místo a, dostaneme konečně za součet předložené řady nekonečné

$$1+x+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+\frac{x^4}{4!}+\cdots=e^x.$$

Funkce e^x slove *exponenciálnou* a předložená řada, jež se jí rovná, *řadou exponenciálnou.* — Rozvoj funkce e^x v řadu objevil *Newton.*

Podobným způsobem ukázal *Abel*, že binomická řada

$$1+nx+\frac{n(n-1)}{1.2}x^2+\cdots$$

udává hodnotu mocniny $(1+x)^n$ ve všech případech, pokud konverguje.

O vývoji čísel, číslovek, číslic.

Uvažuje

František Fabinger,
professor na Smíchově.

(Pokračování.)

Když však v době pozdější lidé potřebovali čísel větších a k naznačení jich byli by museli užiti většího počtu čárek, čímž číslo napsané ztrácelo na přehlednosti, činili přestávky v označování čísel číslicemi právě tak jak u vyslovování čísel číslovkami. A právě zvyk počítati na prstech svedl mimovolně „písaře" ku vytvoření zvláštních znaků pro 4, 5, 6, 10. Čítaje na prsty do 4, (palec nečítal) označil číslo to přetržením čárky, znaku pro jednu jednotku, čímž charakterisoval počet čtyr jednotek oproti jedné; při tom zajisté neměl na mysli obraz ruky. Jiný počtář užil při počítání všech pěti prstů, tedy i palce a za toto číslo užil zvláštního znaku, jako jest v číslicích demo-

---

niny jeho jsou irracionálné, ba že i každá celistvá funkce jeho

$$A_0e^m+A_1e^{m-1}+\ldots+A_m,$$

kdež A_0, A_1, ..., A_m racionálná čísla znamenají, jest irracionálná; čísla taková slovou *transcendentní.*

tických, syrských, italských, které vesměs lze odvoditi ze znaku za 1. Že i čínská číslice za 6 může míti stejný původ, jest pravdě podobno, uvážíme-li, že 6 jest počátkem nové řady čísel od pěti do 10.

Stejnou přestávku jako číslice za 4 a 5 v řadě čísel do 10, tvoří číslice za 10 v řadě od 10 do 100. Proto také 10 má zvláštní svůj znak, který zcela dobře lze vyložiti jako obrazec geometrický vzniklý spojením znaků za jednotku.

Že křížení jednotek bylo původně libovolné, směr přetržení po případě spojení „jedniček“ náhodný, jen od obratnosti a chuti písaře závislý, jest samozřejmo. Nebylyť zajisté číslice vynalezeny jediným člověkem, aspoň ne číslice do 10, a hned rozšířeny mezi všemi příslušníky téhož kmene, natož teprve mezi různými národy.

Že číslice do 10 jeví tak nápadnou podobnost u různých národů v nejstarších dobách, lze právě vyložiti jednoduchostí označení jednotky. Jako jest přirozeno a nejbližší i člověku, že počítal na prstech, tak jest přirozeno také, že k označení jedné jednotky užil nejjednoduššího geometrického — anebo lépe řečeno písařského — tvaru, čárky. A že pro význačná čísla užil zvláštních znaků, vytvořených prostým křížením čárek, jednotek, jest právě tak přirozeno, jako že užil jen pro určitá čísla zvláštních číslovek.

Ovšem, když vynalezeno bylo písmo hláskové, byly číslice přizpůsobovány tvaru písmen, po případě užíváno i počátečních písmen číslovek jako číslic. Nicméně i tu podrženy byly některé původní znaky číselné, jako 1 podnes u všech kulturních národů, I, V, X u kmenů italských. Tak mohli bychom si vyložiti vznik nejjednodušších znaků číselných v dobách nejstarších, kdy písmo nebylo známo.

Když bylo vynalezeno písmo, a psaní slov se rozšiřovalo, když soustavy číslovkové se vyvinuly a vznikaly počátky arithmetiky, objevila se též citelná potřeba samostatných znaků za čísla.

