběžce ve směru západovýchodním v odlehlosti 200 *km*. Harwich je nejlepší přístav Anglie na jejím pobřeží jihovýchodním. Hoek van Holland jest nepatrné městečko při ústí nového průplavu Rotterdamského (Nieuwe water weg), $^3/_4$ kilometru širokého, kterým se vlévá tak zvaná malá Mosa do moře Severního. Na konci průplavu jest po obou stranách mohutná kamenná hráz zasahující do moře a sloužící k ochraně průplavu a k nakládání zboží, jež se po železnici zde končící až sem dováží a na lodě překládá. Italské — také všeobecně užívané — jméno pro takovou přístavní hráz (jako jsou u nás na př. v Terstu nebo v Pole) jest „molo“, z latinského moles -is, (balvan, massivní stavba vůbec). V oné noci zuřila nad Severním mořem a zeměmi okolními velmi prudká bouře. Dle synoptické mapy meteorologické ze dne 21. února byl střed cyklonu nad jižní Skandinavií; odtud na západní straně byly prudké vichry severní a severozápadní. Parník „Berlin“, přijíždějící v $5^1/_4$ hod. ráno do průplavu, byl mohutnými vlnami zachvácen a vržen na severní molo, kde se na velikých balvanech basaltových rozrazil. Rychle byl přivolán ochranný parník hollandský (Praesident van Heel) na pomoc, ale pro strašné vlnobití nemohl nic pořiditi. A tak před očima přečetných diváků více než 100 osob, když již se chystaly na pevninu vystoupiti, nalezlo smrt ve vlnách,