Milan Hejný; Mária Sabolová

Príklad vzťahu teoretickej a aplikačnej hladiny vo vyučovaní matematiky na VŠT

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 35 (1990), No. 4, 219--226

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/137827

PRÍKLAD VZŤAHU TEORETICKEJ A APLIKAČNEJ HLADINY VO VYUČOVANÍ MATEMATIKY NA VŠT

Milan Hejný, Mária Sabolová, Bratislava

V poslednej dobe prichádzajú do popredia vysokoškolskej metodiky problémy, ktoré riešia vzťah teoretického vzdelania a jeho aplikácie. Polarita uvedených zložiek sa premieta do mnohých oblastí nášho života. Azda najvypuklejšie sa dotýka organizácie a mechanizmu procesu výskum – vývoj – výroba. Ukazuje sa, že tradičné chápanie tohto procesu, ako postupnosti troch izolovaných činností, z ktorých nasledujúca začína svoju prácu až vtedy, keď predchádzajúca bola úplne zavŕšená, je už prekonané. Spoločenská potreba naliehavo žiada energické skrátenie procesu V-V-V. Predovšetkým treba začať na uvedený proces nazerať ako na spojitý dej, v ktorom sa vzájomne prelínajú tri jeho zložky, koordinované v práci jediným spoločným cieľom.

Rýchlosť, s akou sa kvalitatívne vyššiu organizáciu procesu V-V-V podarí uviesť do života, závisí predovšetkým od toho, ako rýchlo sa nové názory udomácnia vo vedomí ľudí, ktorí túto prácu zaisťujú. To je úloha, ktorá sa bezprostredne dotýka metodiky a metodológie prípravy našej technickej inteligencie. Osobitne nástojčivo sa uvedené požiadavky dotýkajú vyučovania matematiky ako reprezentanta teoretického myslenia budúceho inžiniera.

Ak v minulosti malo vyučovanie matematiky na vysokých školách technického smeru funkciu pripraviť študenta na aplikáciu určitých matematických procedúr v technických oboroch, tak súčasné požiadavky zdôrazňujú potrebu tvorivého využívania matematiky pri modelovaní technických situácií a javov. Inak povedané, požiadavka „vedieť matematiku aplikovať" sa nemôže zužovať len na schopnosť vedieť riešiť konkrétne príklady, ale obsahuje v sebe aj schopnosť formalizovať a pomocou rozpracovaných matematických teórií modelovať nové problémy techniky.

Uvedené požiadavky sa zrejme odrazia aj v zmene vyučovania matematiky, predovšetkým na VŠT. Nazdávame sa, že bude treba

– zblížiť matematiku s technickými disciplínami, a to nielen na úrovni obsahu, ale predovšetkým v metodologickom nasmerovaní,

– orientovať pojmotvorný proces tak, aby sa v matematických termínoch premietali pojmy technických disciplín,

– zmenšiť rozdiel medzi výukou kalkulatívnych techník a teoretických štruktúr.

Posledná z uvedených myšlienok je cieľom nášho ďalšieho skúmania. Najprv sa pokúsime osvetliť, čo rozumieme pod polaritou kalkulatívne techniky versus teoretické štruktúry. Potom podrobnejšie opíšeme naše experimenty.

Základom ľudských znalostí sú životné skúsenosti. Ich evidenciou, porovnávaním, triedením a zovšeobecňovaním dochádzame k abstraktným pojmom a všeobecným zákonitostiam, t. j. k teoretickému pozna-

Doc. RNDr. Milan Hejný, CSc. (1936), pôsobí ako docent matematiky na MFF UK, Mlynská dolina, 842 15 Bratislava.

PhDr. Mária Sabolová (1941) pôsobí na Elektrotechnickej fakulte SVŠT, Mlynská dolina, 812 29 Bratislava.

niu. Snaha o čo najpresnejšie vymedzenie jednotlivých myšlienok a čo najdôkladnejšie ich logické skĺbenie vedie k axiomatickému budovaniu disciplíny. Tak dochádzame k presnému, abstraktnému poznaniu, ktoré v sebe obsahuje nielen všetky pôvodné skúsenosti, ale potenciálne odpovedá aj na množstvo ďalších otázok, ktoré môže prax položiť. Teória je teda mocný nástroj, umožňujúci tomu, kto ho ovláda, riešiť nepomerne viac a zložitejších úloh, ako je schopný riešiť človek, ktorý si iba na úrovni empírie osvojil techniky riešenia úloh určitého typu. Treba však dodať, že k úspešnej aplikácii teórie nestačí iba jej znalosť. Treba poznať aj metódy aplikácie. Treba vedieť, ktorý termín a ktorá veta teórie odrážajú tú či inú konkrétnu situáciu reality. Len vtedy môže byť použitie teórie úspešné.

