

# Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

---

Josef Kvasnica

Elektromagnetická struktura atomových jader a nukleonů

*Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*, Vol. 7 (1962), No. 4, 210--222

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/138587>

## Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1962

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

ných 3-pláství  $\mathbb{B}^3$  poměrně dost byly studovány v rovině 4-pláštve  $\mathbb{B}^4$ , méně již  $n$ -pláštve  $\mathbb{B}^n$ .

Jistou paralelou k teorii rovinných pláství křivek je teorie pláství ploch v prostoru, kde obdobou šestiúhelníkových pláství křivek jsou osmistěnové pláštve ploch.

Rovněž se studovaly pláštve křivek ležících na plochách (příkladem takové pláštve je pláštve tvořená třemi svazky kružnic na kulové ploše z příkladu 4.4), pláštve křivek v prostoru i pláštve v prostoru složené z křivek a ploch.

I když v geometrii pláství se již dosáhlo mnoha výsledků, zůstává v ní otevřeno stále ještě hodně problémů. Jak dřívější rozsáhlá Blaschkova a Bolova učebnice, tak i novější úvodní Blaschkova knížka, která znamenitým způsobem seznamuje čtenáře se základní tematikou geometrie pláství, nejen vyvolávají řadu podnětů k dalšímu studiu, ale přímo kladou otázky a předkládají k řešení četné ještě neřešené problémy, které jistě zaujmou každého geometra. Bylo by proto dobré, kdyby mladší vědečtí pracovníci se o toto odvětví diferenciální geometrie blíže zajímali; geometricky zajímavá problematika jistě je již sama podnět k vlastní vědecké tvorbě.

## ELEKTROMAGNETICKÁ STRUKTURA ATOMOVÝCH JADER A NUKLEONŮ

JOSEF KVASNICA, Praha

Článek podává přehled teoretických předpokladů, na nichž je založeno experimentální zkoumání elektromagnetické struktury atomových jader a nukleonů, jakož i hlavních experimentálních výsledků, za něž byl R. HOFSTADTER vyznamenán Nobelovou cenou za fyziku na r. 1961.

### ÚVOD

Čtenáři je jistě známo, že rozptyl pomalých částic  $\alpha$ , resp. pomalých elektronů (tzv. Rutherfordův rozptyl) na jádrech může poskytnout informace pouze o celkovém náboji jader. Z těchto pokusů však vůbec nelze získat informace o elektromagnetické struktuře jader, tj. informace o rozdělení elektrického náboje, resp. magnetického momentu. Podobná situace je i při studiu rozptylu kvant  $\gamma$  s malou frekvencí (Thompsonův rozptyl).

Příčina těchto faktů je docela jednoduchá. Představme si, že dojde k rozptylu kvanta  $\gamma$  s vlnovou délkou  $\lambda = 1 \text{ \AA}$  na atomovém jádře. Protože rozměry atomových jader jsou podstatně menší (řádově  $1 \text{ f} = 10^{-13} \text{ cm}$ ), fáze takové elektromagnetické vlny se v oblasti jádra prakticky nezmění. Proto i síla působící na jádro bude v celé oblasti jádra prakticky stejná a rozptyl takové vlny bude záviset pouze na celkovém

náboji jádra. K obdobnému výsledku lze dospět i pro rozptyl elektronů, resp. jiných nabitých částic, jejichž de Broglieova vlnová délka je mnohem větší, než jsou charakteristické rozměry jader.

Jiná situace však nastane při rozptylu částic, jejichž vlnová délka je srovnatelná s rozměry atomových jader, resp. nukleonů. V takovém případě se fáze dopadající vlny v oblasti jádra dostatečně změní a v různých místech jádra bude působit různě velká síla. Tato síla však určuje intenzitu částic rozptýlených do jednotlivých úhlů (úhlové rozdělení). Teoreticky lze odvodit jistý vztah mezi úhlovým rozdělením a zákonem vzájemného působení. Je-li úhlové rozdělení známo z experimentů, lze odtud usuzovat na zákon vzájemného působení mezi jádrem a rozptylovanou částicí. V případě Coulombova rozptylu lze interakční zákon elektronu s jádrem vyjádřit známým vztahem

$$(1) \quad U(r) = -e^2 \int \frac{\rho(r')}{|r-r'|} d^3r',$$

kde  $e\rho(r)$  je hustota elektrického náboje jádra. Z interakčního zákona je pak možno určit hustotu  $\rho$ . Uvedený postup tvoří základní myšlenku experimentálního zkoumání elektromagnetické struktury atomových jader a nukleonů.

De Broglieova vlnová délka elektronů je určena známým vztahem

$$(2) \quad \lambda = \frac{\lambda}{2\pi} = \frac{\hbar}{p} = \frac{\hbar}{mv} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$

V ultrarelativistické oblasti energií elektronů ( $\varepsilon \gg mc^2$ ) je  $\varepsilon \cong cp$ , takže stačí vzít

$$(2') \quad \lambda = \frac{\hbar c}{\varepsilon}.$$

Např. při energii  $\varepsilon = 400$  MeV je  $\lambda \cong 0,4$  f. Elektrony s touto energií mohou tedy poskytnout dostatečně spolehlivé informace o elektromagnetické struktuře atomových jader a nukleonů.

