

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Alena Šarounová

Geometrie a malířství. Zrození lineární perspektivy

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 40 (1995), No. 3, 130--150

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/139060>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1995

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

Geometrie a malířství

Zrození lineární perspektivy

Alena Šarounová, Praha

Umění doprovází lidstvo od pradávna. Je pravděpodobně nutnou součástí duševního života lidské pospolitosti. Právě v umění — obdobně jako ve vědě — se projevuje vše podstatné, čím „člověk moudrý“, Homo sapiens, přesahuje ostatní životní formy našeho světa. Umění stejně jako věda vystupuje v mnoha rolích od moci, která zotročuje lidského ducha, po zázračný lék vysvobozující člověka z hlubin nejistoty a prostředek umožňující nám prožít pocity tvůrce krásy a harmonie a lépe poznat sebe sama.

Umění je jedním ze způsobů dorozumívání, komunikace. Musí k někomu promlouvat. Někdy umělec prostřednictvím svého díla „hovoří sám se sebou“, aby zhmotnil a tím lépe pochopil svůj vnitřní svět; jindy se snaží ovlivnit ve svůj prospěch „nadpřirozené síly“. Nejčastěji ovšem je dílo určené druhým lidem: má jim sdělit nějaký příběh, zachovat atmosféru prchajících okamžiků, ozvláštnit významné prostory, připomínat důležité mravní kodexy či působit ve prospěch nějaké ideologie. A tak i v malířství se setkáváme s nejrůznějšími náměty a formami jejich zpracování od expresionistického vyjádření vlastních pocitů přes magické obrazy určené „neznámé síle“, ilustrace náboženských příběhů a podobenství až po realitu portrétů a krajin.

Umělecký zážitek toho, kdo zhotovené dílo pozoruje, je zpravidla podmíněn jeho duševní aktivitou. Plnohodnotné vnímání výtvarného díla je nemyslitelné bez vidění. Nejde ovšem o jakékoli vidění, ale o vidění uvědomělé. Do takového vidění vstupuje, aniž bychom o tom věděli, mnoho subjektivních činitelů. Nevidíme totiž zcela objektivně to, co nás obklopuje, zaměřujeme svou pozornost na to, k čemu jsme právě disponováni. Jsme ovlivněni kulturou, prostředím, svou osobností, zkušeností, náladou — ale i okamžitými potřebami našeho těla. Velmi záleží na tom, k čemu jsme připraveni, co očekáváme, a tedy podvědomě v díle vyhledáváme. Není-li naše očekávání naplněno, pociťujeme často nelibost a rozladění. Jen si vzpomeňte, co krásných uměleckých děl nebylo původně společností přijato! Tato díla „předběhla svou dobu“ a teprve později dosáhla zaslouženého uznání.

* * *

Samo vidění je velmi složité; ještě složitější je zobrazování viděného. A to i tehdy, jedná-li se o prosté zobrazení nějakého předmětu bez uměleckých ambicí. Známe to dobře ze školy. Co práce dá dětem správně zachytit na obrázku geometrická tělesa! (Uvědomte si, kolika pravidly je takový náčrtek ovlivněn a jakou roli zde hraje pozorování skutečného tělesa!)

PhDr. ALENA ŠAROUNOVÁ, CSc. (1940), pracuje na katedře didaktiky matematiky MFF UK, Sokolovská 83, Praha 8.

Malíř chce prostřednictvím obrazu vyjádřit své pocity a myšlenky; obrací-li se zhotovovaným dílem k lidem, musí počítat s jejich názory a zkušenostmi, tj. s připraveností publika dílu porozumět. Záleží tedy na jeho schopnosti vnímat společenskou atmosféru a vývojové proudy, na okruhu jeho „zákazníků“, na objednateli díla, na finanční závislosti či nezávislosti umělce na mecenáších... Na pozadí všech těchto vlivů řeší problémy rázu technického: jak sladit své představy a malířské zkušenosti s účelem zobrazovaného, s polohou a velikostí plochy pro malbu, s použitou technikou a případně místními zvyklostmi.

