Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

Dmitri Obolensky

Über eine neue Formulierung der statodynamischen Grundbeziehung in der Mechanik

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 64 (1935), No. 6, 235--237

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/123553`

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1935

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* `http://project.dml.cz`

a vertex, jenž obsahuje ony středy C, pro něž frekvenční křivky $\bar{\varrho}_u(\vartheta)$ jsou symetrické podle osy u (osy maximálního pohybu); 2° dvě zony určené menšími kruhy, sestrojenými nad vzdálenostmi apex-vertex a antapex-antivertex jako průměry, v nichž frekvenční funkce $\bar{\varrho}_v(\vartheta)$ jsou symetrické podle osy v (kolmé k maximálnímu pohybu).

Určíme-li tyto tři kruhy pomocí symetrie frekvenčních křivek, odvozených z pozorování a z měřených pohybů hvězd, pak čtyři průsečíky těchto kruhů jsou právě hledanými čtyřmi body. Apex i vertex jsou určeny jednoznačně vzhledem k faktu, že v apexu je frekvenční křivka centrálně symetrická.

Disymetrie frekvenčních křivek pohybu podle osy v, experimentálně zjištěný důležitý fakt, existuje v celé obloze mimo zonu velkého kruhu jdoucího apexem a vertexem, a vysvětluje úplně nestejný počet hvězd, konstatovaný v tak zvaných dvou proudech Kapteynových. Konečně různé hodnoty disymetrie udávají i vliv rotace galaktického systému, jak vyplyne i z další numerické analysy.

Über eine neue Formulierung der statodynamischen Grundbeziehung in der Mechanik.

Fürst Dmitri Obolensky, Dresden.

Die statodynamische Grundbeziehung ist aus folgendem Schema eines geraden zentralen Stoßes deutlich zu ersehen:

$$mV_m \underset{1}{=} \left\{\begin{matrix} m\,(V_m \mp v_m) \underset{2}{=} \displaystyle\int \frac{\varDelta\lambda_1}{\lambda_1} E_1 q\,\mathrm{d}t \underset{3}{=} \int \frac{\varDelta\lambda_2}{\lambda_2} E_2 q\,\mathrm{d}t \underset{4}{=} MV \\ \pm\, mv_m \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad = \pm\, mv_m \end{matrix}\right\} \underset{5}{=}$$
$$= MV \pm mv_m.$$

m und M — Maßen des stoßenden und des gestoßenen (des anfangs ruhenden) Körpers. V_m, v_m und V — Geschwindigkeiten des stoßenden Körpers vor und nach dem Stoß und des gestoßenen nach dem Stoß. $\varDelta\lambda_1/\lambda_1$ und $\varDelta\lambda_2/\lambda_2$ — spezifische Zusammendrückungen der sich berührenden Schichten des stoßenden und des gestoßenen Körpers. E_1 und E_2 — die entsprechenden Elastizitätsmoduli. q — Querschnitt der Stoßfläche. t — Zeitdauer des Stoßvorganges.

Die These actio par reactioni lassen wir nur zwischen physikalisch homogenen Kräften gelten — Gleichheitszeichen 3. Die Zeichen 2 und 4 geben die statodynamische Grundbeziehung an. Die statische Kraft — $\frac{\varDelta\lambda_1}{\lambda_1} E_1 q$ und $\frac{\varDelta\lambda_2}{\lambda_2} E_2 q$ — sei mit P bezeichnet. Die Beziehung zwischen der statischen und dynamischen Kraft pflegt man durch die zwei Newtonschen Grundgleichungen

$$P = M \cdot \frac{dV}{dt} \text{ und } \int P \cdot dt = M \cdot V \text{ (Gleichh. 4),}$$

die nur eine konstante Maße — Maßenpunkt — berücksichtigen, zu bestimmen. Die statodynamische Grundbeziehung ist aber mit gleicher Berechtigung nicht durch zwei, sondern durch unendlich viele (identische) Gleichungen wiederzugeben, die eine weitere Entwicklung durch Integration nach der Zeit der beiden Gleichungen darstellen. In diese Entwicklung setzen wir die anwachsende — die jeweils von der Kraftwirkung ergriffene — Maße m_t (diese Erscheinung charakterisiert den Stoßvorgang) mit ihrer jeweiligen Geschwindigkeit v ein und erhalten die Ausgangsgleichung

$$\overbrace{\int \ldots \int}^{n} P \cdot dt^n = m_t \overbrace{\int \ldots \int}^{n-1} v \cdot dt^{n-1}$$

Differentiiert ergibt sich die Kraftgleichung:

$$P = m_t \frac{dv}{dt} + nm'_t v + \frac{n(n-1)}{2!} m''_t \int v \, dt + \\ + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!} m'''_t \int\int v \, dt^2 \text{ usw.}$$

Bei stetig anwachsender Maße (m_t) steht vom mathematischen Standpunkte nichts im Wege, daß der Intergrationsgrad n das Intervall 0 bis ∞ (während der Stoßdauer) stetig durchlaufe; die Beziehung $P/v = F(n)$ erweist sich dann stetig und monoton. Soweit die Notwendigkeit, sich auf einen Spezialfall ($n = 1$) — Impulssatz — zu beschränken, nicht festgestellt ist, muß diesem, allgemeineren, Fall der Vorrang eingeräumt werden.

