Stanislaw Krystyn Zaremba

Un théorème général relatif aux équations aux dérivées partielles du second ordre, linéaires et du type hyperbolique

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 64 (1935), No. 6, 173--174

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/123651`

Un théorème général relatif aux équations aux dérivées partielles du second ordre, linéaires et du type hyperbolique.

S. Zaremba, Cracovie.

Considérons l'équation aux dérivées partielles

$$\sum_{i,k=1}^{n} a_{i,k} \frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_k} + 2 \sum_{j=1}^{n} b_j \frac{\partial u}{\partial x_j} + cu + d = 0$$

supposée être du type hyperbolique et dont les coefficients

$$a_{i,k} = a_{k,i},\ b_j,\ c,\ d$$

sont, dans le domaine que l'on envisagera, des fonctions des variables indépendantes $x_1, x_2, \ldots, x_n$, admettant des dérivées partielles continues au moins jusqu'au second ordre inclusivement.

Soit maintenant (D) un domaine situé dans l'espace à n dimensions $x_1, x_2, \ldots, x_n$, (S) une hypersurface caractéristique de l'équation (1) et (L) une hypersurface à $n-2$ dimensions située sur l'hypersurface (S) laquelle sera évidemment à $n-1$ dimensions. Nous admettrons que l'hypersurface caractéristique (S) décompose le domaine (D) en deux domaines (D_1) et (D_2) simplement connexe chacun, qu'elle est courbée continuement à l'intérieur du domaine (D) et que tout point de l'hypersurface (L) est situé à l'intérieur ou sur la frontière du domaine (D). Nous admettrons encore que par tout point de l'hypersurface (S), non situé à l'extérieur du domaine (D), il passe une bicaractéristique de l'équation (1), située sur l'hypersurface (S) et rencontrant l'hypersurface (L) au moins en un point.

Cela posé, désignons par u une fonction des variables x_1, $x_2, \ldots, x_n$ jouissant des propriétés suivantes:

1. Elle est continue dans tout le domaine (D).

2. Elle vérifie l'équation (1) à l'intérieur de chacune des parties (D_1) et (D_2) du domaine (D) sans la vérifier en tous les points situés sur l'hypersurface (S), à l'intérieur du domaine (D).

3. Les dérivées de la fonction u, au moins jusqu'au second ordre inclusivement, considérées à l'intérieur de l'un quelconque des domaines (D_1) ou (D_2), admettent, par rapport à la portion de l'hypersurface (S) qui fait partie de la frontière du domaine considéré, des valeurs périphériques continues.

Les conditions précédentes étant remplies, s'il arrive que les dérivées premières de la fonction u sont continues à la traversée de l'hypersurface (L), elles seront aussi continues à la traversée de l'hypersurface (S) et seront par conséquent continues à l'intérieur de tout le domaine (D).

Faute de place, je renonce à exposer ici la démonstration du théorème précédent; on la trouvera dans un article qui paraîtra prochainement dans le Bulletin international de l'Académie polonaise des Sciences et des Lettres.