Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Karel Zahradník

Jaké jest geometrické místo průseků tečen jedné kůželosečky s polarami bodů dotyčných vzhledem ke kůželosečce druhé?

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 1 (1872), No. 3, 146–147

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/123201`

$$\frac{\Sigma K}{\Sigma (K:t)}$$

V uvedených svrchu příkladech jest $5^{10}/_{13}$ měs. největší a $4^{7}/_{8}$ nejmenší průměrná lhůta.

Že oba spůsoby počítání průměrné lhůty podstatou i tenkrát se neliší, když jednotlivé jistiny dle rozličných hodnot p jsou súročitelné anebo když místo jednoduchého volí se složené úrokování, netřeba tuším připomínati, rovněž i to, že v těchto případech jinou musíme obdržeti průměrnou lhůtu, nežli v svrchu uvedených. Případy jsou tu mnohem rozmanitější a neméně zajímavé; vytknutí souvislosti výsledků nepodléhá však rovněž žádným obtížím.

Jaké jest geometrické místo průseků tečen jedné kůželosečky s polarami bodů dotyčných vzhledem ke kůželosečce druhé?

(Píše *K. Zahradník.*)

Rovnice jedné kůželosečky budiž

$$a_1x^2+2b_1xy+c_1y^2+2d_1x+2e_1y+f_1=0 \tag{1}$$

kterouž i ve tvaru

$$(a_1x+b_1y+d_1)x+(b_1x+c_1y+e_1)y+d_1x+e_1y+f_1=0 \tag{2}$$

aneb krátce $K_1=0$ psáti můžeme.

Na této kůželosečce volme bod libovolný $m(\xi,\eta)$; i bude rovnice tečny v tomto bodě

$$(a_1x+b_1y+d_1)\xi+(b_1x+c_1y+e_1)\eta+(d_1x+e_1y+f_1)=0 \tag{3}$$

a rovnice polary bodu m vzhledem kuželosečce druhé, jejíž $K_2=0$, bude

$$(a_2x+b_2y+d_2)\xi+(b_2x+c_2y+e_2)\eta+d_2x+e_2y+f_2=0. \tag{4}$$

Jelikož pak bod m na kuželosečce $K_1=0$ leží, platí o něm

$$(a_1\xi+b_1\eta+d_1)\xi+(b_1\xi+c_1\eta+e_1)\eta+d_1\xi+e_1\eta+f_1=0 \tag{5}$$

Vyloučíme-li z rovnic (3), (4) a (5) veličiny ξ, η, obdržíme relaci mezi x, y, průsekem to tečny a polary, neodvislou na jednotlivé poloze bodu m, hledanou to rovnici místa geometrického.

Za tím účelem zaveďme místo

$$a_1x + b_1y + d_1 = A_1\,,\ b_1x + c_1y + e_1 = B_1\,,\ d_1x + e_1y + f_1 = C_1$$
$$a_2x + b_2y + d_2 = A_2\,,\ b_2x + c_2y + e_2 = B_2\,,\ d_2x + e_2y + f_2 = C_2$$

Z rovnic (2) a (3) plyne

$$\xi = (B_1C_2) = (A_1B_2)$$
$$\eta = (C_1A_2) = (A_2B_2)$$

Vložíme-li tyto hodnoty do rovnice (4), obdržíme po krátké redukci

$$a_1\,(B_1C_2)^2 + 2b_1\,(B_1B_2)(C_1A_2) + c_1\,(C_1A_2)^2 +$$
$$2d_1\,(B_1C_2)(A_1B_2) + 2e_1\,(C_1A_2)(A_1B_2) + f_1\,(A_1B_2)^2 = 0, \quad (6)$$

čímž úloha naše řešena.