Původní označování čísel čárkami ponenáhlu zanikalo a nahrazeno bylo způsobem jiným, jenž se ujal u všech antických národů. Písmena abecedy označovala po řadě 1.—9. jednotky, 10.—18. desítky, 19.—27. sta, 28. tisíc, 29. deset tisíc.

Avšak i tato soustava se časem zjednodušila, z těchto mnoha znaků podržely se jen jednotlivé, odpovídající soustavě číslovkové, a když během doby psaní čísel číslicemi zjednodušilo se a čísla byla psána v určité soustavě číselné, počet číslic zmenšil se jen na nutný počet, vymezený soustavou číselnou. Čísel nekonečně mnoho, číslovek počet menší, číslic určitý počet.

Tvar číslic se měnil u různých národů s pisatelem a ustálil se v nové době vynalezením tisku.

V předcházejících úvahách poznali jsme tvary číslic různých národů a hleděli vyložiti jich původ. Pokud se týká číslic za 1, 4, 5, (6), 10 a čísel malých od 1—100 psaných těmito číslicemi, seznali jsme, že mohly znaky tyto vzniknouti samostatně, neodvisle od abecedy, dříve než písmo hláskové.

Jinak jest tomu ovšem při psaní čísel vůbec, kdy písmo hláskové bylo již vynalezeno a rozšířeno. V nejstarších památkách písemných čísla vypisují se slovy a teprve během delší doby dostává se jednotlivým příslovkám určitých znaků, číslic, vzatých po většině z abecedy. Důsledné psaní čísel číslicemi jest původu mnohem mladšího než psaní slov. Dvojí původ pak lze rozeznávati u znaků číselných. Jedny mohou se vykládati jako počáteční písmena příslušných číslovek, druhé jako písmeny abecedy. Samostatné znaky číselné pokud se vyskytovaly z dob starších byly přizpůsobovány tvarem písmenám abecedním.

Stanovením znaků za určité číslovky nebyla ovšem řešena ještě úloha obecná, *napsati těmito znaky libovolné číslo*. Tato úloha vyžaduje značného důmyslu a také dlouho nebyla řešena úplně a dokonale. Užívalo se různých principův, a to dle Humboldta čtyř, dle Hankela šesti. Naznačíme krátce posledních šest principův, ježto principy Humboldtovy jsou v nich obsaženy.

1. *Označování nesoustavné*, neřídící se soustavou číselnou. Znaky číselné neukazují nám hned prvním pohledem, že jsou násobkem jednotky toho kterého řádu Tímto způsobem psali všichni národové, kteří užívali písmen abecedních za číslice.

2. *Princip přičítání*, jevící se opakováním znaků. Je-li za jedničku znak I, za deset X, napíšeme na příklad 23 : XXIII. Tohoto způsobu užívali Aztekové mexičtí, Aegypťané v hieroglyfech, v baktrickém Pali, ve fenickém a nejstarším řeckém písmě. Řekové a Aegypťané zanechali tohoto způsobu psaní, a

jediné Římané přidrželi se ho až na konec. Řekové psali na př. $4 = IIII$, $7 = \Gamma I$, $21 = \Delta\Delta I$. Opakování znaků hleděli se vyhnouti vpisováním jednotek řádových a psali na příklad: $\Delta\Delta\Delta\Delta\Delta = \Gamma^{\Delta} = 50$, $\Gamma^{X} = 5000$, $\Gamma^{M}\Gamma^{X}HHHH\Delta I = 55411$.

3. *Princip násobení*, obyčejný v soustavě dekadické před zavedením místních hodnot číslic. Před jednotlivé znaky číselné píší se číslice 1—9, které ukazují, kolikrát máme jednotku toho kterého řádu vzíti; na př.: 1884 = 1M8C8X4. Psaní toto jest přehlednější předešlého, užívalo se ho zhusta za středověku a užívá se ho dosud u lidu obecného v Číně.