Tradičná metodika výučby matematiky na VŠT vychádza zo zámeru rozdeliť vzdelávanie do dvoch prúdov: teoretického (tomu je venovaná prednáška) a prakticky kalkulatívneho (tomu je venované cvičenie). Cieľom prednášky je ukázať poslucháčom presnú výstavbu disciplíny a prispieť takto nielen k rozvoju ich faktografických znalostí, ale aj k rozvoju ich logického a teoretického myslenia. Cieľom cvičenia potom je ukázať, ako možno teoretické znalosti využiť na riešenie jednotlivých úloh.

Domnievame sa, že opísaná metodika neplní svoj zámer tak, ako by sa žiadalo. Teoretické znalosti poslucháčov sú zaťažené formalizmom a kalkulatívne techniky, preberané na cvičeniach, nie sú chápané ako dôsledok teoretických myšlienok, ale ako ich dodatočné objasnenia, alebo dokonca iba ako izolovane stojace návody. Príčinu negatívneho javu vidíme jednak v neustálom znižovaní počtu hodín matematiky na VŠT, čím sa učitelia dostávajú do časovej tiesne, jednak v nerešpektovaní poznávacieho mechanizmu. Podobne ako vo vývoji spoločnosti aj pri učení sa indivídua je možné teoretické poznanie budovať iba na báze už existujúcich bohatých a pestrých osobných skúseností. Bez skúsenostného spektra nemôže poslucháč prijať teoretické myšlienky za vlastné, nemôže ich, povedané piagetovsky, interiorizovať. Aj keď sa jednotlivé definície, vety a dôkazy naučí, budú tieto údaje v jeho vedomí uchované viac pamäťovo ako štrukturálne. Za takých okolností potom jednotlivé kalkulatívne techniky nebudú napojené na znalosti teórie, ale ostanú len na úrovni návodov.

Doteraz sme hovorili o vyučovaní matematiky na VŠT. V ďalšom ukážeme, že naše úvahy majú širšiu platnosť. Podľa nášho názoru sa deformácie v poznávacom mechanizme vyskytujú na všetkých stupňoch i typoch škôl. Máme tu na mysli takú koncepciu výučby, v ktorej sa namiesto postupného a premysleného rozširovania študentových skúseností demonštruje hneď presne definovaný termín a presne formulovaná veta. Namiesto intelekčnej študentovej činnosti, jeho snahy o formulovanie a riešenie problémov, sa zdôrazňujú presné teoretické znalosti (v skutočnosti však presné verbálne reprodukcie definícií a viet) a rýchle počtárske zručnosti.

Neradostný obraz, ktorý sme tu vysvetlili, nemožno však paušalizovať. Nechceme odhadovať, na aké percento študentov sa to vzťahuje. To konečne nie je našou úlohou. Chceme iba poukázať na problémy, ktoré by sa mali podľa nášho názoru začať analyzovať. Nazdávame sa, že také analýzy by určite ukázali viacero príčin, ležiacich celkom mimo rámca výučby matematiky: viaceré preplnené triedy na ZŠ, prehustenosť osnov azda všetkých predmetov na všetkých školách, preťaženosť žiakov aj učiteľov, malý priestor pre individualitu učiteľa, atď. My sa však chceme zamerať iba na tie príčiny, ktorých korekcie sú v kompetencii učiteľov matematiky: na disharmóniu teoretického a kalkulatívneho trendu vo vyučovaní matematiky. Pretože podkladom nášho štúdia boli experimenty, uskutočnené v rokoch 1985–87 s poslucháčmi prvého ročníka EF SVŠT v Bratislave, obmedzíme sa v ďalšom iba na túto oblasť. Je pravdepodobné, že niektoré naše závery bude možné zovšeobecniť.