Tím jsme ještě nevyčerpali všechny vlivy, které vymezovaly v historii hranice skutečných možností umělecké tvorby. Do hry vstupuje i silně působící hledisko pramenící z náboženské ideologie, totiž filozofický problém: *Kdo je malíř? Je to svobodný tvůrce obrazů vycházejících z jeho myšlenek a fantazie či „nástroj boží“, jehož úkolem je pracovat k větší cti a slávě svého boha zobrazováním toho, co je stvořením božím?*

V homérském Řecku hrál značnou společenskou roli tzv. „demiúrgos“. Toto slovo se často velmi nepřesně překládá jako „řemeslník, dělník“. Ve starořecké společnosti jsou demiúrgové *odborníci, kteří plní dědičně skutečnou sociální funkci, z níž pro ně vyplývá zvláštní postavení a vlastní zvykové stanovy* (Émile Mireaux [M]).

Demiúrgos je stvořitelem jisté věci, původcem jistého děje. Ještě ve středověku můžeme najít známky chápání boha jako jedinečného „řemeslníka“, demiúrga, který je tvůrcem našeho světa. Při své činnosti — aktu stvoření — pracoval na obrazech některých malířů obdobně jako demiúrgové homérských příběhů s nástroji obdařenými čarovnou mocí. Např. ve Velislavově bibli ze 14. století Kristus — stvořitel kružidlem rozměruje beztvarou materii a odděluje světlo od tmy, aby tak vytvořil náš vesmír.

Evropské umění bylo hluboce ovlivněno křesťanstvím. Jestliže v předkřesťanských dobách byly volně tvořeny obrazy pohanských bohů, pak již raní křesťané se vyhýbali sochařskému ztvárnění svého boha, aby nedocházelo se strany prostých, nepoučených lidí k jeho záměně s příslušníky antického Pantheonu. Úkolem malířů bylo ilustrovat biblické příběhy. V křesťanské církvi se během času vyhraňovaly zcela protichůdné názory na výtvarné umění. „Užitečnost“ obrazů uznával např. papež Řehoř Veliký (konec 6. století):

Obraz může mít pro ngramotné stejný význam jako má písmo pro ty, kdo umějí číst.

Ve východní — byzantské — větvi křesťanství po období obrazoborectví převážil názor, že obrazy jsou nejen užitečné, ale dokonce posvátné, neboť jsou to podoby boha. Uctívání boha prostřednictvím jeho podob je záslužné, vždyť i Ježíš se zjevil světu v lidské podobě. Tyto podoby boží však musí být namalovány podle určitých pravidel. Výsledkem tohoto přístupu k obrazům je tvorba ikon. Malíř ikon se musí řídit přísnými předpisy. Je mu dovoleno používat jen jistých typů kompozičních schémat a barev, protože každý detail obrazu má svůj symbolický smysl.

Ani v západní církvi neměl umělec svobodu tvorby. Druhý koncil v Nice (r. 787) rozhodl:

Malíři patří toliko namalování, sestavení a uspořádání náleží pouze otcům.

Ještě ve stanovách malířského cechu v Sieně můžeme číst:

Milostí boží jsme povoláni ukazovat nevzdělaným, kteří nedovedou číst, podivuhodné věci, jež byly vykonány skrze svatou víru...

A úkolem cechu bylo — kromě jiného — dohlížet na to, aby jeho členové příslušná pravidla a zvyklosti skutečně dodržovali.

Postavení malířů nebylo ve středověku záviděníhodné. Např. ve Florencii ve 14. století byli malíři začleněni do cechu *Medici e specialisti* společně s lékaři, lékárníky, drogisty, obchodníky s barvami a chemikáliemi, voskaři, výrobci mořidel a bylinkáři — a to jako „poslední ze všech“. Aby pozvedli svou společenskou prestiž, dali se tehdy do ochrany sv. Lukáše, protože mu podle pověsti stála modelem sama Panna Maria.