4. *Princip exponencialní.* Píší se pouze znaky za 1 . . . 9, a řád jednotky značí index nad touto číslicí, jako na př. $300 = \overset{C}{3}$, $2430 = \overset{MCX}{243}$. Anebo naopak, jednotka řádová se napíše, a číslice udávající počet těchto jednotek se nadpíše, jako tu a tam u Řekův. Za příklad buď $84627438 = \overset{\eta\nu\xi\beta}{M}\zeta_1\Delta\eta$; ($\eta = 8000$, $\nu = 400$, $\xi = 60$, $\beta = 2$, $\zeta_1 = 7000$, $\Delta = 30$, $\eta = 8$.)

Místo nadpisování číslic užívalo se též různých znamení. Tak Římané označovali čísla od 1000 výše vodorovnou čarou nad násobitelem, statisíce pak ještě uzávorkovali; na příklad $1180600 = |\overline{X}|\overline{CLXXX}DC$. Podobně Řekové označovali čísla větší než 900 svislou čarou před jednotkou řádu nullového; došli však jen po 10000.

Židé a Syrové, kteří měli číslice jen do 400, naznačovali další čísla tečkami, a to Židé nad číslicí, Syrové vedle číslice (gobarské písmo). Dle toho jest $30 = \dot{3} = 3\cdot$, $700 = \overset{:}{7} = 7\cdot\,\cdot\,\cdot$, a podobně.

5. *Pátý způsob* záleží v tom, že číslice píší se *ve zvláštních tabulkách*, jež sluly „abacus“. Tabulky byly rozděleny ve sloupce s nadepsanými jednotkami řádovými. K tomuto psaní bylo třeba číslic 1 . . . 9. Čísla psala se takto:

	M	C	X	I	
	5	6	2	8	= 5628
	4		3		= 4030
Součet	9	6	5	8	= 9658.

Způsobu toho užívalo se za středověku až do úplného rozšíření dekadické soustavy indické, a užívá se podnes v čínském „suan panu“ a v ruských sčetech. Každá číslice vedle hodnoty vlastní má též hodnotu místní, ovšem ještě vyznačenou zvláštním znakem číselným, platným pro jednu jednotku dotyčného řádu.

6. Nejdokonalejší způsob psaní čísel spočívá v tom, že *číslice* 1 . . . 9 se píší *prostě vedle sebe, majíce vedle hodnoty vlastní i hodnotu místní.* Na místo, které neobsahuje žádných jednotek, klade se znamení nully: 0.

Tento způsob, historicky poslední, jest nejdokonalejší, se soustavou úplně souhlasný. Tím lze napsati každé číslo a snadno přehlédnouti.

Aby tímto způsobem bylo lze napsati každé číslo, učinilo možným jediné nalezení značky za nic: 0. Ze dřívějších method jest patrno, že každá číslice musila býti ještě zvláště označena, aby hodnota jednotky byla poznána. Toto *zvláštní* označení jest dle nynějšího způsobu psaní, kdy užíváme číslice 0, zbytečno, a přece před tím nemohlo býti vynecháno, neměl-li vzniknouti dvojsmysl. Dle 3. na př. bylo 7X = 70; značku X však nelze vynechati; neboť tu 7 značí pouze sedm jedniček.

Jak naznačiti tento nedostatek jednotek některého řádu? Nám dnes jeví se to ovšem velice snadno, avšak pomysleme jen, že mělo se tu *nic* označiti *něčím!* A toto označení určitým znakem — jak jsme viděli — Indové učinili první, jim přičítá se nalezení 0.[43]) Jakmile bylo znamení za nic, byla otázka soustavného a prostého psaní čísel rozluštěna.

