Ladislav Mišík

Recenzie

*Matematický časopis*, Vol. 24 (1974), No. 2, 187--189

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/126606

# RECENZIE

Roman Sikorski: DIFERENCIÁLNÍ A INTEGRÁLNÍ POČET, FUNKCE VÍCE PROMĚNNÝCH, Academia, Praha 1973, strán 495.

Kniha je prekladom druhého vydania knihy „Rachunek różniczkowy i całkowy, Funkcje wielu zmiennych" známeho profesora varšavskej univerzity Romana Sikorskeho. Kniha je schválená Ministerstvom školstva ako príručka pre vysoké školy univerzitného smeru. Látka knihy je rozčlenená do desiatich kapitol, z ktorých prvé tri sú pomocného charakteru.

Prvá kapitola obsahuje základné množinové pojmy, operácie s množinami, niektoré vzťahy z množinovej algebry, pojem zobrazenia a s tým súvisiace jednoduché pojmy, ako napr. obraz a vzor množiny, stať o množine reálnych čísel doplnenej o $-\infty$ a $\infty$, operácie s funkciami, kartézske súčiny a spočítateľné množiny.

Druhá kapitola je venovaná lineárnej algebre. V nej sa začína úvahou o bodoch a vektoroch v euklidovskom $k$-rozmernom priestore $E^k$, o operáciách s nimi a o lineárnej nezávislosti vektorov. Výklad pokračuje nadrovinami v $E^k$, rovnobežnosťou a kolmosťou vektorov k nadrovinám a pojmami intervalov v $E^k$. Za tým nasleduje definícia viacindexovej matice a operácií s maticami — súčin čísla a matice, súčet matíc, skalárny súčin matíc, tenzorový súčin matíc. Ďalej sa hovorí o dvojindexových maticiach, o matici inverznej a transponovanej, o Gramovej matici a Gramovom determinante a o formách vyšších stupňov. Kapitola končí troma článkami o antisymetrických formách, antisymetrických maticiach a multivektoroch.

Tretia kapitola „Základné topologické pojmy" je venovaná topologickým pojmom v metrickom priestore. Začína sa definíciou metrického priestoru, otázkami konvergencie v metrickom priestore a s tým súvisiacim pojmom úplneho metrického priestoru. Potom sa prechádza na pojmy otvorených a uzavretých množín a na relatívnu topológiu na podmnožinách metrického priestoru. Kompaktné množiny sa definujú ako tie podmnožiny metrického priestoru, u ktorých z kazdej postupnosti bodov z tej množiny možno vybrať konvergentnú postupnosť a dokazuje sa platnosť Heineho—Borelovej vety pre kompaktné množiny. Potom sa zameriava výklad na otázky súvisiace s funkciami definovanými na metrických priestoroch s hodnotami v metrických priestoroch. Hovorí sa o spojitých zobrazeniach, o bodovej a rovnomernej konvergencii postupností zobrazení a o homeomorfných zobrazeniach. Kapitola končí článkom o súvislých množinách.

Štvrtá kapitola je venovaná diferenciálnemu počtu reálnych funkcií $k$ premenných. Začína sa definíciou derivácie v smere vektora. Parciálne derivácie sa dostávajú ako špeciálny prípad derivácií v smere jednotkových vektorov súradnicových osí. Ďalej sa udávajú podmienky, za ktorých derivácia v smere vektora je lineárnym funkcionálom vektora a zavádzajú sa pojmy diferenciálu funkcie a triedy $C_1$ funkcií. Potom nasledujú definície derivácii vyšších rádov, triedy $C_m$ funkcií spojite diferencovateľných do rádu $m (m > 1)$. Odvodzuje sa Taylorov vzorec a udávajú sa podmienky pre extrémy funkcie.

V piatej kapitole sa preberajú zobrazenia. Najprv sa hovorí o deriváciách a vyšších deriváciách, o jakobiáne zobrazenia a o derivácii zloženého zobrazenia. Za tým nasledujú vety o tzv. implicitných funkciách. Autor nehovorí o implicitných funkciách, formuluje problém len ako otázku existencie a diferenciálnych vlastností riešenia systému rovníc. Ďalej sa vyšetrujú vlastnosti difeomorfizmov, t. j. regulárnych a homeomorfných zobrazení otvorených množín v $E^k$ do priestoru $E^l$. Pod $k$-rozmernou nadplochou v $E^l(k \leqq l)$ sa rozumie taká podmnožina $H$ v $E$, ktorej každý bod má okolie v $H$, ktoré je difeomorfné s otvorenou podmnožinou priestoru $E^k$. Jeden článok je venovaný vyšetrovaniu diferenciálnych a geometrických vlastností nadplôch a kapitola končí článkom týkajúcim sa extrémov funkcií na nadplochách.

Šiesta kapitola obsahuje základné pojmy z teórie miery a špeciálne $k$-rozmernú Lebesgueovu mieru v $E^k$. Výklad sa začína množinovými algebrami, špeciálne sa hovorí o $\sigma$-algebre borelovských množín v $E^k$ a pokračuje sa definíciou miery a jej vlastnosťami. Potom sa definujú lebesgueovsky merateľné množiny, a to pomocou merateľnosti v zmysle Caratheodoryho z vonkajšej miery odvodenej z objemu intervalov. Nakoniec sa dáva charakterizácia lebesgueovsky merateľných množín pomocou otvorených a uzavretých množín, resp. pomocou množín typu $G_\delta$ a $F_\sigma$.