## I. TEORIE ELASTICKÉHO ROZPTYLU ELEKTRONU

Diferenciální účinný průřez  $d\sigma$  pro elastický rozptyl elektronů vypočteme ze známého vzorce

$$(3) \quad d\sigma = \frac{2\pi}{\hbar v} |U_{if}|^2 \rho_f d\Omega.$$

Přitom  $v$  je rychlost elektronu,

$$(4) \quad \rho_f d\Omega = \frac{d\Omega}{(2\pi\hbar)^3} p^2 \frac{dp}{d\varepsilon} = \frac{c^2 p^2}{(2\pi\hbar)^3 v} d\Omega$$

je hustota kvantových stavů na jednotkový interval energie,  $d\Omega$  je element prostorového úhlu a

$$(5) \quad U_{if} = \int \psi_i^* U \psi_f d\tau$$

je maticový element interakční energie.

Budeme předpokládat, že interakce elektronu s jádrem je dána formulí (1). Vlnové funkce (relativistických) elektronů vezmeme ve tvaru Diracových rovinných vln

$$(6) \quad \psi_i = u e^{i/h \mathbf{p} \cdot \mathbf{r}}, \quad \psi_f = u' e^{i/h \mathbf{p}' \cdot \mathbf{r}}.$$

Zde  $u$  a  $u'$  jsou jednotkové bispinory,  $\mathbf{p}$  a  $\mathbf{p}'$  značí impulsy elektronu před rozptylem a po rozptylu. Pomocí (1) a (6) pak dostaneme pro maticový element

$$(7) \quad U_{if} = - \frac{4\pi e^2}{q^2} (u^* u') F(q).$$

Zde  $\hbar q = \mathbf{p} - \mathbf{p}'$  určuje změnu impulsu elektronu a

$$(8) \quad F(q) = \int \varrho(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}} d^3r$$

je Fourierova komponenta hustoty náboje — tzv. *tvarový faktor*. Pro bodové jádro by bylo  $\varrho(\mathbf{r}) = Z\delta(\mathbf{r})$ ,  $F(q) = Z$ .

V těžišтовém systému elektronu a jádra se absolutní hodnota impulsu elektronu nemění, tj.

$$(9) \quad |\mathbf{p}'| = |\mathbf{p}| \equiv p, \quad \hbar q = |\mathbf{p} - \mathbf{p}'| = 2p \sin \frac{\Theta}{2},$$

kde  $\Theta$  je úhel rozptylu elektronu v těžišтовém systému. V laboratorním systému (tj. systému, v němž je jádro do okamžiku srážky v klidu) pak platí

$$(10) \quad c\hbar q = \frac{2\varepsilon \sin \frac{\vartheta}{2}}{\left[ 1 + \frac{2\varepsilon}{Mc^2} \sin^2 \frac{\vartheta}{2} \right]^{1/2}},$$

kde  $\varepsilon$  a  $\vartheta$  značí energii a úhel rozptylu v laboratorním systému a  $M$  je hmota jádra.

Dosadíme nyní výrazy (4) a (7) do rovnice (3) a vystředujeme přes spinové stavy elektronu. Po snadném výpočtu pak dostaneme

$$(11) \quad d\sigma = d\sigma_M |F(q)|^2,$$

kde <sup>1)</sup>

$$(12) \quad d\sigma_M = \left( \frac{e^2}{2\varepsilon} \right)^2 \frac{\cos^2 \frac{\vartheta}{2}}{\sin^4 \frac{\vartheta}{2}} \frac{d\Omega}{1 + \frac{2\varepsilon}{Mc^2} \sin^2 \frac{\vartheta}{2}}$$

<sup>1)</sup> Rovnice (12) je napsána pro zkoumanou ultrarelativistickou oblast energií ( $0 \gg mc^2$ ).

je tzv. Mottův diferenciální účinný průřez. Pro bodové jádro  $F(q) = Z$ ,  $d\sigma = Z^2 d\sigma_M$ . Veličina  $Z^2 d\sigma_M$  tedy představuje diferenciální účinný průřez pro elastický rozptyl elektronů na bodovém jádře s nábojem  $Ze$ . Tvarový faktor tedy určuje vliv rozdělení náboje jádra na rozptyl elektronů.

Formule (11) představuje základní rovnici, na níž je založen experimentální výzkum rozdělení elektrického náboje atomových jader. Je-li  $d\sigma$  známo z experimentů, pak z rovnice (11) lze určit tvarový faktor  $F(q)$  a řešením integrální rovnice (8) lze získat hustotu

$$(13) \quad \varrho(r) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int F(q) e^{iqr} d^3q.$$

Položíme-li v poslední rovnici  $qr = qr \cos \varphi$ ,  $d^3q = 2\pi q^2 \sin \varphi dq d\varphi$  a prointegrujeme přes  $\varphi$  v mezích  $(0, \pi)$ , dostaneme

$$(13') \quad \varrho(r) = \frac{1}{2\pi^2 r} \int q F(q) \sin(qr) dq.$$

Elektrické vlastnosti jader se zpravidla charakterizují pomocí tzv. středního kvadratického poloměru<sup>2)</sup>

$$(14) \quad \langle r_e^2 \rangle^{1/2} = \left[ \int r^2 \varrho(r) d^3r \right]^{1/2}.$$

Rovnice (11) popisuje rozptyl elektronů na jádře s rozmazaným elektrickým nábojem s hustotou  $e\varrho(r)$ . Jádra mají však také magnetický dipólový moment, jehož vliv není v této rovnici zahrnut. (Vliv magnetického momentu elektronu je v této rovnici zahrnut, poněvadž elektron jsme popsali Diracovými funkcemi.) Dá se však dokázat, že účinný průřez pro elastický rozptyl elektronů na magnetickém dipólu je nepřímě úměrný kvadrátu hmoty dipólu (jádra), takže magnetický dipólový rozptyl elektronů bude důležitý především při studiu elektromagnetické struktury nukleonů.

