Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Jozef Hvorecký

Conwayova hra LIFE

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 20 (1975), No. 5, 252--258

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/138271

na tomto okraji. Rozhlíží se a zjišťuje, že na stromě nalezlo útočiště již více lidí. Pozoruje je a brzy zjišťuje, že je může roztřídit do dvou skupin. Lidé v první skupině, a je jich velká většina, snaží se co nejvíce vychutnat obsah sladkých kapek vyronivších se na některých listech, přičemž se ani příliš nezajímají o to, spadnou-li ze stromu pod drápy šelmy nebo skončí-li v propasti. Lidé v druhé skupině, a je jich relativně velmi málo, znají sice sladkost kapek, ale snaží se především nalézt lepší a bezpečnější polohu ve vhodných rozsochách stromu pro sebe, hlavně pak pro své bližní. Alegorie je zřejmá. Litou šelmou je nemoc a propastí je smrt a rozhlédněte se kolem sebe, kolik lidí má zájem jen o své osobní blaho a komu leží osud národa a lidstva opravdu na srdci. A právě mezi tuto ne příliš početnou skupinu lidí, myslících to co nejlépe se svěřeným jim úsekem života národa, patří bezesporu profesor Záviška. Dokumentuje to i celé jeho dílo, tvořené záměrně a přitom s láskou, dílo, jehož motivem byla fyzika a cílem člověk.

Literatura

V. Trkal: *František Záviška.* Časopis pro pěstování matematiky a fyziky, roč. *71* (1946), D 1—9.
V. Trkal: *Deset let od Záviškova úmrtí.* Čs. Čas. Fys. *5* (1955), 240—241.
M. Brdička: *Život profesora dr. Františka Závišky.* Čs. čas. fys. A *20* (1970), 558—562.
M. Brdička: *Dílo profesora dr. Františka Závišky.* Čs. čas. fys. A *20* (1970), 673—680.

Conwayova hra LIFE

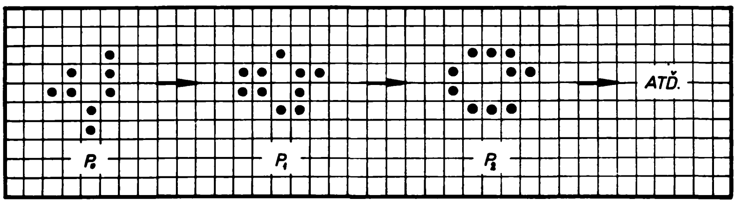
Jozef Hvorecký, Bratislava

Oblasť rekreačnej matematiky prežíva v posledných rokoch významný prerod, motivovaný podnetmi z najnovších vedeckých výsledkov. Mnohé vedecké a populárno-vedecké časopisy volia práve túto formu pre propagáciu moderných teórií. Napríklad všetky tri knihy Martina Gardnera z rekreačnej matematiky, známe i u nás z ruských prekladov, vznikli na osnove článkov uverejňovaných po dlhé roky v časopise Scientific American.

Medzi najobľúbenejšie hry sa radia tie, ktoré nejakým spôsobom modelujú reálne situácie v prírode a spoločenstve: vojenské konflikty, špekulácie na burze, rôzne typy pretekov, znečisťovanie prírody atď. Najväčším úspechom v posledných rokoch sa môže pochváliť hra LIFE (život), ktorej autorom je algebraik John H. Conway. Jej úspech bol tak výrazný, že skupina nadšencov, vedená Robertom Wainwrightom, začala vydávať časopis LIFELINE, ktorý uverejňuje zaujímavé varianty tejto hry.

