Kybernetika

Igor Borisovič Čelpanov; Aleksandr Grigorjevič Koňuchov

Применение метода, свободного от распределений, при обработке резултатов испытаний на надежностъ

Kybernetika, Vol. 12 (1976), No. 6, (462)--467

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/125338

KYBERNETIKA — ТОМ 12 (1976), ВЫПУСК 6

Применение метода, свободного от распределений, при обработке результатов испытаний на надежность

Игорь Борисович Челпанов, Александр Григорьевич Конюхов

Обоснована целесообразность использования порядковых статистик при оценке вероятности безотказной работы технических устройств по экспериментальным данным. Приведены точные и приближенные формулы для оценки вероятности по этому методу и даны статистические таблицы для расчетов.

Перечень использованных символов

t — время,

$t_{(1)}, t_{(n)}, t_{(r)}, t_{(s)}, t_{(i)}$ — первый, n-ый, r-ый, s-ый, i-ый члены вариационного ряда времен безотказной работы испытуемых элементов,

n — количество испытуемых элементов,

$P(A)$ — вероятность события A,

$R(t)$ — вероятность безотказной работы в интервале времени $[0, t]$,

$Q(t)$ — вероятность отказа в интервале времени $[0, t]$,

γ — нижняя оценка вероятности безотказной работы $R(t_{(r)})$,

β — доверительная вероятность события $R(t_{(\cdot)}) \geqq \gamma$,

$I_\gamma(x, y)$ — неполная бета-функция.

1. При определении по эксперементальным данным основной характеристики надежности — вероятности безотказной работы как функции времени — в подавляющем большинстве случаев используют стандартные аналитические аппроксимации — законы надежности. Чаще всего находят применение экспоненциальный закон, закон Вейбула, нормальный закон. Нередко вид закона постулируется, исходя из общих качественных представлений о механизме отказов, при этом представление о виде закона фуксируются в технических заданиях в виде утверждения (например, „закон надежности принять экспоненциальным").

Распространен способ определения закона надежности на основе аппроксимации ступенчатой гистограммы непрепывной кривой из заданного набора. При этом вид закона часто определяется „на глаз", по примерному соответствию, а параметры закона расчитываются из условий наилучшего приближения, например, по методу наименьших квадратов.

Видимость полной объективности дает следующая формальная процедура: выдвижение (одновременное или последовательное) гипотез о законе распределения, проверка гипотез по стандартным критериям, заканчивающаяся выбором конкретного закона, определение параметров. Такая процедура рекомендуется в большинстве монографий и пособий [1], [2], [3]. Отношение к формальным процедурам такого рода должно зависеть от того, для какой цели будут использоваться результаты. Они безусловно оправданы для компактного качественного описания экспериментальных данных, для получения средних характеристик типа среднего времени безотказной работы и дисперсии (эти характеристики определяются и без гипотезы о законе распределения). Однако, основной целью процедур ставится получение экстраполяционных формул, а именно, приближенного определения значений вероятности безотказной работы при малых интервалах времени, на которых вероятность отказа весьма мала (например, 10^{-2}, 10^{-3}, 10^{-4}). Обычно объем эксперементальных данных весьма ограничен, экстраполяция является в этом случае средством получения какой-либо информации о надежности до момента первого отказа для совокупности испытуемых объектов.

2. Получение по экспериментальным данным достоверных сведений о надежности, когда вероятность отказа весьма мала, представляет собой серьезную проблему по многим причинам. Во-первых, в отношении редких отказов, происходящих на интервалах времени, значительно меньших среднего времени безотказной работы, обычно сомнительна гипотеза о статистической устойчивости надежностных характеристик и о применимости вероятностных представлений. Во-вторых, если даже статистическая устойчивость с достаточной точностью имеет место, ни один из стандартных законов надежности может не подходить для хорошего описания одновременно как центральной части, так и „хвостов" распредепений. В частности, на начальном интервале редкие отказы могут быть связаны с совсем иными физическими причинами, чем на больших интервалах времени. В связи с этим, а также другими менее важными обстоятельствами, экстраполяция законов надежности на малые интервалы времени по существу эквивалентна выдвижению гипотез, для принятия или отклонения которых недостаточно данных.