Nyní stručně naznačíme myšlenkový postup odvození diferenciálního účinného průřezu pro rozptyl elektronů na nukleonech. Výklad provedeme v zjednodušené formě, aby byl přístupný i čtenářům, kteří nemají speciálních znalostí z kvantové teorie pole.

V teoretických výpočtech se zpravidla používá tzv. těžišťového systému, tj. takového souřadného systému, v němž je těžiště obou částic v klidu. Protože impuls  $\mathbf{p}_0$  těžiště je roven součtu  $\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2$  impulsů obou částic, bude

$$(15) \quad \mathbf{p}_0 = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = 0.$$

To znamená, že v těžišťovém systému je celkový impuls obou částic roven nule. Pro pozorovatele v těžišti se tedy obě částice pohybují proti sobě s impulsy opačných znamének:  $\mathbf{p}_1 = -\mathbf{p}_2$ .

<sup>2)</sup> V anglosaské literatuře se tato veličina označuje zpravidla zkratkou m. s. r.-radius (mean square root radius).

Z hlediska elektrodynamiky pohyb elektricky nabitých částic představuje elektrický proud. Velikost těchto proudů závisí na druhu částic, na jejich rychlosti apod. (Směr proudu je určen pohybem částic.) Tyto dva proudy (elektronový a nukleonový) budou na sebe navzájem působit a pod vlivem tohoto působení dojde k jejich vychýlení, tj. k rozptylu částic<sup>3</sup>). Velikost tohoto vychýlení závisí na interakční energii obou proudů, přičemž interakční energie je určena velikostí a směrem obou proudů.

Pokud jde o elektron, budeme i nadále předpokládat, že elektron je bodovou částicí. (O možném zkoumání struktury elektronu se zmíníme v závěru.) Pohyb elektronu lze pak reprezentovat tzv. lineárním proudem. Při tom nutno ovšem mít na paměti, že elektron má kromě elektrického náboje  $-e$  také magnetický dipólový moment, který je roven jednomu Bohrovu magnetonu

$$(16) \quad \mu = \pm \frac{e\hbar}{2mc}.$$

Elektronový proud bude pak odpovídat pohybu elektrického náboje a magnetického momentu. Výraz pro takový proud je znám z Diracovy teorie elektronu (viz např. [2]).

Výraz pro nukleonový proud bude poněkud složitější. V nukleonu totiž dochází k neustálé emisi a absorpci mezonů (i jiných částic). Tak např. proton může „disociovat“ na neutron a mezon  $\pi_+$ , jenž je pak opět pohlcen neutronem, čímž znovu vznikne proton. Tento proces lze vyjádřit reakcí



Tím vzniká kolem centrální části protonu oblak kladných mezonů  $\pi_+$ . Neutron vystupující v mezistavu reakce (17) se může opět rozpadat na jiné částice (těžké mezony a hyperony). Názorně můžeme říci, že centrální část nukleonu (tzv. *nukleor*) je obklopena oblakem nabitých (i neutrálních) mezonů  $\pi$ . Z elektrodynamického hlediska mezonový oblak představuje jistý elektrický proud tekoucí uvnitř nukleonu. Kromě toho vznik a zánik částic v centrální části nukleonu bude také představovat pohyb elektrického náboje, tj. elektrický proud. Všechny tyto procesy způsobí, že náboj nukleonu nebude bodový, nýbrž bude rozmazaný; toto rozmazání elektrického náboje nukleonu budeme charakterizovat tvarovým faktorem  $F_1$ . Proudům tekoucím uvnitř nukleonu bude příslušet jistý magnetický moment<sup>4</sup>)  $\kappa$ . V důsledku rozmazání těchto proudů nutno také nukleon charakterizovat jako rozmazaný magnetický dipól. Tvarový faktor rozmazání magnetického momentu nukleonu budeme značit  $F_2$ .

Celkový nukleonový proud se pak bude skládat ze dvou složek: složky  $J^{(1)}$  příslušné pohybu rozmazaného náboje (s tvarovým faktorem  $F_1$ ) jako celku a složky  $J^{(2)}$  příslušné vnitřním proudům v nukleonu

$$(18) \quad J = J^{(1)} + J^{(2)}.$$

<sup>3</sup>) Tento efekt je analogický vychýlení dvou proudovodičů pod vlivem proudu protékajícího v těchto proudovodičích.

<sup>4</sup>) Pro proton  $\kappa_p = 1,79 \mu_0$  a pro neutron  $\kappa_n = -1,91 \mu_0$  ( $\mu_0$  je jaderný magneton).