Svobodnější postavení měli sochaři a architekti, kteří se sdružovali do stavebních hutí.

Problém svobody tvorby se týkal vědy i umění. Už to, že se o něm začalo mluvit, signalizovalo významné změny ve společenském vědomí. V oblasti malířství nacházíme názory polemizující se starším postojem církve např. v knize *Il libro dell'arte* — Kniha o umění středověku (viz [C]); malíř Cennino Cennini zde popsal tehdy známé malířské techniky. Pro nás je důležitý jeho názor vyslovený v 1. kapitole:

A nadevše nejúčtyhodnější jest věda: za ní následovaly příbuzné jakési, které arcí v ní majíce základ, pracují zručností: a tuť jest uměna, jež se nazývá malba, k níž přináleží míti představivost a zručnost, aby věci neviděné, kryjící se v podobách (stínech) věcí přirozených, byly vymyšleny a rukou vytvořeny a tím aby se před zrakem zjevilo to, co není skutečné. (Zdůraznila AŠ)

Tímto pojetím umění Cennino vysoko převyšuje své současníky i dobu nejbližší následující. Není důležité, převzal-li je od Giotta (který jeho otce, rovněž malíře, držel při křtu na ruce) či vyslovil svůj vlastní názor. Podstatné je, že tento názor zformuloval a zveřejnil.

Malířský ateliér 14. a 15. století se velice lišil od dnešního. *Bottega* — jak se nazýval — připomínala spíše dílnu všeměla a školu zároveň. Pracovalo se zde na obrazech a sochách, vynalézaly se nové pracovní nástroje, zbraně a nejrůznější mechanismy, vyráběly se obřadní kalichy, mešní roucha, hudební nástroje a brnění — ale i karnevalové masky... Mistr malíř, jemuž *bottega* patřila, musel být současně i sochařem, architektem, stavitelem opevnění, slévačem, zlatníkem a znalcem řady dalších činností.

V první polovině 15. století spolu s růstem bohatství měšťanů italských měst dochází i ke zlepšení společenského postavení nejlepších malířů a sochařů. Každý bohatý měšťan chtěl ozdobit svůj dům obrazem; úspěšně obchodující města nutně potřebovala reprezentativní budovy a sochy. Vznikla velká poptávka po uznávaných umělcích, kteří tak přestali být existenčně závislí na jediném „mecenáši“ a osvobodili se i duchovně od nadvlády církve. Začali dokazovat i svými traktáty (vědeckými pojednáními), že umění není jen činnost šikovné ruky, ale také činnost duchovní, činnost vědecká, protože pomáhá poznat přírodu i člověka. Vědě vůbec přikládali velký význam.

Ten, kdo nic neví, ať si je třeba šlechticem podle své krve, bude bez vědomostí považován jen za hulváta.

Leone Battista Alberti (1404–1472)

A skutečně: malíři té doby studovali optiku, zabývali se geometrií, mechanikou a hydraulikou, pitvali lidská i zvířecí těla, aby pochopili jejich stavbu, a všestranně pozorovali přírodu. Velmi se zasloužili o rozvoj přírodních věd. Myslím, že tato jejich role není dosud plně doceněna.

Jedním z objevů této bouřlivé doby je i lineární perspektiva.

Zaměříme se nyní pouze na jednu stránku výtvarného díla! Budeme se věnovat snaze o geometrické ovládnutí prostoru v dílech malířů a způsoby znázornění trojrozměrného prostoru na ploše obrazu. Uvědomme si však, že toto hledisko není jedinou měrou, jíž lze ohodnotit velikost uměleckého díla! (Rozhodně nebývá měrou podstatnou.) Každá historická epocha má své estetické normy a své vlastní způsoby výtvarného vyjadřování. Je nesmyslné říci, že Leonardův obraz *Klanění králů* je lepší než např. Munchův *Křik* z roku 1895, protože Leonardo na rozdíl od Muncha v něm prokázal znalost lineární perspektivy. Ani Práxitelův *Hermés* není „dokonalejší sochou“ např. ve srovnání s poslední *Madonou* Michelangelovou, přestože je dokonale propracován, ale Madona jen v hrubých rysech vystupuje z kamene.