Physikalisch beurteilt, braucht die Gestaltung beider Beziehungen 2 und 4 voneinander nicht abzuhängen (n kann bei 2 und 4 verschieden groß angenommen werden), demnach bedingt die Ungleichheit $n \neq 1$ die prinzipielle Möglichkeit einer Abweichung vom Schwerpunktsatz : $mV_m \neq MV \pm mv_m$. Letzteres ergibt notwendig die prinzipielle Möglichkeit eines Perpetuum mobile erster Art.

Beweis: Das ganze System habe in Bezug auf den Beobachter die translatorische konstante Geschwindigkeit $\pm C$, dann ist die lebendige Kraft

vor dem Stoß: $\frac{1}{2}m(V_m \pm C)^2 + \frac{1}{2}MC^2$,

nach dem Stoß:

$$\tfrac{1}{2}m(\pm v_m \pm C)^2 + \tfrac{1}{2}M(V \pm C)^2,$$

Nach Abzug der ursprünglichen lebendigen Kraft von der erhaltenen und Einsetzung $V = (K V_m \mp v_m) m/M$ (V erhalten wir aus $K m V_m = M V \pm m v_m$; $K = 1$ — Schwerpunktsatz; $K \neq 1$ — Abweichung von ihm) bekommen wir:

$$\pm (K - 1) m V_m C - m \left[\frac{1}{2}\left(1 - \frac{m}{M} K^2\right) V_m^2 - \right.$$
$$\left. - \frac{1}{2}\left(1 + \frac{m}{M}\right) v_m^2 \pm \frac{m}{M} K V_m v_m\right].$$

Ist $K \neq 1$, so kann durch ein entsprechendes Anwachsen von C (das ja die anderen Größen unbeeinflußt läßt) die Differenz zwischen der lebendigen Kraft vor und nach dem Stoße größer als Null werden.

Postuliert man die Ausgeschlossenheit des Perpetuum mobile erster Art, so ergibt sich die Notwendigkeit, n für sämtliche Fälle einer Größe gleichzusetzen. Da n in gewissen Fällen bestimmt gleich Eins ist, so muß es dann stets gleich Eins sein. Man vermeidet aber in der theoretischen Mechanik von der erwähnten Ausgeschlossenheitsprämisse auszugehen.

Eine Abweichung vom Schwerpunktsatz findet in der Verschiedenheit der Größe von n ihre Erklärung und vice versa.

O funkčních rovnicích, které se vyskytují v nauce o vedení tepla.

Jan Potoček, Brno.

Buď $\mathrm{v}(x, t)$ řešení rovnice

$$\frac{\partial \mathrm{v}}{\partial t} = \mathrm{A}(x) \frac{\partial^2 \mathrm{v}}{\partial x^2} + \mathrm{B}(x) \frac{\partial \mathrm{v}}{\partial x} + \mathrm{C}(x)\, \mathrm{v}$$

za podmínek

$$\mathrm{v}(x, 0) = \psi(x), \quad \mathrm{v}(0, t) = \varphi_1(t), \quad \mathrm{v}(h, t) = \varphi_2(t),$$

a buď $\mathrm{u}(0, h; x_0, x, t - \tau)$ Greenova funkce definovaná jako řešení rovné nule pro $x = 0$, $x = h$, splňující podmínky $\lim\limits_{\substack{t=\tau \\ x \neq x_0}} \mathrm{u}(0, h; x_0, x, t - \tau) = 0$, $\lim\limits_{t=\tau} \int\limits_0^h \mathrm{u}(0, h; x_0, x, t - \tau)\, \mathrm{d}x = 1$. Funkce v závisí na okrajových hodnotách podle známého vzorce

$$\mathrm{v}(x, t) = \int\limits_0^h \mathrm{u}(0, h; x, y, t)\, \psi(y)\, \mathrm{d}y +$$
$$+ \mathrm{A}(0) \int\limits_0^t \varphi_1(\tau) \left(\frac{\partial \mathrm{u}(0, h; x, y, t - \tau)}{\partial y}\right)_{y=0} \mathrm{d}\tau -$$