Složka  $J^{(1)}$  se zpravidla nazývá normální (resp. Diracova) a složka  $J^{(2)}$  bývá označována jako anomální (resp. Pauliho). Obecný výraz pro obě složky lze najít např. v práci Saltzmannově [1].

Pro účinný průřez elastického rozptylu elektronů na nukleonech lze odvodit výraz

$$(19) \quad d\sigma = d\sigma_M \left\{ F_1^2 + \frac{\hbar^2 q^2}{4M_0^2 c^2} \left[ 2(F_1 + \kappa F_2)^2 \operatorname{tg}^2 \frac{\vartheta}{2} + \kappa^2 F_2^2 \right] \right\}.$$

Z experimentálně známé hodnoty  $d\sigma$  lze určit tvarové faktory  $F_1$  a  $F_2$  a pomocí rovnice (13') příslušné hustoty (viz dále).

Rovnice (19) lze bezprostředně použít pouze ke zkoumání elektromagnetické struktury protonu, poněvadž v současné době není technicky možné vytvořit dostatečně intenzivní svazky neutronů, na nichž by docházelo k rozptylu elektronů. HOFSTADTER [3] navrhl využít ke studiu elektromagnetické struktury neutronu elektrodezintrace deuteronu. Při dostatečně velikých hodnotách předávaného impulsu se totiž deuteron roztrhne na proton a neutron, přičemž účinný průřez elektrodezintrace je roven součtu účinných průřezů elastického rozptylu na protonu a neutronu:

$$(20) \quad d\sigma_d^{des} = d\sigma_p + d\sigma_n.$$

Elektromagnetická struktura neutronu se tedy studuje následujícím způsobem: Změří se  $d\sigma_p$  a  $d\sigma_d^{des}$ ; z rovnice (20) se pak určí  $d\sigma_n$ . Veličina  $d\sigma_n$  je určena rovnicí (19), v níž nutno položit  $\kappa = \kappa_n = -1,91$ . Odtud pak lze určit tvarové faktory  $F_{1n}$  a  $F_{2n}$  a z nich obvyklým způsobem hustoty  $\varrho_{1n}$  a  $\varrho_{2n}$ .

Po tomto nezbytném teoretickém úvodu přejdeme k rozboru experimentálních výsledků.

## II. EXPERIMENTÁLNÍ VÝSLEDKY

### 1. Atomová jádra

Už první pokusy, provedené s energií  $\varepsilon \cong 100$  MeV, poukázaly na vliv prostorového rozložení náboje jader na rozptyl elektronů. Na obr. 1. je znázorněn experimentální průběh účinného průřezu  $d\sigma$  pro rozptyl elektronů s energií 400 MeV na jádře  $\text{He}_2^4$  (částici  $\alpha$ ) a je porovnán s Mottovým rozptylem  $d\sigma_M$ . Oba účinné průřezy se liší o faktor  $F(q)^2$ , přičemž z měření vyplynula pro  $F(q)$  závislost

$$(21) \quad F(q) = 2e^{-1/4 q^2 a^2};$$

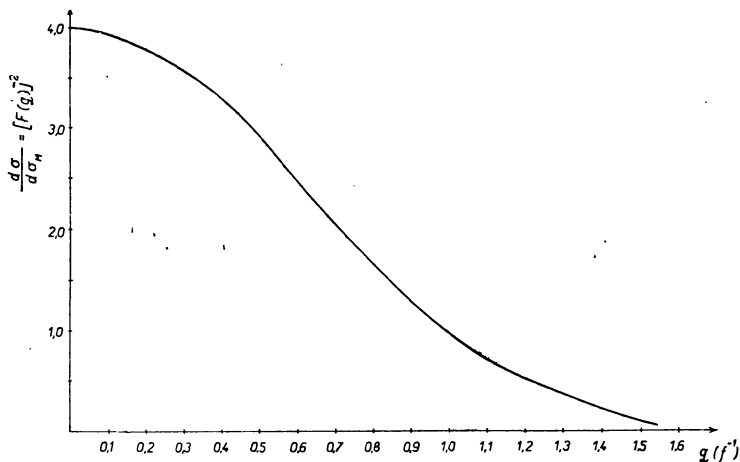
kde  $a$  je vhodně zvolený parametr. Nejlepšího souhlasu se dosáhlo při  $a = 1,6$  f. Dosadíme-li (21) do (13'), po snadné integraci dostaneme pro hustotu náboje v jádře  $\text{He}_2^4$  vztah

$$(21') \quad \varrho(r) = \varrho_0 e^{-r^2/a^2}, \quad \varrho_0 = \frac{2}{\pi^{3/2} a^3}.$$

Střední kvadratický poloměr  $\langle r^2 \rangle^{1/2}$  je pak roven

$$(21'') \quad \langle r^2 \rangle^{1/2} = \left[ \int r^2 \varrho(r) d^3r \right]^{1/2} = a\sqrt{3}.$$

Je zajímavé porovnat závislost (21'') s teoretickou závislostí, k níž vede slupkový model jádra (viz např. [4]). Zvolíme-li HARTREEHO jaderné pole ve tvaru tzv. osciláto-



Obr. 1.