Pořádek, v jakém jednotky řádové jdou za sebou, jest v podstatě u všech národů stejný. Jednotky vyššího řádu předcházejí jednotkám nižšího řádu, při čemž jest měřítkem způsob psaní vůbec. Číňané píší shora dolů, nejvyšší jednotky nahoře, Řekové na straně levé, Feničané na straně pravé, tak že jednotky nullového řádu jsou poslední na levé straně. Národové evropští píšíce od strany levé na pravou kladou nejvyšší řád na první místo na levo dle vzorce

$$N = a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \ldots + a_1 z + a_0, \quad a_k < z,$$

aneb, jakmile položíme za z určitou hodnotu číselnou,

$$N = a_n a_{n-1} a_{n-2} \ldots a_1 a_0 .$$

O soustavách číselných.

První lidé počítali asi na prstech. Avšak prstův u ruky jest jen pět, aneb u obou deset, a počítáme li i prsty nohou, tedy dohromady dvacet. Mysleme si však, že měl nějaký pastýř v mladém ještě pokolení lidském určiti počet stáda 598 ovcí. Užíval-li za pomoc jen prstův u rukou, počítal asi takto: Jedna, dvě, tři, atd. až deset. Dále nemohl počítati, leč by začal opět z počátku. Aby však nezapomněl, že napočítal již jednou deset, učinil si znamení, na příklad položil stranou kamének. Kolikrát pak napočítal deset, tolikrát položil stranou kamének, a každý jednotlivý kamének značil 10 ovcí. Tím způsobem počítaje obdržel 59 znamení — kaménkův —, a zbylo mu osm kusů ovcí. Předpokládáme-li, že uměl počítati jen do desíti, a nyní měl 59 znaků, počal opět tyto počítati na prstech, a kdykoliv napočítal deset, učinil si nové znamení, položil na příklad stranou skořepinu. Tak dostal pět skořepin, a zbylo mu ještě devět kaménkův. Značila mu tedy každá skořepina deset kaménkův, každý kamének pak deset ovcí. Počet jeho stáda byl nyní dokonale určen počtem skořepin, kaménkův a prstův, a mohl

---

[43]) Značka 0 jest symbolem prázdnoty a slove u Indů *cifra*. Slova toho užívá se nyní o číslicích vůbec.

počet ten vyjádřiti slovy: Pět skořepin, devět kaménkův, osm prstův.

V tomto způsobu počítání byl však již obsažen *princip soustavy číselné*, a běželo nyní pouze o to, rozšířiti princip ten na libovolné číslo. Tu pak především bylo třeba, aby čísla, znázorněna prsty, měla svá zvláštní slova a své značky. Poslední z těchto čísel, jež nám značil kamének a které označíme písmenem z, bylo patrně jednotkou jiného stupně. Následující pak čísla určoval dle schematu $z+1$, $z+2$, $z+3, \ldots,$ $z+z=2z$, $2z+1$, $2z+2, \ldots,$ $3z$, $3z+1, \ldots,$ $4z, \ldots$ atd.

Tímto způsobem mohl všechna čísla určitě označiti až po $z.z$. Číslo však o z větší, t. j. $zz+z$ poskytuje však již dvou schemat, totiž $z.z.+z$ a $z(z+1)$. Na volbě jednoho z těchto schemat závisela podstata, princip soustavy číselné. Vnitřním takřka pudem jsa veden člověk volil schema první a považoval $z.z=z^2$ za novou jednotku, ale jednotku stupně jiného, vyššího než dřívější z.

Toto schema bylo člověku po ruce, k němu byl veden zvykem počítati na prstech. Všechna čísla pak mezi oběma jednotkami — z^2 a z — jsou vyjádřena tvarem az, kdež $a<z$. Důslednost nyní žádala, aby $z \,.\, z^2$ bylo považováno opět za novou jednotku, kterou označíme z^3. Podobně též $z \,.\, z^3 = z^4$, $z \,.\, z^4 = z^5, \ldots,$ $z \,.\, z^{n-1} = z^n$ byly jednotky řádové této soustavy číselné, ovšem postupně jednotky řádů vyšších.