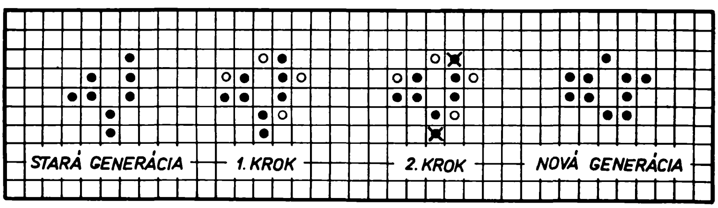
Hra LIFE imituje život spoločenstva mikroorganizmov v prostredí, kde zdanlivo nič nebráni ich úspešnému vývinu. Spoločenstvo sa pohybuje po rozsiahlej pláni, na ktorej všetko (okrem nich samotných) tvorí ich potravu. Živočíchy sú „trojpohlavné“, lebo práve traja môžu zrodiť potomka. Umierajú tak ako ostatné tvory buď na samotu, alebo premnožením. „Životné prostredie“ spoločenstva tvorí nekonečné štvorčekované pole. V ňom vytvoríme počiatočné spoločenstvo tým, že niektoré štvorčeky označíme krúžkami predstavujúcimi mikroorganizmy. Každý mikroorganizmus prežije celý svoj život v tom istom štvorčeku a dĺžka jeho života závisí od toho, koľko má susedov. Ľubovoľný organizmus môže mať v krajnom prípade až osem susedov: štyroch po stranách a štyroch cez uhlopriečku. Hra prebieha v etapách – generačných obdobiach. Do nasledujúcej generácie prežijú z existujúcich mikroorganizmov iba tie, ktoré majú dvoch alebo troch susedov. Ak žiaden alebo iba jeden susedný štvorček je obsadený iným jedincom, organizmus zomiera na samotu, ak má štyroch alebo viac susedov, hynie nedostatkom potravy. Smrťou organizmu sa jeho políčko vyprázdni. V nasledujúcej generácii sa však môžu objaviť nové mikroorganizmy i na miestach doposiaľ prázdnych – na poliach, v susedstve ktorých žijú presne tri mikroorganizmy.

Postupnosť generačných krokov vytvára históriu života spoločenstva. Pri sledovaní tejto histórie budeme kresbu vytvorenú spoločenstvom mikroorganizmov v štvorcovej sieti nazývať skrátene obrazec a živočíchy v nej bodmi obrazca. Pre dané pevné číslo n a n-tý obrazec v histórii spoločenstva P_n hovoríme o obrazci P_{n-1} ako o jeho otcovi a o obrazci P_{n+1} ako o jeho synovi (obr. 1).



Obr. 1. Prvé tri generácie obrazca P_0.

Conwayovu hru si môžte zahrať na hárku štvorčekovaného papiera. Spôsob prechodu od jednej generácie k ďalšej, pri ktorom sa najľahšie vyhnete počiatočným chybám ukazuje obr. 2. Na začiatku si zvoľte iba jednoduchý obrazec, napr. iniciálky. Pri zložitých obrazcoch vzrastá pravdepodobnosť chýb a stráca sa možnosť získať obraz o neskorších generáciách. Samozrejme, väčšie spoločenstvá žijú zaujímavejším „životom“. Jeho prie-



Obr. 2. Návod na vytvorenie generačného kroku.

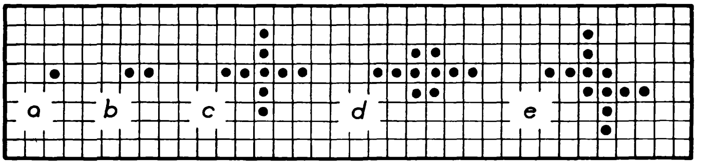
beh možno zistiť pomocou samočinného počítača. Ak neberieme do úvahy posunutie vzhľadom polohe počiatočného obrazca, ktoré nehrá v tejto hre podstatnú úlohu, môže vývoj spoločenstva prebiehať iba jedným z týchto troch spôsobov:

1. Niektorý z obrazcov v histórii bude prázdny (a tým i všetky ďalšie) – spoločenstvo vyhynulo.

2. Obrazce sa začnú po nejakom čase opakovať a vznikne cyklus zložený z periodicky sa objavujúcich obrazcov.

3. Existuje časový interval, po ktorom má obrazec viac bodov, než ktorýkoľvek z jeho predchodcov — spoločenstvo neohraničene rastie.

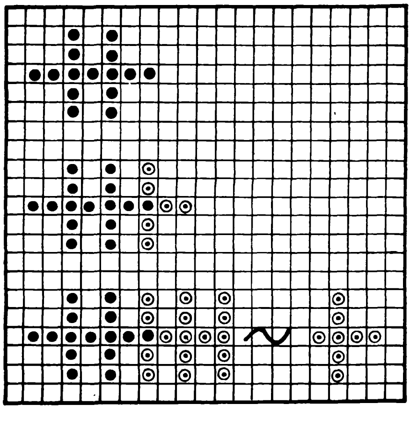
Obrazce, ktoré po konečnom počte krokov zmiznú zo siete, nazývame *vymierajúce*. Najjednoduchšou podtriedou vymierajúcich obrazcov sú samovražedné obrazce — spoločenstvá, ktoré vyhynú hneď v prvom kroku. Obr. 3 ukazuje najjednoduchšie *samovražedné* obrazce, ktoré majú postupne 1, 2, 9, 10 a 12 bodov. Dá sa dokázať,

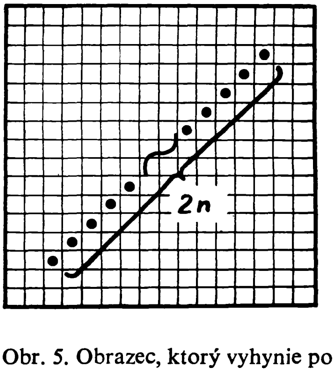


Obr. 3. Jednoduché samovražedné obrazce.