rového potenciálu  $U(r) = -U_0 + \frac{1}{2}M_0\omega^2 r^2$ , pak z řešení Schrödingerovy rovnice  $H\psi = E\psi$  plyne pro hustotu náboje v jádře  $\text{He}_2^4$  následující závislost [5]:

$$(22) \quad \varrho(r) = \frac{2}{(2\pi\lambda^2)^{3/2}} e^{-1/2 r^2/\lambda^2}, \quad \lambda^2 = \frac{\hbar^2}{2M_0\hbar\omega}.$$

Srovnáním (21') a (22) dostaneme vztah

$$(22') \quad a^2 = 2\lambda^2.$$

Pro jádra  $\text{C}_6^{12}$  a  $\text{O}_8^{16}$  byla zjištěna závislost

$$\varrho(r) = \varrho_0 \left[ 1 + \frac{Z-2}{3a^2} r^2 \right] e^{-r^2/a^2}$$

s hodnotami  $a = 1,6$  f pro  $Z = 6$ , resp.  $a = 1,72$  f pro  $Z = 8$ . Pro kyslík tak dostaneme

$$(23) \quad \varrho(r) = \varrho_0 \left[ 1 + 2 \frac{r^2}{a^2} \right] e^{-r^2/a^2},$$

$$\langle r^2 \rangle^{1/2} = 3a\sqrt{2}.$$



Slupkový model přivádí k závislosti [5]

$$(24) \quad \rho(r) = \frac{2}{(2\pi\lambda^2)^{3/2}} \left(1 + \frac{r^2}{\lambda^2}\right) e^{-1/2 r^2/\lambda^2},$$

$$\langle r^2 \rangle^{1/2} = 6\lambda.$$

Srovnání rovnic (23) a (24) opět vede k závislosti  $a^2 = 2\lambda^2$ .

Pro hustotu jádra  $\text{Ca}_{20}^{40}$  byla zjištěna závislost

$$(25) \quad \rho(r) = \rho_0 \left[ \frac{5}{2} + 2 \frac{r^4}{a^4} \right] e^{-r^2/a^2},$$

$$\langle r^2 \rangle^{1/2} = a \sqrt{60},$$

což je opět ve shodě s teoretickým výsledkem slupkového modelu.

Vcelku lze říci, že u lehkých jader (až do  $\text{Ca}_{20}^{40}$ ) jsou experimentální výsledky vesměs v dobré shodě se slupkovým modelem.

Rozložení náboje většiny středních a těžkých jader ( $A \gtrsim 40$ ) lze s dostatečnou přesností popsat dvouparametrickým rozdělením

$$(26) \quad \rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + \exp\left(\frac{r - R_0}{a}\right)}.$$

Grafický průběh této funkce je znázorněn na obr. 2. Konstanta  $\rho_0$  je určena normovací podmínkou

$$(27) \quad \int \rho(r) d^3r = Z$$

a parametry  $R_0$  a  $a$  nutno určit pro každé jádro odděleně. Parametr  $R_0$  určuje vzdálenost od středu jádra, při níž hustota  $\rho$  je rovna polovině hustoty  $\rho_0$ :

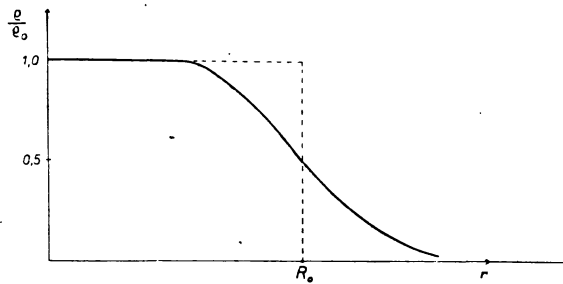
$$(28) \quad \rho(R_0) = \frac{1}{2}\rho_0.$$

Hofstadter [3] se svými spolupracovníky prováděl měření

závislosti parametru  $R_0$  na hmotovém čísle  $A$ . Z výsledků měření vyplynul závěr, že veličina

$$(29) \quad r_0 = \frac{R_0}{A^{1/3}}$$

je prakticky konstantní a leží v mezích od 1,2 f do 1,3 f. Rovnice (29) pak určuje známou závislost poloměru  $R_0$  jádra na hmotovém čísle  $A$ . Veličina  $a$ , vystupující v rozdělení (26), se pohybuje kolem 0,5 f.



Obr. 2.

Rozdělení (26) připomíná rovnovážné rozdělení fermionů podle energií

$$(30) \quad n_j = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{\varepsilon_j - \varepsilon_F}{kT}\right)},$$

kde  $\varepsilon_F$  je Fermiho energie a ostatní symboly mají standardní smysl. Lze proto říci, že závislost hustoty náboje na vzdálenosti je dána stejnou funkcí jako je závislost Fermiho rozdělovací funkce na energii. Rozdělení (26) se však nepodařilo teoreticky zdůvodnit.

Je však třeba zdůraznit, že rozdělení (26) není jediné, které dává dobrou shodu s experimentálními výsledky. Tak např. modifikovaný Gaussův model

$$(31) \quad \varrho(r) = \frac{\varrho_0}{1 + \exp\left(\frac{r^2 - R_0^2}{a^2}\right)}$$

dává v mnoha případech úhlové rozdělení, které je v mezích pozorovacích chyb (kolem 15%) neodlišitelné od úhlového rozdělení plynoucího z Fermiho rozdělení (26).