Již jeskynní malby v Altamire či ve Francii prokazují mistrovství v zachycení charakteristických znaků zobrazovaných zvířat. Kresby, rytiny i malby jasně dokládají, jakými způsoby se umělci vypořádávali se svým úkolem. Porovnáme-li např. tato jeskynní díla, egyptské reliéfy, etruské obrazy z pohřebišť, řecké a helénistické výtvarné umění, jasně před námi vyvstanou tři okruhy problémů, s nimiž se umělci potýkali:

- zobrazení „postavy“ (člověk, zvíře, ...),
- zachycení vztahů mezi postavami,
- znázornění prostoru, do něhož jsou postavy umístěny.

Způsoby, jimiž se v historii tyto problémy řešily, jsou velmi blízké vývoji výtvarných projevů dětí. I ty se naučí nejprve kreslit jednotlivé postavy (či spíše schémata postav) a později skupiny dvou a více postav tak, aby vyjádřily i vztahy mezi nimi. Prostor, v němž zobrazované postavy žijí, je naznačen zprvu symbolicky a jen zvolna se zlepšuje výtvarné ztvárnění reálných vztahů mezi velikostí a polohou postav a jejich prostředím.

Umělci — stejně jako děti — mohou na obraze zachytit, co cítí, co považují na zobrazovaném za nejdůležitější, nebo co o něm vědí. „Realistický obraz“ skutečnosti — tj. nakreslení toho, co skutečně svými očima vidíme — je jen jednou z možností a děti (i umělci v minulosti) se k ní propracovávají poměrně pozdě.

Postavy bývaly zakresleny ve význačných, charakteristických polohách (zvíře z profilu, lidské hlavy a nohy rovněž, tělo však zepředu). Hloubka prostoru se naznačovala různou velikostí postav. Postavy v popředí bývaly veliké, ty vzdálenější menší. Často však velikost postavy vyjadřovala váhu, společenské postavení člověka (např. velký faraon, menší jeho manželka a děti, ještě menší služebníci — nebo: veliký Kristus na kříži, menší apoštolové pod křížem ...). V pozdějších dobách, kdy se velikosti postav blížily realitě, přebírá tuto roli zdůraznění podstatného *kompozice obrazu*: klíčová postava, symbol, vztah nebo děj bývají umístěny do kompozičního centra výtvarného díla.

Snahy o reálné zachycení prostoru jsou prokazatelné v etruském výtvarném umění. Náznaky perspektivního zobrazování můžeme pozorovat u dochovaných nástěnných

maleb a mozaik z Pompejí. Obrazy rovnoběžných (neprůčelných) hran znázorněných místností se sbíhají zhruba do středu plochy obrazu; střed sám je vyplněn postavami, které úspěšně „zakryjí nedořešené geometrické problémy“ malby. Drobné předměty na obrazech jsou však znázorněny spíše ve volném rovnoběžném promítání, takže celek se prohřešuje proti geometrickým zásadám „správného“ zobrazení prostoru, jak vidíte na obr. 1.



Obr. 1. Geometrické prohřešky na pompejských malbách.