В тех случаях, когда нет достоверных представлений о виде законов надежности, естественно использовать так называемые процедуры свбободные от

ТАБЛИЦА 1

r	β \ γ	0,999	0,990	0,980	0,950	0,900	0,800	0,600	0,500
1	0,999	6 905	688	342	135	66	32	14	10
	0,990	4 603	459	228	90	44	21	10	7
	0,980	3 911	390	194	77	38	17	8	6
	0,950	2 995	299	149	59	29	14	6	5
	0,900	2 302	230	114	45	22	11	5	4
	0,800	1 609	161	80	32	16	8	4	3
	0,600	916	92	46	18	9	5	2	2
	0,500	693	69	35	14	7	4	2	1
2	0,999	9 230	920	458	181	89	42	19	14
	0,990	6 636	662	330	130	64	31	14	11
	0,980	5 832	582	290	115	56	27	13	10
	0,950	4 742	473	236	94	46	22	10	8
	0,900	3 889	388	193	77	38	18	9	7
	0,800	2 994	299	149	59	29	14	7	5
	0,600	2 022	202	101	40	20	10	5	4
	0,500	1 679	168	84	34	17	9	4	3
3	0,999	11 225	1 119	557	220	108	52	24	18
	0,990	8 403	838	418	165	81	39	18	14
	0,980	7 514	749	374	148	74	35	16	12
	0,950	6 294	628	313	124	61	30	14	11
	0,900	5 321	531	265	105	52	25	12	9
	0,800	4 278	427	213	85	42	21	10	8
	0,600	3 105	311	155	62	31	16	8	6
	0,500	2 674	268	134	55	27	14	7	5
4	0,999	14 789	1 475	735	291	143	69	32	24
	0,990	11 601	1 157	577	229	113	55	25	19
	0,980	10 578	1 055	526	209	103	50	23	18
	0,950	9 151	913	456	181	89	44	21	16
	0,900	7 992	798	398	158	78	38	18	14
	0,800	6 720	671	335	134	66	33	16	12
	0,600	5 237	524	262	105	57	28	13	10
	0,500	4 506	458	238	96	49	24	12	9

распределений, разработанные в соответствующих разделах математической статистики [4], характерных тем, что для них вопрос о виде закона распределения случайной величены не возникает ни в начале (гипотезы о виде закона невыдвигаются) ни в конце. Для задач надежности более всего подходит построение свободных от распределения толерантных интервалов. Основываясь на результатах Уилкса [5] и Роббинса [6] и используя трактовку этих вопросов, данную в [7], изложим процедуру построения толерантных интервалов применительно к задачам надежности. Пусть испытываются на надежность n элементов от момента $t = 0$ без ограничения времени до отказа последнего. Моменты отказов $t_{(1)}, \ldots, t_{(n)}$ записываются впорядке возрастания и образуют вариационный ряд (в соответствии с традицией индексы в скобках означают, что они относятся к членам упорядоченной последовательности). Интервал $(t_{(r)}, t_{(s)})$ между r-м членом и s-м членом последовательности (то есть между моментами r-го и s-го отказов) представляет собой толерантный интервал, обладающий следующим свойством:

$$P\{[Q(t_{(s)}) - Q(t_{(r)})] \geqq \gamma\} = \beta \,, \tag{1}$$

где: $Q(t)$ — вероятность отказа элемента, $\beta < 1$ и $\gamma < 1$ — постоянные величины, имеющие смысл вероятностей. Показано [7], что пять величин n, r, s, β, γ связаны одним соотношением:

$$I_\gamma(s - r, n - s + r + 1) = 1 - \beta \tag{2}$$

где $I_\gamma(x, y)$ — неполная бета-функция.

Смысл соотношения (1) заключается в следующем: толерантный интервал $(t_{(r)}, t_{(s)})$ покрывает интервал, в котором вероятность отказа измняется не менее, чем на заданную величину γ с вероятностью β. Таким образом, в определение входят две вероятности: первая (γ) представляет собой оцениваемую величины (вероятность отказа), а вторая (β) — уровень доверия.

В большинстве приложений строятся симметричные толерантные интервалы, для них в [7] приводятся приближенные формулы. Для задач надежности найбольший интерес представляют односторонние доверительные интервалы. В этом случае принимается условно $s = n + 1$, так что $Q(t_{(n+1)}) = 1$. Тогда основное условие (1) записывается в форме:

$$P\{[1 - Q(t_{(r)})] \geqq \gamma\} = P[R(t_{(r)}) \geqq \gamma] = \beta \,. \tag{3}$$

Этим самым вероятность отказа при $t = t_{(r)}$ оценивается снизу. Отметим, что соотношение (2) не зависит от гипотез о законе надежности, то есть процедура действительно является свободной от распределений.