Tento způsob sestrojení soustavy číselné jest obyčejným u všech národů, kteří užívají větších čísel. Schematu druhého, t. j., aby $z(z+1)$ aneb $(z+1)$ platilo za novou jednotku, neužívá se nikde. (Srovnej tento Časopis r. XXXII. str. 258.)

Dle toho soustavou číselnou v užším smyslu slovním nazýváme označení nadřízenosti a podřízenosti číselných znaků, přikládajíce číslicím vedle hodnoty vlastní i hodnotu místní. Jest pak jednotka na jednom místě tolikrát větší neb menší než jednotka na místě sousedním, kolik jedniček obsahuje základ.

K tomuto psaní čísel jest třeba $z-1$ číslic a znaku za nullu. Číslo

$$N = a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \ldots + a_2 z^2 + a_1 z + a_0$$

píšeme pak prostě

$$N = a_n a_{n-1} \ldots a_2 a_1 a_0 .$$

Majíce nyní krátký přehled o historickém vývoji soustavy číselné vůbec i různých způsobů psaní čísel, všimněme si ještě základů soustav číselných, pokud se jich užívalo a dosud užívá.

Obecný tvar čísla N v soustavě číselné napsaného dle principu svrchu uvedeného jest

$$N = a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + a_{n-2} z^{n-2} + \ldots + a_1 z + a_0 ,$$
$$= a_n a_{n-1} a_{n-2} \ldots a_1 a_0 ,$$

kdež $a_k < z$ jsou čísla celá, vyjádřená číslicemi. Vzorcem tím určen jest princip a pořádek soustavy číselné, a jest jen položiti za z určitou hodnotu číselnou.

Právem každé číslo mohlo by býti tímto základem; pouze na naší vůli záleží, o kterém čísle se rozhodneme. Tu pak zajisté říditi se budeme potřebami praktickými Velikého čísla nevezmeme za základ z té příčiny, poněvadž bychom si museli pamatovati mnoho znakův, a počítání bylo by nesnadno a složito. Z menších čísel pak budeme voliti čísla, která v životě se objevují nejčastěji; tedy nikoliv snad z čísel 7, 11, 13 a p., ježto nemáme v obyčeji po těchto číslech tvořiti skupiny, nýbrž spíše z čísel 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 20. Jedničku — 1 — vylučujeme již předem proto, že by psaní čísel bylo pouhé, nesoustavné kladení čárek vedle sebe.

Zvolíme-li z těchto čísel některé menší, potřebujeme sice málo číslic, tím více však číslovek a více místa k napsání; zvolíme-li větší číslo, jest nám opět pamatovati si více znakův, avšak jest třeba méně místa k napsání téhož čísla.

Ve dvojkové soustavě museli bychom míti mimo „jednu“ ještě zvláštní slova za 2, 4, 8, 16, 32, ..., 2^n. V soustavě dekadické mimo devět značek jest třeba též slov za 10, 100, 1000, ..., 10^n. Chceme-li vysloviti čísla do 1000, jest v prvém případě třeba 11, v druhém 12 zvláštních číslovek.

Tabulka dolejší ukazuje nám přehledně, kolik zvláštních číslovek by bylo třeba při různých základech do tisíce a millionův:

Základ	Číslovek jest třeba do	
	1.000	1,000.000
2	11	21
3	8	15
4	8	12
5	8	13
6	9	15
10	12	15
12	13	17
20	21	24

Chceme-li v naší soustavě míti pokud možno nejméně číslovek a číslic, jest patrně nejlépe vzíti některé z čísel 4, 5, 6. V soustavě číselné o těchto základech potřebujeme málo číslic, málo číslovek, a „násobilka“, která přechází ve dvojkové soustavě v pouhé $1 \times 1 = 1$, jest tu snadna.