Siedma kapitola obsahuje integrál podľa miery. Definuje sa najprv pojem meratelnej funkcie a vyšetruje sa systém všetkých merateľných funkcií. Potom sa zavádza integral na merateľnej množine z nezáporných jednoduchých merateľných funkcií, t. j. z konečných merateľných funkcií nadobúdajúcich len konečne mnoho nezaporných hodnôt. Pomocou monotónnych postupností nezáporných jednoduchých merateľných funkcií rozširuje sa integrál na merateľnej množine prirodzeným spôsobom na triedu nezáporných merateľných funkcií. Merateľná funkcia sa nazýva integrovatelnou na merateľnej množine $A$, ak bud jej nezáporná časť alebo jej nekladná čast majú konečný integrál na množine $A$. Po uvedení základných vlastností integrálu na merateľnej množine končí kapitola článkom venovaným vetám o limitných prechodoch za znakom integrálu. Sú to: veta o monotónnom prechode, Fatuova lema, Lebesgueova veta o majorizovanom limitnom prechode a veta o rovnomernom limitnom prechode.

Ôsma kapitola sa týka Lebesgueovho integrálu v euklidovských priestoroch. Ťažisko celej kapitoly je v dvoch vetách, vo Fubiniho vete a vo vete o substitúcii. Okrem toho sa tu nachádza geometrický význam Lebesgueovho integrálu v $E^k$, aplikácia Fubiniho vety na prípad, kedy možno integrál počítať pomocou integrácií cez intervaly. aplikácia vety o substitúcii na prípad sférických súradníc, konvolúcia funkcií a nevlastný integrál funkcie jednej reálnej premennej.

Deviata kapitola je venovaná integrácii na nadplochách a na telesách. Práve na tejto kapitole sa najviac prejavuje netradičný prístup autora v spracovaní. Autor tu uvádza niektoré základné pojmy algebraickej topológie, pravda spôsobom, ktorý je vhodný pre jeho účely. Prvý článok obsahuje vetu o existencii $k$-rozmernej Lebesgueovej miery na $k$-rozmerných nadplochách v $E^l$ a integráciu podľa nej na merateľných podmnožinách týchto nadplôch. Nasledujúci článok hovorí o funkciách a zobrazeniach triedy $C_m$ na uzavretých intervaloch. Potom sa v niekoľkých článkoch hovorí o bunkách, telesách a reťazcoch a o integrácii na telesách, pričom krivkový integrál je integrál na jednorozmerných telesách a plošný integrál je zasa integrálom na dvojrozmernom telese. Ťažisko tejto kapitoly sa nachádza v ďalších článkoch hovoriacich o integráloch na reťazcoch a orientovaných telesách, o diferenciálnych formách, o vonkajšej derivácii, o Stokesovej vete, o Gaussovej-Ostrogradského vete, o Greenovom vzorci a o nezávislosti krivkového integrálu od integračnej cesty.

Posledná (desiata) kapitola je písaná so zameraním doplniť v niektorých smeroch výklad predchádzajúcich kapitol. Tieto doplnenia sú veľmi stručné a majú čitateľovi ukázať ďalšiu problematiku súvisiacu s látkou knihy. Tak sa tu hovorí o lineárnych priestoroch, o Banachových priestoroch, o diferencovateľnosti v Banachových priestoroch, o integrácii funkcií s hodnotami v Banachových priestoroch, o Lebesgueovom-Stieltjesovom integráli, o Bettiho grupe telesa a otvorenej množiny, o de Rhamovej vete vyjadrujúcej tvar reálnej lineárnej funkcie definovanej na Bettiho grupe otvorenej množiny a o diferencovateľných varietách.

Recenzovaná kniha vyšla v Poľsku v dvoch vydaniach a pripravuje sa jej tretie vydanie. Okrem toho vyšla aj v anglickom jazyku. Kniha je písaná netradičným spôsobom, autor používa označenia a pomenovania v minulosti používané len pre lepšiu orientáciu čitateľa a tieto časti sú v knihe označené svislou čiarou po vonkajšej strane textu. Kniha je po pedagogickej stránke písaná veľmi pekne, autor nezachádza do zbytočných podrobností a z pomocných vecí uvádza len to, čo k výkladu diferenciálneho a integrálneho počtu funkcií viac premenných potrebuje. Čitateľ si má možnosť precvičiť látku na úlohách, ktoré sú uvedené k jednotlivým častiam knihy. Kniha R. Sikorského je veľmi vhodná pre poslucháčov matematiky a teoretickej fyziky a v mnohom dopĺňa knihy V. Jarníka *Diferenciální počet II* a *Integrální počet II*. Pravda, kniha môže byť užitočná aj vedeckým pracovníkom zajímajúcim sa o aplikácie matematiky. Preklad knihy urobil doc. dr. I. Černý, CSc. veľmi starostlivo a pekne. Aj celková úprava knihy je veľmi dobrá.

*Ladislav Mišík*