3. В основном соотношении (3) обычно задают β, γ и r и находят значения n, при котором обеспечиваются требуемые значения вероятностей. Вывор значений γ задается исходными требованиями, β обычно задается близким к γ. В отношении выбора значений r нужно принимать во внимание несколько обстоятельств. С одной стороны, для уменьшения числа n целесообразно брать r возможно меньше, а именно $r = 1$, то есть оценивать надежность по первому отказу. С другой стороны, первые отказы могут быть вызваны „нетипичными“ факторами, не обладающими статистической устойчивостью, характерными для этапов, когда технология достаточно не установилась. Учитывая это, следует рекомендовать брать значения r не слишком малыми, это повысит устойчивость, надежность определения характеристик.

Для расчетов можно использовать следующую точную формулу:

$$1 - \beta = \gamma^{n-r+1} \sum_{j=0}^{r-1} C_n^j (1 - \gamma)^j \gamma^{r-1-j} . \tag{4}$$

Для больших n и малых r расчет целесообразно проводить на основе приближенного соотношения

$$1 - \beta \approx C_n^{r-1} (1 - \gamma)^{r-1} \gamma^{n-r+1} , \tag{5}$$

которое, например, при $r = 1$ может быть явно решено относительно n:

$$n = \frac{\ln (1 - \beta)}{\ln \gamma} . \tag{6}$$

Результаты расчетов на основании соотношения (4) приведены в таб. 1. Эти результаты дают большие потребные значения n. Так, при $\gamma = \beta = 0{,}95$ при $r = 1$ получается $n = 59$, при $r = 2$ $n = 94$. Обычно используемые процедуры с проверкой гипотез о распределении и последующим построением доверительных вероятностей как будто дают гораздо лучшие результаты.

Однако, получающиеся большие значения n при методе, свободном от распределений, не следует рассматривать как недостаток метода, это является прямым следствием непринятия непроверяемых гипотез (используется только гипотеза о статистической устойчивости). Поэтому методы, свободные от распределений, дают действительно объективные оценки достижимой точности и достоверности получения надежностных характеристик.

Отметим одно принципиальное обстоятельство. Если n фиксировано и числу r задаются последовательные значения, то при имеющихся результатах испытаний получаются значения вероятности безотказной работы в дискретные моменты времени $t_{(i)}$. Интерполяция полученных значений, строго говоря, выводит процедуры из класса свободных от распределений, однако, не может привести к грубым ошибкам. Полный интервал $(t_{(1)}, t_{(n)})$, на котором получаются интервальные оценки, определяется моментами первого и последнего отказов. Экстраполяция за пределы этого интервала, которая могла представиться желательной из общих соображений, привела бы по существу к тем же необоснованным переходам, что и при использовании традиционных методов.

(Поступило в редакцию 7 января 1976.)

[1] Б. С. Сотсков: Основы теории и расчета надежности элементов и устройств автоматики и вычислительной техники. Высшая школа, Москва 1970.

[2] Г. Е. Хан, С. С. Шапиро: Статистические модели в инженерных задачах. (Перевод с английского) Мир, Москва 1969.

[3] Сборник задач по теории надежности. Под ред. А. М. Половко, И. М. Маликова. Советское радио, Москва 1972.

[4] D. A. Fraser: Nonparametric tolerance regions. Ann. Math. Stat. *24* (1953), 44—55.

[5] S. S. Wilks: Determination of sample sizes for setting tolerance limits. Ann. Math. Statist. *12* (1941), 91.

[6] H. Robbins: On distribution free tolerance limits in random sampling. Ann. Math. Statist. *15* (1944), 214.

[7] М. Дж. Кендалл, А. Стьюарт: Статистические выводы и связи. (Перевод с английского) Наука, Москва 1973.

Профессор Игорь Борисович Челпанов, доктор техн. наук, инженер Александр Григорьевич Конюхов, Ленинградский политехнический институт им. М. И. Калинина, 195 064 Ленинград, Политехническая 29. СССР. (машиностроительный факультет ВТУ).