že pre ľubovoľné prirodzené číslo m, $m \geqq 15$ existuje súvislý samovražedný obrazec, ktorý má presne m bodov. Súvislosť sa pritom chápe veľmi silne: štvorce s organizmami sa musia dotýkať svojimi stranami. Obr. 4 ukazuje spôsob, ako zostrojiť samovražedný obrazec, ktorý má práve $15 + 6 \,.\, j$ bodov ($j = 0, 1, 2, \ldots$). Bodom v krúžku sú označené organizmy, ktoré v šesticiach pridávame na konci obrazca. Z obr. 5 možno ľahko zistiť, že pre ľubovoľné číslo n existuje spoločenstvo, ktoré vyhynie po n generáciách. V každom kroku sa totiž stratia body na obidvoch koncoch a zvyšok obrazca sa nezmení. Konštrukcia spoločenstva, ktoré vyhynie po stanovenom počte krokov je teda jednoduchá a zdalo by sa, že rovnako jednoduché je i zistiť, či daný obrazec je vymierajúci alebo nie. Tento problém je však algoritmicky nerozriešiteľný (ako nakoniec podobné otázky o všetkých obrazcoch). Pre ľubovoľné číslo je možné zistiť, či daný obrazec vyhynie najviac v n generáciách; zo zápornej odpovede však nemožno nič usúdiť o jeho správaní sa v budúcnosti.

Obr. 4. Samovražedný obrazec s $15 + 6 \,.\, j$ bodmi.

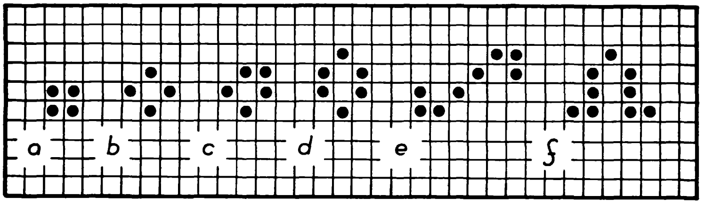




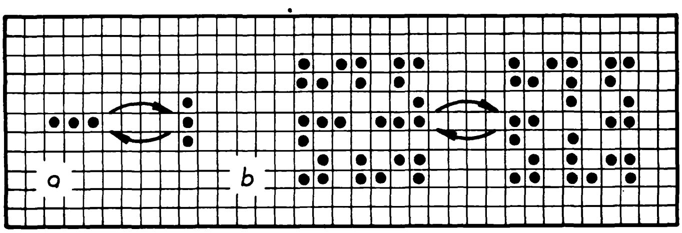
Obr. 5. Obrazec, ktorý vyhynie po n krokoch.

Spoločenstvá, ktorých vývojom vznikne cyklus zložený z pevného počtu obrazcov, nazývame *cyklickými*. Najjednoduchšími cyklickými obrazcami sú stabilné obrazce, ktoré sa behom svojho života nemenia (otec je totožný so synom – viď obr. 6). Trieda stabilných obrazcov je nekonečná a medzi obrazcami s malým počtom bodov má veľa zástupcov.

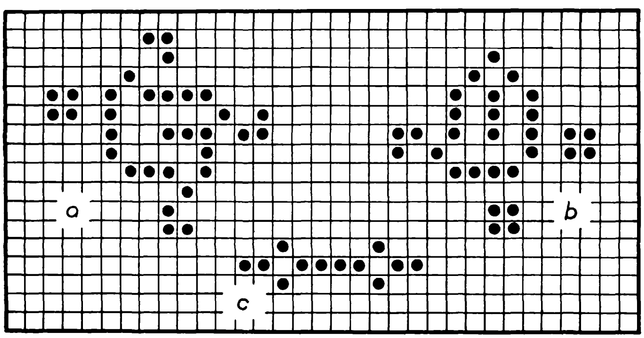
Nasledujúcou triedou cyklických obrazcov sú tzv. *blinkre* – obrazce s periódou cyklu 2. Blinkre majú iba dve polohy, ktoré sa pravidelne striedajú. Na obr. 7 sú nakreslené dva blinkre v oboch možných polohách. Samozrejme existujú aj obrazce s väčšími periódami cyklu (obr. 8 ukazuje obrazce s periódami 6, 7 a 15) a možno predpokladať, že jestvujú cykly s každou možnou periódou, hoci sa to – pokiaľ je autorovi známe – nepodarilo ešte nikomu dokázať.