Cieľom nášho výskumu bolo na konkrétnom príklade analyzovať tú časť sémantickej siete poslucháča, v ktorej dochádza k prelínaniu alebo k separácii teoretických a kalkulatívnych znalostí. Za základný pojem, ktorého uloženie v dvoch abstrakčných hladinách sme chceli preskúmať, bol vybratý pojem funkcie. Jednak je to ústredný pojem matematickej analýzy, jednak je veľmi vhodný pre naše skúmanie. Možno na ňom veľmi presne opísať obidve abstrakčné hladiny. Na úrovni teórie je pojem funkcia spájaný s pojmami – definičný obor, obor hodnôt, skladanie funkcií, inverzná funkcia, spojitosť atď. Na konkrétnej úrovni je pojem funkcie reprezentovaný elementárnymi funkciami ako sú polynómy, goniometrické, logaritmické funkcie a ďalej činnosťami, ktoré na týchto funkciách uskutočňujeme – zostrojovanie grafu, hľadanie definičného oboru, oboru hodnôt, hľadanie oblasti monotónnosti atď. Konfrontáciu obidvoch úrovní môžeme získať úlohami, v ktorých sa miešajú konkrétne techniky s abstraktným zápisom a slovníkom. Pre testovanie študentov bola zvolená nasledujúca situácia:
Daná je funkcia f, ktorá je určená svojím grafom. Úlohou študenta je nakresliť grafy funkcií, ktoré z f vytvoríme skladaniami s inými danými jednoduchými funkciami.

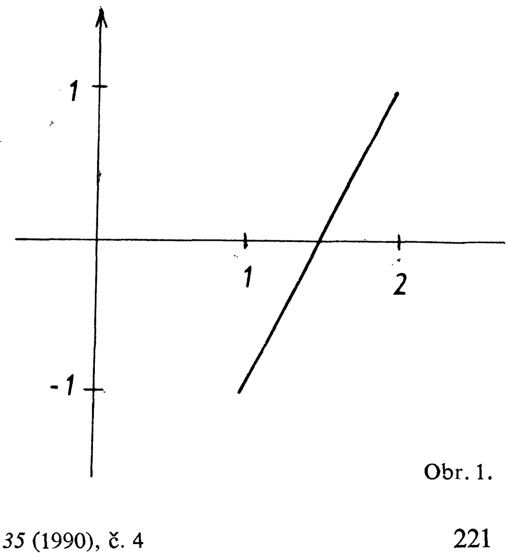
Študenti, ktorí tieto testy písali, mali dané učivo prednášané a cvičené v podstate podľa učebnice [7]. Podľa tejto učebnice zobrazenie $f\colon A \to B$ je pravidlo, ktoré každému $x \in A$ priradí práve jeden prvok $f(x) \in B$. Grafom funkcie f je množina $\{(x, f(x)) \in A \times B;\, x \in A\}$ a zloženie $g \circ f$ funkcie f s funkciou $g\colon C \to D$ je definované, práve keď $B = C$; vtedy je funkcia $g \circ f\colon A \to D$ definovaná predpisom $(g \circ f)(x) = g(f(x))\ \forall x \in A$.

Testy I, II, III uvádzame nižšie. Pritom test I sme skúšali na vzorke 47 poslucháčov. Na základe jeho vyhodnotenia sme vytvorili testy II a III ako dve alternatívy k presnejšiemu prevereniu našej hypotézy.

Test I:

Na obrázku (obr. 1.) je načrtnutý graf funkcie $y = f(x)$, $D(f) = \langle 1, 2 \rangle$. Nakreslite na osobitné obrázky grafy funkcií:

$f_1(x) = -f(x)$, $f_2(x) = f(x - 1)$, $f_3(x) = f(-x)$, $f_4(x) = |f(x)|$, $f_5(x) =$



Obr. 1.

$= f(|x|)$, $f_7(x) = |f(|x|)|$, $f_8(x) = = |f(-x)|$.

Test II:

Na obrázku (obr. 1.) je načrtnutý graf funkcie $y = f(x)$, $D(f) = \langle 1, 2 \rangle$. Nakreslite na osobitné obrázky grafy funkcií:

$f_1(x) = -f(x)$, $f_2(x) = f(x - 1)$, $f_3(x) = f(-x)$, $f_4(x) = |f(x)|$, $f_5(x) = = f(|x|), f_6(x) = f(x) - 1$.

