Úlohy

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 2 (1873), No. 2, 147–149

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/123467

Úlohy.

I. Z mathematiky.

Řešení úlohy 32.

(Podává *Ant. Sucharda*, technik.)

Dosadíme-li do předložené rovnice

$$tg\,2x + tg\,3x = 3tg\,x$$

známé výrazy

$$tg\,2x = \frac{2tg\,x}{1 - tg^2 x},\quad tg\,3x = \frac{3tg\,x - tg^3 x}{1 - 3tg^2 x},$$

obdržíme po snadné redukci

$$tg^4 x - \frac{1}{4} tg^2 x - \frac{1}{4} = 0,$$

z kteréžto rovnice jde

$$tg\,x = \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1 \pm \sqrt{17}}{2}}.$$

(Tutéž úlohu řešil *B. Bečka*, žák VIII. tř. g. v Jičíně, *Lud. Grossman*, žák VI. tř. r. v Litomyšli, *Aug. Hanzlovský*, žák VII. tř. g. v Písku, *Fr. Chmelík*, žák VI. tř. r. g. na M. Straně, *Jos. Kašpr*, žák VIII. tř. g. v Písku, *Fr. Škramlík*, žák VII. tř. r. g. v Táboře, *V. Šťastný*, *B. Wittich*, žák VII. tř. r. g. na M. Straně, *Al. Wolf*, žák VIII. tř. č. g. v Č. Budějovicích).

Řešení úlohy 34.

(Podává *V. Zelený*, žák VI. tř. r. g. na M. Straně.)

Dle poučky Mac-Lauriny obdržíme především

$$l\,(x + \sqrt{1 + x^2}) = x - \frac{1}{2}\frac{x^3}{3} + \frac{1.3}{2.4}\frac{x^5}{5} - \dots$$

a podle známého vzorce

$$\left(\sum_{s=1}^{n} a_s\right)^2 = \Sigma (a_s)^2 + 2\Sigma a_s a_t$$

$$[l(x+\sqrt{1+x^2})]^2 = x^2 - 2 \, . \, \frac{1}{2}\frac{x^4}{3} + \left[\left(\frac{1}{2\, .\, 3}\right)^2 + 2\frac{1\, .\, 3}{2.4.5}\right] x^6 - \ldots ;$$

spořádáme-li pravou stranu rovnice této, povstane konečně

$$[l(x+\sqrt{1+x^2})]^2 = x - \frac{2}{3}\frac{x^4}{2} + \frac{2\, .\, 4}{3\, .\, 5}\frac{x^6}{3} - \frac{2\, .\, 4\, .\, 6}{3\, .\, 5\, .\, 7}\frac{x^8}{4} + \ldots ,$$

při čemž $x^2 < 1$.

(Tutéž úlohu řešil spůsobem jiným *B. Bečka*, a *J. Kašpr.*)

Řešení úlohy 35.

(Podává *K. Brož*, filosof.)

Hodnota předloženého integrálu omezeného jest $\frac{\pi}{2}$.

Úloha 36.

Mají se určiti všechny kořeny rovnice

$$6x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 5x + 1 = 0.$$

II. Z fysiky.

Řešení úlohy 20.

(Podává *M. Boda*, ing. ve Vídni.)

Poměr průřezů obou drátů bude 1 : 5·88, t. j. drát železný bude míti 5·88 krát větší průřez drátu měděného; průměry se budou míti k sobě, jako 2·08 : 5·058.

(Tutéž úlohu řešil *J. Sallabašev*, žák VI. tř. ob. r. g. na M. Str.)

Řešení úlohy 28.

(Podává *Fr. Chmelík.*)

Kývadlo dolejší musilo by se o $\frac{108745}{97456384}$ své délky prodloužiti, aby stejně kývalo s hořejším a hořejší by se musilo dole o $\frac{108745}{97565129}$ své délky zkrátiti, aby stejně rychle kývalo s dolejším.

(Tutéž úlohu řešil: *Ot. Mužík*, žák VI. tř. r. v Hradci Králové, *A. Pilnáček*, žák VII. tř. g. v Jičíně, *Jos. Sádek*, žák VII. tř. g. v K. Hradci, *Fr. Škramlík*, *B. Wittich*, *Al. Wolf.)*

Řešení úlohy 31.

(Podává *B. Wittich.*)

Hmoty obou koulí mají se k sobě jako 1 : 3.

(Tutéž úlohu řešil: *B. Bečka*, *Fr. Chmelík*, *J. Kašpr*, *Ot. Mužík*, *A. Pilnáček*, *Fr. Škramlík*, *V. Šťastný*, žák VI. tř. r. g. na M. Straně.)

Úloha 32.

Která čísla a jak by se změnila v theorii duhy, kdyby exponenty lomu vody byly vesměs o polovičku větší?

Úloha 33.

Z bodu A pohybuje se hmotný bod počáteční rychlostí

$$c = \frac{k}{a\sqrt{2}}$$

směrem kolmo na $OA = a$ stojícím, zároveň pak tu působí v bodu O síla přítažná

$$\varphi = \frac{2kr + k^2}{2r^3},$$

značí-li k veličinu stálou a r vzdálenost od O; v jaké dráze pohybuje se bod tento, v jaké době a s jakou rychlostí dostane se z A do B, jestli

$$OB = \frac{a}{4}.$$