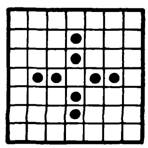
Obr. 6. Stabilné obrazce.



Obr. 7. Blinkre.

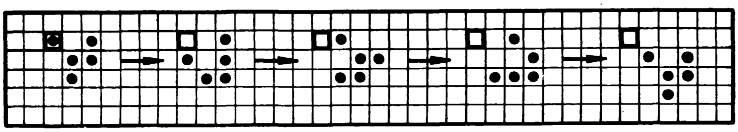


Obr. 8. Obrazce opakujúce sa po 6, 7 a 15 generáciách.

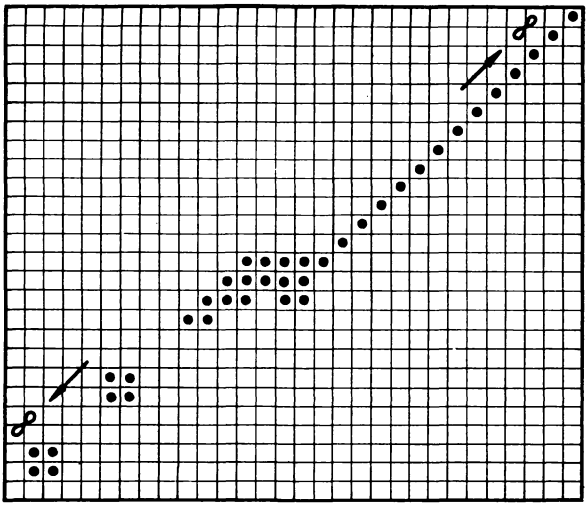

Obr. 9. Kvázicyklický obrazec.

Do triedy cyklických obrazcov radíme aj tzv. *kvázicyklické obrazce a klzáky*. Kvázicyklickými nazývame také obrazce, ktoré po určitom počte krokov vyústia do cyklu, v ktorom sa však nikdy neobjavia. Jednoduchý príklad je na obr. 9. Tento obrazec sa hneď v prvom kroku zmení na obrazec na obr. 6b, ktorý je stabilný. Klzákmi nazývame cyklické obrazce, ktoré sa po ukončení periódy nachádzajú na inom mieste, než bol východzí obrazec – „kĺžu sa" v sieti jedným smerom. Najznámejší klzák je na obr.

10. Silne orámovaný štvorec označuje polohu ľavého horného okraja obrazca na začiatku cyklu. Počas štyroch generačných krokov sa počiatočný obrazec objaví znova, posunutý o jedno políčko doprava dole. Hovoríme, že klzák sa pohybuje v nekonečnej sieti štvrtinou rýchlosti svetla. Rýchlosťou svetla nazývame totiž maximálnu rýchlosť, ktorou sa môže obrazec v sieti pohybovať – jedno políčko na každom kroku. Sú pochybnosti o tom, či sa konečný obrazec (obrazec s konečným počtom bodov) môže nepretržite pohybovať touto rýchlosťou. Známy je nekonečný cyklický obrazec s periódou 4, zvaný „kombajn" (obr. 11), ktorý „žne" rýchlosťou svetla nekonečný lán – uhlopriečku smerom vpravo hore – zanechávajúc za sebou „snopy" zo štyroch bodov.



Obr. 10. Klzák

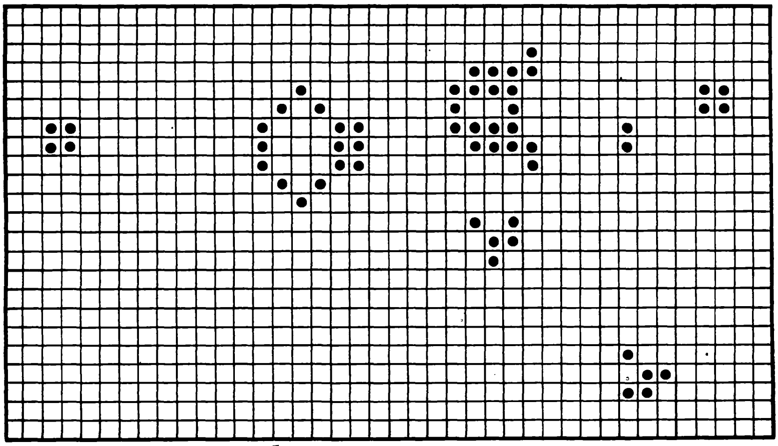


Obr. 11. Kombajn.