Test III:

Na obrázku (obr. 1.) je načrtnutý graf funkcie $y = f(x)$, $D(f) = \langle 1, 2 \rangle$. Ďalej sú dané tri funkcie: $g_1(x) = -x$, $g_2(x) = = x - 1$, $g_3(x) = |x|$. Nakreslite grafy funkcií a určete ich definičné obory!

$f_1 = g_1 \circ f$, $f_2 = f \circ g_2$, $f_3 = f \circ g_1$, $f_4 = g_3 \circ f$, $f_5 = f \circ g_3$, $f_6 = g_2 \circ f$.

Poznámka: Za definičné obory a koobory funkcií g_1, g_2, g_3 zvoľte maximálnu množinu takú, aby funkcie f_1 až f_6 existovali!

Realizácia testov II. a III.

Testy boli uskutočnené v dvoch skupinách na cvičeniach v I. ročníku EF SVŠT bezprostredne po precvičení tematického celku funkcia (pojem funkcie a jej základné vlastnosti, zložená funkcia). V každej skupine bolo 22 poslucháčov a doba trvania testu bola 30 minút.

Pri analyzovaní výsledkov testu I. sme došli k dvom záverom, z ktorých vyplynuli konštrukcie testov II. a III. V teste I. sa predovšetkým ukázalo, že funkcie f_5, f_7, f_8 majú zhlukové chovanie. Študent, ktorý odpovedal správne na jednu z nich, odpovedal správne na všetky. Študent, ktorý pri jednej urobil istú chybu, urobil rovnakú aj pri ďalších dvoch. Preto sme funkcie f_7, f_8 z ďalšieho testu vypustili. Naopak, pestrá paleta chýb pri funkcii $f_2 = f \circ g_2$ nás doviedla k myšlienke zaradiť medzi testovacie funkcie aj k nej „duálnu" funkciu $f_6 = g_2 \circ f$.

Druhý záver testu I. sa týkal myšlienky skladania funkcií. Hoci všetkých 7 skúmaných funkcií malo charakter $f \circ g$, resp. $g \circ f$, kde g je jednoduchá funkcia, ani jeden zo 47 testovaných študentov tento postup nevyužil. To nás viedlo k myšlienke uskutočniť druhé testovanie v dvoch alternatívnych variantách. K variantu II, ktorý je iba opísanou modifikáciou variantu I, sme pridali variant III, v ktorom skúmané funkcie $f_1 - f_6$ sú explicitne vypísané ako funkcie zložené. Výsledky ukázali, že dvojica testov II, III dala skutočne bohaté informácie o študovanom probléme.

V textácii testu III je nedôslednosť. Nie je pravda, že funkcie g_1, g_2, g_3 sú dané. Dané sú iba predpisy g_1, g_2, g_3 a funkciami sa stávajú, až keď v kontexte s funkciou f vytvárajú príslušnú funkciu f_i podľa uvedenej poznámky. Tak pre f_1 je g_1: $\langle -1, +1 \rangle \to R$, pre f_2 je g_2: $\langle 2, 3 \rangle \to \to \langle 1, 2 \rangle$, pre f_3 je g_1: $\langle -2, -1 \rangle \to \to \langle 1, 2 \rangle$, pre f_4 je g_3: $\langle -1, 1 \rangle \to R$, pre f_5 je g_3: $\langle -2, -1 \rangle \cup \langle 1, 2 \rangle \to \langle 1, 2 \rangle$ a pre f_6 je g_2: $\langle -1, 1 \rangle \to R$. Uvedená nedôslednosť nemala na výskum žiadny vplyv.

Spôsob hodnotenia riešení študentov

Hodnotenie uskutočníme v troch etapách. Najprv si všimnime stratégiu, ktorú študent pri riešení zvolil. Potom preskúmame špecifické vlastnosti jednotlivých stratégií. Nakoniec tabuľkovým vyhodnotením poukážeme na dominantné zákonitosti, ktoré sme výskumom zistili, s návrhom konkrétneho aplikačného výstupu.