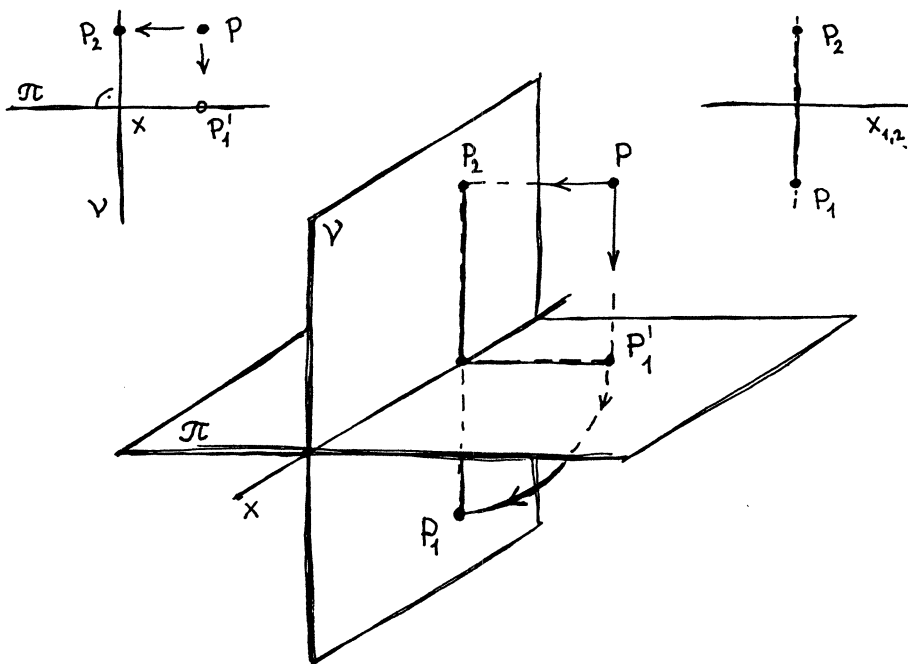
Teorii výtvarného umění se lidé zabývali již ve starověku. Mnohé ze znalostí shrnul ve svém díle *De architectura libri decem* (Deset knih o architektuře) římský architekt P. M. Vitruvius (31 př. n. l. – 14 n. l.), stavitel císaře Augusta. Někteří badatelé se domnívají, že Vitruvius znal dokonce *úběžník* — společný průsečík obrazů přímk ve skutečnosti rovnoběžných (viz dále).

Uvědomělé hledání zákonitostí perspektivy je však prokazatelné až ke sklonku doby gotické a v období nastupující renesance. Abychom mohli objevy malířů popsat a zhodnotit, musíme si nejprve sami o základech lineární perspektivy něco povědět.

V praxi se užívá několik druhů *promítání*, pomocí nichž můžeme na nějakou plochu (nejčastěji rovinu) zobrazit prostorové útvary. Při této práci jsou důležité dvě podmínky:

- (1) Zvolíme-li už promítání a polohu příslušného tělesa vůči ploše, do níž promítáme, musí být tento obraz určen jednoznačně.
- (2) Je-li ve zvoleném druhu promítání správně zakreslen obraz (či obrazy, většinou se pracuje s dvojicí obrazů) daného tělesa, je možné zpětně jednoznačně rekonstruovat jeho tvar i polohu.

Jistě si vzpomínáte z dob svého studia na Mongeovo promítání (neboli pravoúhlé promítání na dvě navzájem kolmé průmětny, jak zní celý název), v němž bodu P prostoru přiřadíme dvojici bodů P_1 a P_2 , což jsou sdružené průměty bodu P (viz obr. 2). Bod P_2 je pravoúhlým průmětem bodu P do svislé roviny ν zvané nárysna; bod P_1 získáme otočením (resp. sklopením) půdorysné roviny π kolmé k nárysně podle