Príkladom obrazca, ktorého rozmery neohraničene rastú, je *klzákové delo* (obr. 12). Jeho základom je cyklický obrazec s periódou 30, ktorý na konci každého cyklu vytvorí naviac jeden klzák, ktorý sa začne od neho vzdaľovať. Skutočnosť, že klzáky sú cyklické a vzdaľujú sa konštantnou rýchlosťou, zaručuje, že počet bodov v každom tridsiatom obrazci je väčší než kedykoľvek predtým.

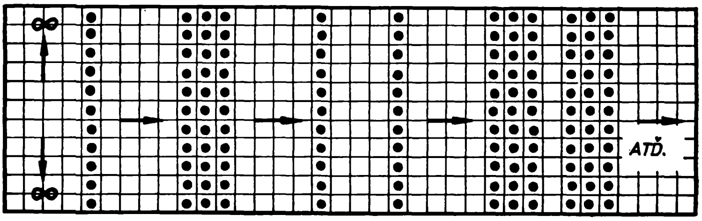
Existencia klzákového dela ako generátora pravidelných signálov vnuká myšlienku využiť klzáky ako základnej informačnej jednotky (zhodnej s informáciou jeden bit) pri modelovaní a konštrukcii samočinných počítačov v nekonečných sieťach. Preto sa dnes intenzívne sledujú obrazce, ktoré sú schopné interakcií s klzákmi (napr. obrazec na obr. 8c „požiera" klzáky, ktoré doň narazia), ako aj interakcie klzákov medzi sebou. Známe je napr. stretnutie 13 klzákov, z ktorého vznikne nové klzákové delo; pri niektorých stretnutiach dochádza k „anihilácii" klzákov alebo k redukcii ich počtu ap. Úspechy sú však zatiaľ iba čiastočné.

Na hre LIFE možno objasniť aj niektoré ďalšie dôležité pojmy teórie automatov. V pojmoch teórie bunkových automatov je „životný priestor mikroorganizmov" jednoducho nekonečná dvojrozmerná sieť, ktorej bunky (štvorčeky) môžu nadobudať dva stavy: 1 – bunka žije a 0 bunka nežije. Sieť spolu s konfiguráciou na ňu vloženou tvorí *bunkový automat*. Zmeny stavov v bunkách automatu sa dejú na základe pravidiel, ktoré sme už uviedli.



Obr. 12. Klzákové delo.

Najznámejšími výsledkami teórie bunkových automatov sú von Neumannova *veta o samoreprodukovateľnosti automatov* a Moore-Myhillova *veta o „rajskej záhrade"*. Veta o samoreprodukovateľnosti automatov hovorí o tom, že v triede všetkých možných sietí a možných automatov na nich (tj. počiatočných obrazcov a ich transformačných pravidiel) existuje taký bunkový automat, ktorý vytvorí po konečnom počte krokov svoju kópiu, ktorá je schopná vytvoriť svoju kópiu atď., čím počet automatov neohraničene rastie. Pôvodný von Neumannov dôkaz používal transformačné pravidlá na nekonečnej dvojrozmernej sieti, ktorej bunky mohli nadobúdať 29 stavov. Dôkaz bol konštruktívny a počiatočný obrazec obsahoval asi 200 000 buniek. Zostrojený automat modeloval prácu Turingovho stroja, základného automata teórie algoritmov. Ak si túto požiadavku odpustíme, vieme zostrojiť aj ďaleko jednoduchšie samoreprodukujúce sa automaty. Napr. v našej hre má schopnosť samoreprodukcie spoločenstvo na obr. 13. Čitateľ sa ľahko presvedčí, že pre každé prirodzené číslo n existuje generačný krok, v ktorom sa v sieti nachádza práve 2^n zvislých nekonečných čiar a iste určí i to, na ktorom kroku sa to stane prvýkrát. Autorovi nie je známe žiadne konečné samoreprodukujúce sa spoločenstvo v tejto hre.