Výhody tyto, jinak dosti důležité, vyváženy jsou tím, že jen poněkud větší číslo vyžaduje jednak příliš mnoho času a místa k napsání, jednak mnoho slov ku vyslovení. Z té příčiny tedy sáhneme k číslům větším volíce 10 neb 12. Tu pak 12 má zajisté přednost před 10, ježto má za dělitele čísla 2, 3, 4, 6, kterýmiž čísly nejčastěji dělíme v životě praktickém.

Tak bychom soudili s hlediska theoretického. Než lidstvo při tvoření soustav číselných takto nerozvažovalo. Jemu zvyk počítati na prstech dal za základ číslo 5, 10, 20. Veliká většina národů má také skutečně tato čísla za základ přes to, že jiné soustavy, zejména tetraktická neb duodekadická jsou výhodnější. Zvyk zvítězil tu nad praktickými výhodami.

Z těchto tří soustav, totiž z pětkové či pentadické, desítkové či dekadické a dvacítkové či vigesimalní, je nejrozšířenější soustava dekadická, jíž všichni vzdělaní národové nyní užívají. U národů méně vzdělaných jest právě tak obyčejnou soustava pentadická, — ovšem jen u vyslovování čísel, — mající původ ve zvyku počítati dle prstů jen jedné ruky.

Vigesimalní soustava, již nalézáme[44]) neúplně vyvinutou v některých afrických a oceanských řečech, byla obyčejnou u starých Azteků mexických a u Indianů kmene Maya v Yukataně. Čísla do 19 jsou u nich pentadicky neb dekadicky vytvořena, následující pak dle schemat:

$30=20+10$, $31=1\times20+11$, $40=2\times20$, $50=2\times20+10$, a podobně až po $399=19\times20+19$. Jednotky vyšších řádů jdou až po $20^3=8000$.

Pamětno jest, že také dvě větve kmene indoevropského, totiž kavkazská a keltická, ukazují stopy soustavy vigesimalní. Tak Francouzové počítají dle dekadické soustavy do šedesáti; sedmdesát pak vyslovují: soixante-dix $=60+10$, $71=$ soixante-onze, a ještě význačněji v číslovce osmdesát: quatre-vingt, devadesát jedna: quatre-vingt-onze, sto čtyřicet: sept vingts, sto šedesát: huit vingts, tři sta: quinze vingts. Řídké stopy této soustavy vyskytují se též v řeči dánské, kde padesát slovem „drittehalbmalzwanzig", sedmdesát a devadesát podobně se vyslovují, kdežto ostatní číslovky jsou dekadické.

Největšího základu užívali Babyloňané, totiž 60. Tito měli vedle systemu dekadického též system sexagesimalní, jak již dříve bylo podotknuto.

Jiných soustav než tuto vypsaných, pokud jest známo, nebylo užíváno. Avšak stopy přeskakování ze soustavy do soustavy zachovaly se velmi časté, zvláště v číslovkách. Konečně sluší též podotknouti, že, byť i *soustava číselná* v písmě byla důsledna, přece *soustava číslovek* a *vyslovování čísel* podléhaly různým vlivům, a že mimo sčítání a násobení též dělení a odčítání bylo užíváno při psaní čísel slovy a při vyslovování.

Poutavý příklad různého vyslovování poskytuje číslo 18. Vyslovuje se dle schemat:

---

[44]) Viz o vyslovování čísel v tomto pojednání v r. XXXII.

V latině: decem et octo = 10 + 8, aneb
duo-de-viginti = 20 — 2;
v řečtině: ὄκτω καὶ δέκα = 8 + 10;
ve francouzštině: dix-huit = 10, 8;
v němčině: achtzehn = 8, 10;
v bretonské řeči: tri-omc-ch = 3 × 6;[45]
ve walliské řeči: deu-naw = 2 × 9;[45]
v aztecké řeči: caxtulli-om-ey = 15 + 3.[45]