Stratégia riešenia

Nakoľko ide o neštandardnú úlohu, bol riešiteľ hneď na začiatku práce nútený pochopiť, čo sa od neho vyžaduje a zvoliť spôsob, ktorým bude postupovať. V podstate všetci študenti pochopili, že treba hľadať grafy funkcií. Súčasne však asi tretina nepochopila, že treba hľadať aj definičný obor. V teste II to nepochopili siedmi študenti (z 22) a v teste III (hoci sa to výslovne uvádza) šiesti študenti. Rozborom študentských riešení sme našli tri typy stratégií. Nazveme ich obrázková, kalkulatívna a teoretická.

Obrázková stratégia je založená na predstave funkcie pomocou jej grafu a na transformácii funkcie, prevedenej na transformáciu grafu. Tak napr. graf funkcie f_1 je možné vytvoriť osovou súmernosťou grafu funkcie f podľa osi x, alebo graf funkcie f_4 „lámaním" úsečky grafu, ležiacej pod osou x súmernosťou nad os x.

Kalkulatívna stratégia je zdĺhavejšia. Najprv treba danú funkciu vyjadriť analyticky, túto funkciu daným predpisom transformovať a k vytvorenému predpisu f_i nájsť graf.

Teoretická stratégia vychádza zo znalosti skladania funkcií. Jej cieľom je presne určiť definičný obor funkcie f_i. Pokiaľ ide o samotný graf, tento je potom hľadaný rovnako ako v predchádzajúcich dvoch stratégiách.

Okrem uvedených troch stratégií bolo možné pri niektorých riešeniach vidieť vzájomné prelínanie obrázkového a kalkulatívneho postupu. Tieto činnosti možno označiť slovom hybridná stratégia. Pri záverečnej klasifikácii sme každé riešenie nakoniec zatriedili do jednej z troch prvých stratégií podľa toho, ktorá pri riešení úlohy dominovala.

Špecifické vlastnosti jednotlivých stratégií

Hlavnou charakteristikou obrázkovej stratégie je neuniverzálnosť. Nie každé skladanie funkcií možno názorne geometricky interpretovať na grafoch. V nami volených príkladoch to možné bolo, ale aj tak jednotlivé operácie mali rôzny stupeň náročnosti. Experiment ukázal, že najjednoduchší bol případ funkcie f_6 — posunutie o 1 nadol. Približne rovnako náročné bolo zostrojenie grafov funkcií f_1 (súmernosť podľa osi x), f_3 (súmernosť podľa osi y) a f_4 (už spomínané lámanie). Ako náročnejšie sa ukázalo hľadanie grafu funkcie f_2. Skoro všetci študenti, ktorí volili obrázkovú stratégiu správne spoznali, že „odčítaniu" odpovedá posunutie grafu. Polovica z riešiteľov však zvolila nesprávný smer posunutia (niektorí dokonca smerom nadol). Najhoršie dopadlo hľadanie definičného oboru funkcie f_5. Len dvaja z 15 študentov, ktorí volili obrázkovú stratégiu, našli správne riešenie.

Kalkulatívna stretégia bola používaná menej často ako obrázková. Jej úspešnosť nedosahovala ani polovicu úspešnosti obrázkovej metódy. Jednak sa študenti dopúšťali dosť značného počtu numerických chýb, jednak si neuvedomovali význam definičného oboru. Často sa stávalo, že sa pri riešení úlohy študent zameral na nájdenie predpisu funkcie f_i a na nakreslenie grafu, pričom definičný obor nechal nezmenený alebo ho dokonca menil chybne (napr. rozšíril definičný obor na celé R). Aj pri tomto postupe najhoršie dopadol príklad f_5, kde ani jeden zo 6 riešiteľov nenašiel správne riešenie.

Teoretická stratégia nebola pri teste II.

použitá vôbec, ale pri teste III. predstavovala 53 % riešení, pokiaľ ide o hľadanie definičného oboru. Najúspešnejšia bola pri funkciách f_4 a f_6 (87,5 % a 83,3 %), najmenej úspešná pri f_2 (55,6 %). Podrobnejšiu analýzu týchto javov urobíme až po uvedení prehľadných tabuliek. Pri vyhodnotení sa zameriavame iba na určenie definičného oboru funkcií $f_1 - f_6$, pretože práve tento jav sa ukázal ako najdôležitejší z hľadiska pochopenia skúmaných závislostí.