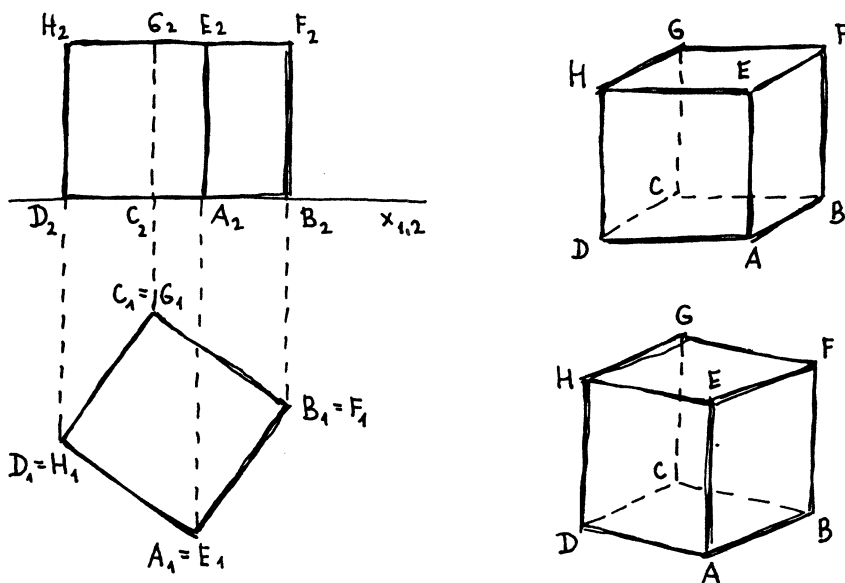
Obr. 2. Mongeovo promítání — poloha průměten, konstrukce obrazů bodu P , dvojice sdružených průmětů bodu P .

průsečnice těchto dvou rovin — přímky x — do nárýsu. Přitom se otočí pravoúhlý průmět P_1' bodu P do půdorysu spolu s touto rovinou do polohy P_1 .

Tímto postupem získáme ke každému bodu X prostoru jednoznačně určenou dvojici bodů $[X_1, X_2]$. Tím je (pro body) splněna podmínka (1) řádného promítání. Ale i obráceně: k dvojici bodů $[P_1, P_2]$ ležících v průmětně ν na jedné svislé přímce (tzv. *ordinále*) zřejmě zrekonstruujeme opačným postupem jediný bod P , jak to vyžaduje podmínka (2).

V učebnicích matematiky je pro znázornění těles užito zpravidla volné rovnoběžné promítání. Toto promítání je velice názorné a jednoduché, trpí však jedním nedostatkem: nesplňuje podmínku (2), neboli neumožňuje zpětnou rekonstrukci polohy bodů, těles... To však většina úloh, při jejichž řešení jsme takovéto obrázky užívali, ani nevyžadovala. Rovněž tak malířům postačí podmínka (1). Konstrukteři jsou ovšem náročnější, ale jejich požadavky se dále zabývat nebudeme.

Prohlédněte si obr. 3, na němž je třemi různými způsoby zakreslena krychle $ABCDEFGH$. V Mongeově promítání je sestaven její *půdorys* a *nárys*. Zde se můžeme přesvědčit, že jde skutečně o krychli, můžeme změřit velikost její hrany a určit tvar jejích stěn. Rovněž tak „vyčteme“ její polohu vzhledem k půdorysně (na níž leží) i nárýsně. Další dva obrazy krychle jsou provedeny ve volném rovnoběžném promítání. Jsou mnohem názornější, ale o jaký rovnoběžnostěn se jedná, to nepoznáme. Je-li krychle znázorněna v *průčelné poloze* (tj. dvojice jejích stěn je rovnoběžná s myšlenou



Obr. 3. Tři různé „obrazy“ krychle: sružené průměty krychle v Mongeově promítání a dva obrazy ve volném rovnoběžném promítání.