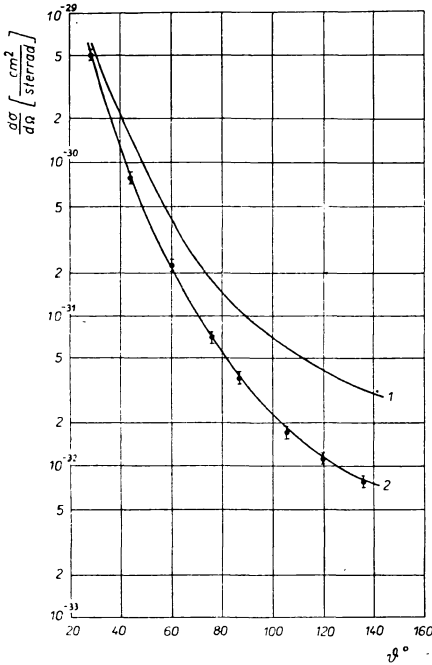
## 2. Nukleon

HOFSTADTER dosáhl se svými spolupracovníky mnoha významných úspěchů také při studiu elektromagnetické struktury nukleonu.

Elektromagnetická struktura protonu byla studována pomocí rozptylu vysokoenergetických elektronů na plynném vodíku pod vysokým tlakem (140 kg/cm<sup>2</sup>).

Už první pokusy ukázaly na vliv prostorového rozložení náboje a magnetického momentu protonu na rozptyl elektronů. Na obr. 3. je znázorněno úhlové rozdělení elektronů s počáteční energií  $\varepsilon = 400$  MeV.

Z experimentálních křivek lze určit tvarový faktor  $a$  z něho pak najít rozdělení náboje a magnetického momentu protonu. Ve skutečnosti však jde o určení dvou funkcí  $F_1$  a  $F_2$  (viz rovnici (19)). Z rovnice (19) je však vidět, že Diracův tvarový faktor  $F_1$  určuje především rozptyl na malé úhly, kdežto Pauliho tvarový faktor  $F_2$  se uplatní především při rozptylu na velké úhly. (Při  $\vartheta \rightarrow \pi$  je  $\text{tg } \frac{1}{2}\vartheta$  veliké.) Tato skutečnost dovoluje najít oba faktory odděleně. (O určení podílu  $F_1/F_2$  viz dále.) Rozbor



Obr. 3. Rozptyl elektronů s energií  $\varepsilon = 400$  MeV na protonech. Křivka 1 odpovídá rozptylu na bodovém náboji  $e$  a bodovém magnetickém momentu  $\mu = 2,79\mu_0$ . Křivka 2 představuje experimentální závislost.

experimentálního materiálu vede k závěru, že pro proton nejlépe vyhovují tvarové faktory

$$(32) \quad F_{1p} = F_{2p} = \left[ 1 + \frac{q^2 a^2}{12} \right]^{-2}.$$

To znamená, že rozdělení  $q_{1p}$  Diracovy komponenty náboje a magnetického momentu je stejné jako rozdělení  $q_{2p}$  anomální Pauliho komponenty, přičemž

$$(33) \quad q_{1p} = q_{2p} = \frac{3\sqrt{3}}{\pi a^3} e^{-\sqrt{12} r/a}.$$

Poslední rovnici jsme získali dosazením (32) do (13') a elementární integrací. Střední kvadratický poloměr odpovídající rozdělení (33) je roven

$$(34) \quad \langle r^2 \rangle^{1/2} = \left[ \int 4\pi r^2 q(r) dr \right]^{1/2} = a.$$

Z Hofstadterových experimentů plyne pro střední kvadratický poloměr hodnota

$$(35) \quad \langle r_{1p}^2 \rangle^{1/2} = \langle r_{2p}^2 \rangle^{1/2} = a = (0,80 \pm 0,05) f.$$

Pozoruhodný je především ten fakt, že Diracův poloměr  $\langle r_{1p}^2 \rangle^{1/2}$  je stejně veliký jako Pauliho poloměr  $\langle r_{2p}^2 \rangle^{1/2}$  a že oba asi čtyřnásobně převyšují Comptonovu vlnovou délku protonu

$$(36) \quad \lambda_0 = \frac{\hbar}{M_0 c} \cong 0,2 f.$$

Původní Hofstadterův předpoklad (32) je možno prověřit tak, že budeme držet konstantní veličinu  $q^2$  a měnit energii a úhel rozptylu. Z takového uspořádání pokusu lze určit (nezávisle na analytickém tvaru  $F_1$  a  $F_2$ ) podíl  $F_1/F_2$ . Z pokusů vyplynula hodnota

$$(37) \quad \frac{F_1}{F_2} = 1,1 \pm 0,2.$$

V mezích pozorovacích chyb je možno skutečně položit  $F_{1p} = F_{2p}$ .

Jak jsme uvedli v teoretické části, je nutno elektromagnetickou strukturu neutronu studovat pouze nepřímo pomocí elektrodezintegrace deuteronu. Z experimentálně známých závislostí  $d\sigma_d^{des}$  a  $d\sigma_p$  lze určit rozptyl na neutronech:

$$d\sigma_n = d\sigma_d^{des} - d\sigma_p.$$

První experimenty tohoto druhu provedli v roce 1958 YEARIAN a HOFSTADTER [6]. Výsledek experimentů byl dosti překvapující. Ukázalo se totiž, že tvarový faktor  $F_{2n}$  souhlasí v mezích pozorovacích chyb s tvarovým faktorem  $F_{2p}$  protonu, kdežto tvarový faktor  $F_{1n}$  je roven nule:

$$(38) \quad F_{1n} = 0, \quad F_{2n} = \left[ 1 + \frac{q^2 a^2}{12} \right]^{-2}$$

Pro střední kvadratický poloměr  $\langle r_{2n}^2 \rangle^{1/2}$  vplynula hodnota blízká analogické veličině pro proton, a to

$$(39) \quad \langle r_{2n}^2 \rangle^{1/2} = a = (0,85 \pm 0,10) f.$$

Yearianův a Hofstadterův experiment provedl později (na návrh Hofstadterův) SOBOTTKA [7]. Sobottkův experiment potvrdil předešlý výsledek  $F_{1n} = 0$ ,  $F_{2n} = F_{2p}$ , avšak experimentální chyby jsou stále ještě velké, takže tento výsledek nelze pokládat za definitivní. Sobottka také měřil podíl  $F_{1n}/F_{2n}$  (obdobně jako se měří  $F_{1p}/F_{2p}$ ). Důsledná analýza experimentálních dat dovoluje pouze tvrdit, že pro oblast hodnot

$$5,1 f^{-2} < q^2 < 12,8 f^{-2},$$

pro níž bylo měření prováděno, platí nerovnost

$$-2,5 < \frac{F_{1n}}{F_{2n}} < +0,5.$$

I přes poměrně velké experimentální chyby lze však tvrdit, že elektromagnetická struktura neutronu se liší od elektromagnetické struktury protonu.

Poslední výsledek je potvrzen i jinými nezávislými experimenty s rozptylem tepelných neutronů na elektronech. Pokusy lze nejhodněji provádět na atomech vzácných plynů, poněvadž magnetický moment elektronového obalu těchto atomů je roven nule. Výsledný rozptyl neutronů na atomu je pak dán superpozicí jaderného a elektromagnetického rozptylu. Experimentálně je možné oba druhy rozptylu od sebe odlišit, takže z výsledků pokusu lze usuzovat na elektromagnetickou interakci neutronu s elektronem. Interakce tepelného neutronu s elektronem se bude skládat ze dvou členů: elektrického a magnetického. Magnetická interakce je dána působením náboje elektronu s magnetickým momentem neutronu. Má-li neutron jisté rozdělení elektrického náboje (charakterizované středním kvadratickým poloměrem  $\langle r_{en}^2 \rangle^{1/2}$ ), bude existovat jistá elektrostatická interakce mezi tepelným neutronem a elektronem. Pro hloubku efektivní potenciální jámy  $U_0$  lze odvodit vztah

$$(40) \quad U_0 = \frac{3e}{r_0^3} \langle r_{en}^2 \rangle + \frac{3\mu_n}{r_0^3},$$

kde  $r_0 = \frac{e^2}{mc^2} \cong 2,8 f$  je tzv. klasický poloměr elektronu a  $\mu_n \cong -1,91\mu_0$  je magnetický moment neutronu. Z experimentální hodnoty [8]  $U_0 = -(3860 \pm 370) eV$  plyne

$$(41) \quad \langle r_{en}^2 \rangle^{1/2} \cong 6 \cdot 10^{-4} r_0 \cong 1,7 \cdot 10^{-18} \text{ cm}.$$

## ZÁVĚR

Určení tvarových faktorů nukleonu patří bezesporu k největším úspěchům experimentální fyziky posledních let. Překvapivý výsledek  $F_{1n} = 0$ ,  $F_{2n} = F_{2p}$  byl zpočátku

interpretován jako důsledek narušení platnosti kvantové elektrodynamiky na vzdálenostech řádově 1 f, popř. jako důsledek narušení nábojové symetrie.

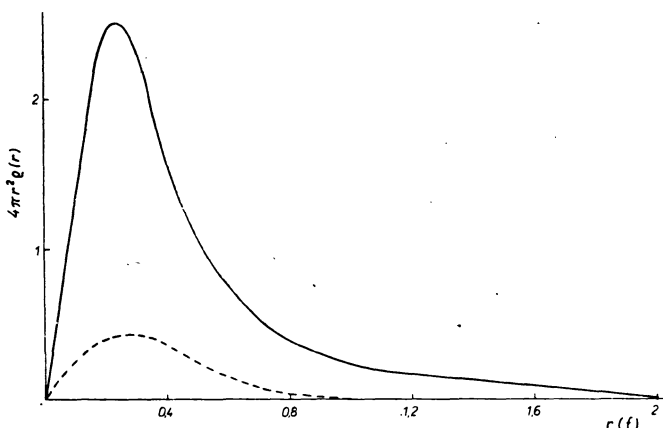
Z pionového modelu nukleonu lze totiž usoudit, že hustota elektrického náboje  $\pi$ -mezonového oblaku v protonu je stejně veliká, avšak obráceného znaménka než hustota náboje  $\pi$ -mezonového oblaku v neutronu, tj.

$$(42) \quad \rho_{ep} = -\rho_{en}.$$

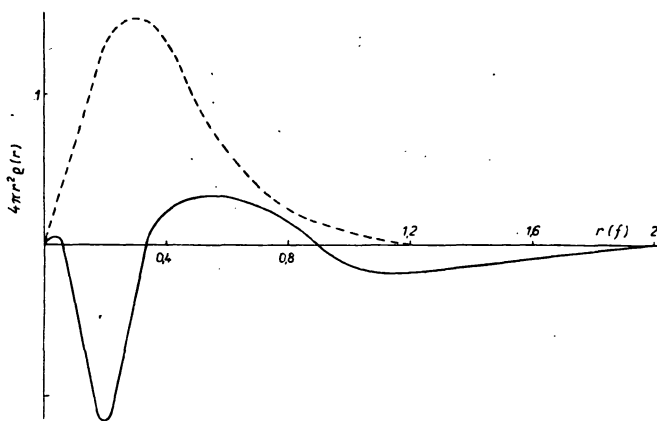
Protože experimenty toto očekávání nepotvrdily, usuzovalo se odtud na narušení nábojové symetrie, popř. na narušení běžných zákonů elektromagnetické interakce (jichž se používá k interpretaci experimentů) na malých vzdálenostech řádově 1 f.

D. BLOCHINCEV [9] však ukázal, že takový závěr by byl příliš ukvapený. Rovnice (42) je totiž správná pouze v periferní oblasti nukleonu, v níž lze předpokládat, že jednomezonová aproximace představuje dobré přiblížení. V centrální části nukleonu (nukleonu) může však docházet k vícemezonové emisi, k emisi těžkých mezonů, k tvoření nukleon-antinukleonových párů ap. Všechny tyto procesy ovlivní hustotu náboje a magnetického momentu nukleonu.

Z experimentálních dat rozptylu mezonů  $\pi$  na nukleonech lze získat jisté informace o nukleonu a pomocí nich určit rozdělení náboje a magnetického momentu nukleonu. Pro nedostatek místa se nemůžeme zabývat podrobnostmi výpočtu (viz např. [10]), proto uvedeme pouze výsledek. Na obr. 4. a 5. je znázorněno rozdělení náboje



Obr. 4. Rozdělení náboje v protonu (plná čára) a rozdělení náboje v protonovém nukleonu (přerušovaná čára).



Obr. 5. Rozdělení náboje v neutronu (plná čára) a rozdělení náboje v neutronovém nukleonu (přerušovaná čára).

v protonu a neutronu podle Blochincevovy teorie, která bere v úvahu existenci nukleonu. Je vidět, že v periferní oblasti  $r \gtrsim 1$  f je skutečně  $\rho_{ep} = -\rho_{en}$ , kdežto při menších vzdálenostech hustota  $\rho_{en}$  osciluje, což vede k malé hodnotě elektrického poloměru neutronu  $\langle r_{en}^2 \rangle^{1/2}$ . Pro rozdělení magnetického momentu protonu a neutronu dává Blochincévova teorie správný výsledek. Je vidět, že existence nukleonu dovoluje jednoduše vysvětlit stejnou magnetickou, avšak rozdílnou elektrickou strukturu protonu a neutronu.

Vcelku lze říci, že experimentální výsledky jsou až do energií  $\varepsilon = 600$  MeV (tj. vzdáleností  $r \cong 0,4$  f) konzistentní s běžnými zákony elektromagnetické interakce. Dá se však ukázat (viz např. [11]), že k určení eventuálních odchylek od běžných zákonů elektromagnetické interakce je třeba Hofstadterovy experimenty modifikovat: provádět rozptyl polarizovaných relativistických elektronů na polarizovaných nukleonech. Uskutečnění takového experimentu je pravděpodobně snazší než experimentu s čistým elektron-elektronovým rozptylem pomocí vstřicných svazků.

Z tohoto krátkého přehledu je vidět, že studium elektromagnetické struktury atomových jader a nukleonů pomocí relativistických elektronů má velmi slibné perspektivy jak v jaderné fyzice (ověření různých modelů), tak v oblasti kvantové teorie pole a teorie elementárních částic (zkoumání eventuálních odchylek od zákonů kvantové elektrodynamiky ap.). Lze proto právem očekávat, že další zvýšení technických možností a zvýšení experimentální přesnosti podstatně prohloubí naše poznatky o stavbě hmoty.

#### Literatura

- [1] SALTZMANN G.: Phys. Rev. 99 (1955), 973.
- [2] ACHIEZER A., BERESTECKIJ V.: *Kvantovaja elektrodinamika*, GITTL Moskva, 1959.
- [3] HOFSTADTER R.: Rev. Mod. Phys. 28 (1956), 214.
- [4] KVASNICA J.: PMFA 6 (1961).
- [5] KVASNICA J., JANOUGH F.: *Úvod do teorie atomového jádra II*, SNTL Praha, 1962.
- [6] YEARIAN M., HOFSTADTER R.: Phys. Rev. 111 (1958), 934.
- [7] SOBOTKA S.: Phys. Rev. 118 (1960), 831.
- [8] RABI I.: Phys. Rev. 82 (1951), 345.
- [9] BLOCHINCEV D. et al.: UFN 68 (1959), 417.
- [10] KVASNICA J.: Čs. čas. fys. 10 (1960), 333.
- [11] TOLAR J.: Cz. J. Phys. B 11 (1961), 799.