Tabuľka I uvádza, koľkí riešitelia v II., resp. III. teste pri hľadaní grafu funkcie f_i použili stratégiu obrázkovu, kalkulatívnu, teoretickú. Úspešnosť je uvedená v percentách. Pri teste II. teoretickú stratégiu nepoužil žiadny študent, preto príslušný stĺpec v tabuľke neuvádzame.

V tabuľke II sú sumárne vyhodnotené jednak tri stratégie (ľavá časť tabuľky), jednak testy II. a III. (pravá časť tabuľky), pre každú z funkcií $f_1 - f_6$.

V tabuľke III sú sumárne vyhodnotené vzájomným porovnaním testy II. a III. ako v jednotlivých stratégiách, tak aj v globále.

Pozorované zákonitosti

Ako už bolo naznačené, je sémantická sieť študenta v oblasti analýzy stratifikovaná do dvoch úrovní: konkrétnej — činnostnej a abstraktnej — teoretickej. Textácia testu II. bola adresovaná prvej úrovni. Neobsahovala totiž žiadny signál, ktorý by úlohu včleňoval do teoretickej úrovne. Naopak, test III. taký signál obsahoval — bola to operácia skladania zobrazení.

Prvý do očí bijúci fakt sumárnej tabuľky III je nula v okienku II. test — teoretická stratégia. Kontrastuje s číslom 45 v okienku pod ním. Príčina zjavu je zrejmá. Techniku skladania zobrazení študenti interiorizovanú nemajú. Použijú ju len tam, kde sa táto monitoruje priamo adresnou textáciou.

Druhý pozoruhodný fakt je vyššia percentuálna úspešnosť testu II. nad testom III. Zdanlivo by odtiaľ bolo možné vyvodiť, že teoretická nadstavba skôr spomaľuje, ako urýchľuje rozvoj myslenia študentov pri riešení neštandardných úloh. Podrobnejší rozbor čísel ukáže daný výsledok v inom, vernejšom svetle.

Pri porovnávaní testov II. a III. je treba predovšetkým evidovať pomer použitia obrázkovej, kalkulatívnej a teoretickej stratégie. V teste II. je obrázková stratégia použitá vo viac ako 84 %, v teste III. je to len 17 %. To značí, že teoretickejšia textácia testu III. nasmerováva riešiteľa k použitiu kalkulatívnych postupov a k potlačeniu názorne obrázkových techník. Tento jav nemožno jednoznačne posúdiť ako pozitívny či negatívny. Závisí od celkovej úrovne sémantickej štruktúry študenta. Teoreticky vyspelí študenti dostávajú v textácii testu III. užitočný návod na využitie svojich znalostí a úspešne riešia aj najťažší z príkladov — nájdenie $D(f_5)$. V tomto smere je výsledok testu III. podstatne lepší ako výsledok testu II. Na druhej strane však študenti, ktorých abstraktné myslenie je rozvinuté nedostatočne, dostávajú v textácii testu III. orientáciu pre nich nevhodnú. Pokúšajú sa tiež o teoretický prístup, ale ich znalosti sú mozaikové, často formálne a to vedie k zníženiu úspešnosti. Názorne sa to prejavuje v riadkoch f_1, f_4, f_6 pravej časti tabuľky II. Teda tam, kde zmena $f \to f_i$ nemení definičný obor, bola úspešnosť „naivnejšieho" obrázkového prístupu vyššia ako úspešnosť zložitého prístupu teoretického.

Tab. I.

	test II stratégia obrázková		kalkulatívna		test III stratégia obrázková		kalkulatívna		teoretická	
	počet rieš.	úspešnosť	počet rieš.	úspešnosť	počet rieš.	úspešnosť	počet rieš.	úspešnosť	počet rieš.	úspešnosť
f_1	14	85,7	1	100	3	100	4	50	9	77,8
f_2	10	50	5	20	4	50	3	0	9	55,6
f_3	11	81,8	4	25	3	100	4	25	6	66,7
f_4	14	85,7	1	0	3	66,7	3	33,3	8	87,5
f_5	14	7,1	1	0	1	100	5	0	7	57,1
f_6	13	100	2	100	1	0	6	33,3	6	83,3

Tab. II.