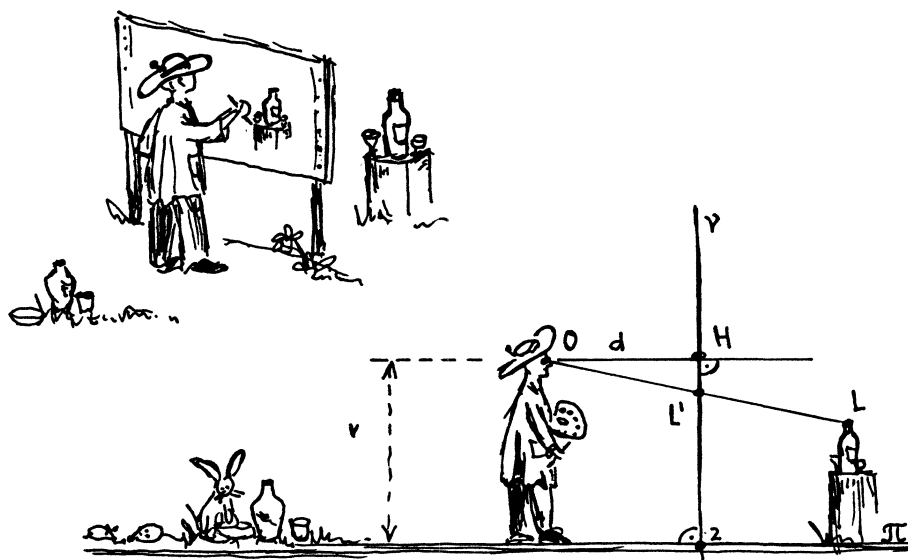
svislou průmětnou) jako na horním obrázku, můžeme zkontrolovat, zda má těleso aspoň nějaké čtvercové stěny. Může to být ovšem i obraz kvádrů (neznáme velikost zkrácení na obrazech přímků kolmých k průmětně) nebo dokonce kosý čtyřboký hranol (nevíme, je-li ve skutečnosti úsečka AB kolmá k rovině AEH).

U obrazu krychle v neprůčelné poloze je nejistot ještě více. Pozorujeme-li však nikoli technický náčrtek, ale výtvarné dílo, poznáme zpravidla z celkového kontextu, jaké předměty jsou zde znázorněny, a proto není na závadu, že rekonstrukce ve smyslu deskriptivní geometrie není možná.

Chceme-li co nejlépe vystihnout naše lidské vidění, musíme pracovat s promítáním nikoli rovnoběžným, ale středovým. Dopouštíme se sice také nepřesnosti, pracujeme pouze s jedním středem promítání (jako kdybychom hleděli na svět jen jedním okem), ale pro malířské účely je to zcela postačující.

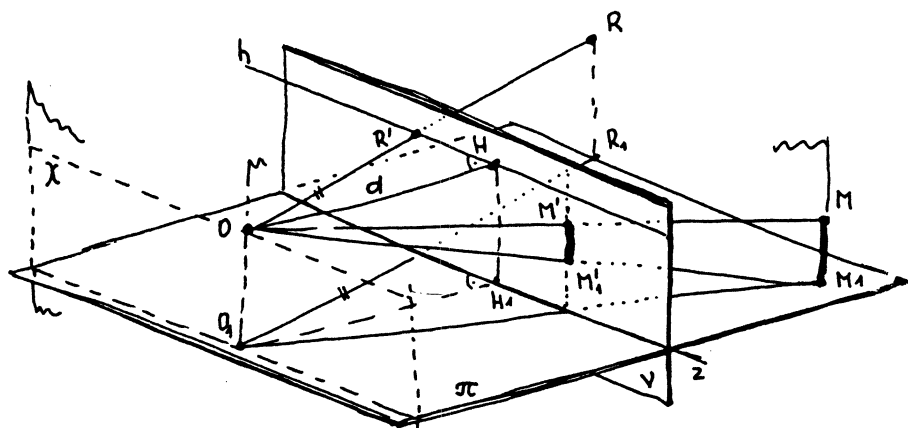
(Pomocí dvou vhodně zvolených středů promítání jsou konstruovány tzv. *anaglyfy*, pomocí nichž získáme dojem, že hledíme skutečně na prostorové útvary, ale to je již „písnička o něčem jiném“.)

Lineární perspektiva je vhodně zvoleným středovým promítáním na vvislou rovinu ν , které říkáme *nákresna*. *Střed promítání* zpravidla nazvaný S (střed) nebo O (oko) leží mimo nákresnu (obr. 4) ve vhodné vzdálenosti od roviny ν a vhodné výšce v nad půdorysnou π . V představách malíře je bod O jeho okem a nákresna plátnem, na němž vytváří své dílo. Zobrazuje předměty, které jsou od něho vzdálenější než plátno budoucího obrazu. