Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

Josef Novák

Über zweifach erreichbare Punkte und $\mathfrak{P}$-Mengen der gemeinsamen Begrenzung von m $(m > 2)$ ebenen Gebieten

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 64 (1935), No. 6, 179--180

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/123628`

seiner Teile (auch das ganze Potenzprodukt nicht) mit einer der linken Seiten von (1), (2), . . ., (9) übereinstimmt. Eine solche Form soll „Normalform" heißen. Auf Grund von längeren Untersuchungen kommt man zu der Einsicht, daß die Normalform eindeutig ist. Und nun ist klar wieso durch sie das Wortproblem gelöst ist.

Sur la métrisation de l'espace de continus péaniens.

S. Mazurkiewicz, Warszawa.

On définit une métrique complète de l'ensemble de continus péaniens contenus dans un espace péanien donné.

Über zweifach erreichbare Punkte und $\mathfrak{P}$-Mengen der gemeinsamen Begrenzung von m ($m > 2$) ebenen Gebieten.

Josef Novák, Brno.

Eine Menge ist eine $\mathfrak{P}$-Menge von unzerlegbaren Kontinua $K_1, K_2, \ldots, K_p$ ($p \geqq 1$), wenn $\mathfrak{P}$ folgende Eigenschaften hat:

1. Sie ist eine Summe echter Teilmengen von $K_1, K_2, \ldots, K_p$;
2. sie ist ein Semikontinuum;
3. sie ist gesättigt hinsichtlich der Eigenschaften 1. und 2.

Eine Menge ist ein $\mathfrak{K}$-Kontinuum der unzerlegbaren Kontinua $K_1, K_2, \ldots, K_p$, wenn sie eine Summe echter Teilmengen von $K_1, K_2, \ldots, K_p$ und ein Kontinuum ist.

Eine Menge ist von dem Gebiete G erreichbar, wenn sie sich im Gebiete G mit einem Punkte dieses Gebietes durch einen einfachen Bogen verbinden läßt. Eine Menge ist λ-fach erreichbar, wenn sie von λ verschiedenen Gebieten erreichbar ist und sie heißt höchstens λ-fach erreichbar, wenn sie von höchstens λ verschiedenen Gebieten erreichbar ist ($\lambda \geqq 1$).

Sei F eine beschränkte gemeinsame Grenze von m ($m > 2$) ebenen Gebieten. Sei n die Anzahl der Komponenten des Komplements $E_2 - F$ (n ist eine natürliche Zahl oder $\aleph_0$).

Dann gilt der Satz:

Eine unzerlegbare (zerlegbare) Grenze F besitzt höchstens $n - 1$ (n) disjunkte zweifach erreichbare $\mathfrak{K}$-Kontinua der Menge F.

Es gilt eine Verallgemeinerung:

Enthält eine unzerlegbare Grenze F r_λ der höchstens λ-fach erreichbaren disjunkten $\mathfrak{K}$-Kontinua, dann gilt diese Relation:

$$\sum_{\lambda=2}^{n} (\lambda - 1) r_\lambda \leqq n - 1 \qquad (1)$$

und wenn F eine zerlegbare Grenze ist,

$$\sum_{\lambda=2}^{n} (\lambda - 1)\, r_\lambda \leqq n. \tag{2}$$

Ein besonderer Fall eines $\mathfrak{K}$-Kontinuums der Grenze F ist ein Punkt. Der Satz und beide Beziehungen (1) und (2) gelten für die erreichbaren Punkte.

Weil λ-fach erreichbares $\mathfrak{K}$-Kontinuum in einer einzigen $\mathfrak{P}$-Menge der Grenze F enthalten ist, gilt der Satz und auch die Beziehungen (1) und (2) für die $\mathfrak{P}$-Mengen der Grenze F.

Der Satz und die Relation (1) gelten auch für ein begrenztes ebenes unzerlegbares Kontinuum.

Dernières recherches sur l'hypothèse du continu.

Wacław Sierpiński, Warszawa.

Le but de cette Communication est de communiquer quelques résultats concernant l'hypothèse du continu qui ont été trouvés après l'apparition de ma monographie sur ce sujet.[1])

1. Dans une note qui paraîtra dans le t. 24 des Fundamenta Mathematicae j'ai démontré que l'hypothèse du continu H ($2^{\aleph_0} = \aleph_1$) équivaut à la proposition (P) suivante:

(P) L'intervalle $J = [0 \leq x \leq 1]$ est une somme d'ensembles dénombrables disjoints et tels que la somme de toute infinité indénombrable d'entre eux a au moins un point commun avec tout ensemble parfait contenu dans J.

Il en résulte sans peine que l'hypothèse du continu entraîne l'existence d'une décomposition de l'intervalle J en $2^{2^{\aleph_0}}$ ensembles ayant deux à deux un ensemble au plus dénombrable de points communs et ayant chacun au moins un point commun avec tout ensemble parfait contenu dans J. Des tels ensembles sont, comme on sait, de mesure extérieure $= 1$ et de $2^{\text{ème}}$ catégorie dans tout intervalle.

2. En resolvant un problème posé par M. S. Ruziewicz j'ai démontré que l'hypothèse du continu entraîne l'existence d'une décomposition de l'intervalle J en paires disjointes de points, telle que tout ensemble mesurable qui est une somme d'une infinité non dénombrable de ces paires est de mesure $= 1$.

En rapport avec un autre problème de M. Ruziewicz il est ici à remarquer qu'on peut démontrer sans admettre l'hypothèse du continu qu'il existe une décomposition de l'intervalle J en

[1]) Hypothèse du continu, Monografje Matematyczne t. IV, Warszawa 1934.