Obr. 13. Samoreprodukujúci sa obrazec.

Veta o rajskej záhrade vystihuje zaujímavú vlastnosť niektorých sietí s vopred zadanými transformačnými pravidlami. Ak v sieti existujú dva obrazce, ktorých synom je ten istý obrazec, tak v sieti existuje obrazec, ktorý nie je potomkom žiadneho obrazca. Takému obrazcu hovoríme rajská záhrada, lebo sa v sieti nemôže objaviť inokedy ako v nultej generácii, vložená rukou „stvoriteľa“. Dôkaz využíva fakt, že rajskej záhrade chýba otec, o ktorého má iný obrazec viac (samotný dôkaz je však omnoho zložitejší). Vlastnosť „mať aspoň dva obrazce s tým istým synom“ má aj hra LIFE; napr. všetky samovražedné obrazce majú toho istého syna. Žiaľ, dôkaz vety je existenčný a vyplýva z neho iba toľko, že v štvorci so stranou 2 miliardy políčok musí byť aspoň jedna rajská záhrada. Hárok obyčajného štvorčekovaného papiera vyhovujúci tejto požiadavke by mal stranu 10 000 km. Zdá sa teda, že na prvú rajskú záhradu v Conwayovej hre si ešte chvíľu počkáme.

K osmdesátinám České matice technické

V tomto roce slaví Česká matice technická (krátce ČMT) osmdesáté výročí svého založení. Pokud jde o její činnost, můžeme říci, že je mladší sestrou Jednoty československých matematiků a fyziků. Zatímco Jednota oslavila již sto let svého trvání, je České matici technické letos osmdesát.

Atmosféra, za které se ČMT rodila, tedy devadesátá léta minulého století, byla poměrně příznivá. V r. 1890 vznikla Česká akademie pro vědy, slovesnost a umění, v r. 1895 se v Praze uskutečnila Národopisná výstava. Při této příležitosti byl proveden určitý průzkum týkající se české technické literatury. A právě tento průzkum ukázal, jak je naléhavé vytvořit instituci, která by se starala o moderní cenově dostupnou českou technickou literaturu, kterou by bylo možno nahradit převládající literaturu německou. Tak vznikla Česká matice technická. Jak žalostný byl výsledek provedeného průzkumu, ukazují slova prof. J. Šolína, prvního předsedy ČMT, na ustavující schůzi ČMT 15. prosince 1895*): „Co se týče technické literatury, jedné práce nebylo u nás potřebí, totiž sestavit inventář a třídit věci cenné a bezcenné — to proto, že jsme neměli těch ani oněch, a běžná fráze o vyplňování mezer naprosto se nehodila na českou literaturu technickou, protože pustou, nekonečnou prázdnotu nelze nazývat mezerou.“

V současné době můžeme sotva dostatečně posoudit, jak významným činem pro naše techniky, zejména pro technickou literaturu, bylo založení České matice technické. A byl to jistě čin zralý, jak je vidět z osmdesátileté plodné činnosti ČMT, kterou nedovedly přerušit ani dvě světové války.

ČMT vždy sdružovala významné představitele naší technické veřejnosti. Zejména její předsedové byli převážně osobnosti zvučných jmen. Uveďme aspoň naše současníky, resp. ty, které má naše generace v dobré paměti: akademik F. Klokner, prof. B. Tolman, akademik Zd. Bažant, akademik Th. Ježdík, akdemik V. Dašek, prof. O. Novák a prof. Š. Matěna, člen-korespondent ČSAV, současný předseda ČMT.

Jak jsem již naznačil, hlavním úkolem ČMT bylo zajišťovat naší technické veřejnosti moderní českou literaturu cenově dostupnou. Šlo tedy v první řadě o činnost vydavatelskou. Později převzalo vydávání technických spisů Státní nakladatelství technické literatury (SNTL). Za osmdesát let své činnosti vydala ČMT — popřípadě ve spolupráci se SNTL — na čtyři sta technických spisů v celkovém nákladu kolem půldruhého miliónu výtisků. Zejména pozoruhodná — lze říci unikátní ve světové literatuře — je série technických průvodců, v nichž jsou základní technické (resp. příbuzné) vědní disciplíny uváděny ve zhuštěné přehledné formě. Ovšem

*) Zde i na některých jiných místech tohoto článku používám publikaci *Sedmdesát pět let České matice technické a české technické literatury*. Praha, SNTL 1970.