	stratégia obrázková		kalkulatívna		teoretická		test II		III	
	počet rieš.	úspešnosť	počet rieš.	úspešnosť	počet rieš.	úspešnosť	počet rieš.	úspešnosť	počet rieš.	úspešnosť
f_1	17	88,2	5	60	9	77,8	15	86,7	16	75
f_2	14	50	8	12,5	9	55,6	15	40	16	43,7
f_3	14	85,7	8	25	6	66,7	14	66,7	13	61,5
f_4	17	82,4	4	25	8	87,5	15	80	14	71,4
f_5	15	13,3	6	0	7	57,1	15	6,7	13	38,5
f_6	14	93	8	50	6	83,3	15	100	13	53,8

Tab. III.

test	stratégia obrázková		kalkulatívna		teoretická		súčet	
	počet rieš.	úspešnosť	počet rieš.	úspešnosť	počet rieš.	úspešnosť	počet rieš.	úspešnosť
II	76	68,4	14	35,7	0		90	63,3
III	15	67	25	24	45	71	85	57,6

Závery

Hoci v našom rozbore vystupovala iba úzka problematika definičného oboru funkcie, nazdávame sa, že opísané javy majú všeobecnú platnosť a predstavujú dôležité metodické skutočnosti vo vyučovaní matematiky na vysokej škole. Pokúsime sa heslovite sformulovať výsledky nášho výskumu do troch téz:

1. Vo vyučovaní matematiky na VŠ pristupujeme k študentovi v dvoch úrovniach: abstraktne – teoretickej a konkrétno činnostnej. Medzi oboma úrovňami chýba organické prepojenie, a preto sa sémantická sieť študentových vedomostí stratifikuje do odpovedajúcich izolovaných a abstrakčne hierarchizovaných hladín.

2. Jadrom znalostí nižšej zo spomínaných hladín sú kalkulatívne postupy, techniky a metódy, dávajúce odpoveď na otázku: „ako vyrátame, zostrojíme, určíme, ...". Abstraktne vyššia sémantická hladina ostáva u mnohých študentov nezživotnená, opretá o formálne a verbálne pamäťové záznamy.

3. Domnievame sa, že izoláciu spomínaných abstraktných úrovní ako hlavnú prekážku tvorivejšieho zužitkovania matematického vzdelania je potrebné začať odstraňovať. Nájsť vhodné metódy k dosiahnutiu týchto cieľov je úlohou teórie vyučovania matematiky na vysokých školách.

Literatúra

[1] Brušlinskij, A. V.: *Myšlenije: proces, dejateľnosť, obščenije.* Nauka, Moskva, 1982.

[2] Cobb, P.: *Information-Processing Psychology and Mathematics Education — A Constructivist Perspective.* The Journal of Mathematical Behavior, April 1987 Vol. *6*, No. 1.

[3] Hejný, V. - Hejný, M.: *Prečo je matematika taká ťažká?* Pokroky matematiky, fyziky, astronómie, 1978, č. 2.

[4] Košč, L. *Myslenie a inteligencia.* SPN, Bratislava, 1986.

[5] Odvárko, O. - Fořt, J. - Novák, B.: *Matematika pre gymnáziá 3.* Bratislava, SPN 1978.

[6] Riečan, B. - Vaňatová, L.: *Matematika pre gymnáziá 7.* Bratislava, SPN 1980.

[7] Satko, L. - Šulka, R.: *Matematická analýza I.* Bratislava, SVŠT 1980.

[8] Skalková, J. a kolektív: *Úvod do metodologie a metod pedagogického výzkumu.*

[9] Tichomirov, O. K.: *Psichologija myšlenija.* Izd. Mosk. univer., Moskva 1984.

Najvyššou úlohou fyzikov je nájsť tie najvšeobecnejšie elementárne zákony, z ktorých možno získať obraz sveta čistou dedukciou. K týmto elementárnym zákonom nevedie logická cesta, ale len intuícia, ktorá sa dokáže vcítiť do skúsenosti.

Keď ide o pravdu a spravodlivosť, neexistuje nijaký rozdiel medzi malými a veľkými problémami. Lebo najvšeobecnejšie hľadiská, ktoré sa dotýkajú ľudského konania, sú nedeliteľné. Kto to nemyslí vážne s pravdou v malých veciach, tomu nemožno dôverovať ani vo veciach veľkých.

A. Einstein