Jak již řečeno, jest nyní všeobecna soustava dekadická, která spojuje šťastnou náhodou obě výhody soustavnosti číselné vůbec, totiž, že je třeba málo číslic a málo číslovek při malých číslech; v životě všedním pak veliká čísla objevují se zřídka. Nicméně byly by některé soustavy, a zejména duodekadická, mnohem výhodnější k počítání praktickému. Základ poslední soustavy má za dělitele 2, 3, 4, 6, čísla, na něž celky dělí se nejčastěji. A právě z této příčiny zlomky v této soustavě mohou býti častěji vyjádřeny konečným tvarem než zlomky dekadické.[46]

Avšak byť i soustava zmíněná měla skutečně výhody před soustavou dekadickou, přece nesmíme zapomenouti, že dekadická soustava slouží již od staletí lidstvu, že jest již stářím posvěcena, což do jisté míry vyrovná výhody soustavy duodekadické.[47]

Uvedeme-li si na paměť úvahy tohoto pojednání o vývoji čísla, číslovek, číslic a psaní čísel číslicemi, shledáváme, jak po staletí práce jednotlivců se slučovaly, nežli lidstvo dospělo k nynějšímu stavu psaní čísel. Hlavní zásluhu o to zjednali si Indové zavedením místních hodnot a znaku pro nullu. Právem Laplace[48]) uznává význam tohoto epochalního vynálezu slovy:

---

[45]) Vigesimalní soustava.

[46]) Tyto výhody pohnuly učence německého Werneburga, že vydal zvláštní spis o soustavě duodekadické roku 1560. Ve spise tom vyzývá: „každého poctivého, vzdělaného a rozumného muže“ a klade mu za čestnou povinnost, aby rozšiřoval duodekadickou soustavu a všude jí zjednával platnost zákonitou.

[47]) O soustavách číselných, jednotlivých, vydáno bylo počátkem nového věku více spisův. Nejobšírnější spis takový vydal Joh. Caramuel, biskup v Campagni a Satrianu v Neapolsku, s názvem: „Mathesis biceps vetus et nova“. Campaniae anno 1670. Ve spise tom probírá soustavy o základech 1, 2, 3, 4, . . . , 12 a 60.

[48]) Crelle: „Journal für Mathematik IV.“ s. 207.

„Myšlenka, veškeré hodnoty vyjádřiti devíti znaky, jimž se proto dá hodnota místní, jest tak jednoduchá, že právě z té příčiny neuznává se s důstatek, jakého zaslouží obdivu. Právě ona jednoduchost a snadnost, kterou tato methoda poskytuje počítání, povznáší arithmetický system Indů mezi nejužitečnější objevy. Jak obtížno však bylo vynalézti takovouto methodu, lze z toho souditi, že minula genia Archimedova a Apollonia z Pergy, dvou největších duchů starověku."

(Dokončení.)

Goniometrické řešení rovnic kvadratických.

Napsal

Dr. **Antonín Pleskot,**
professor v Plzni.

V následující úvaze uvedeme zvláštní postup při řešení rovnic kvadratických, který spočívá na vlastnostech kořenů rovnice kvadratické; postup ten úzce souvisí s jistou úlohou geometrickou a jednoduché řešení této úlohy podává jinou methodu, na základě které okamžitě goniometricky může býti rovnice kvadratická řešena.

I. Je-li dána kvadratická rovnice

$$x^2 + px + q = 0,$$

rozeznávejme dva případy; předně, je-li q negativní a za druhé positivní číslo, při čemž p značiti může libovolné číslo reálné.

Je-li tedy v případě prvém rovnice tvaru

$$x^2 + px - q = 0,$$

při čemž ovšem q značí číslo positivní, pak můžeme hned k řešení dospěti, uvážíme-li, že libovolné číslo q možno psáti ve tvaru $\sqrt{q}\,\mathrm{ctg}\,\varphi \sqrt{q}\,\mathrm{tg}\,\varphi$.

Jsou-li x_1 a x_2 kořeny rovnice kvadratické, možno položiti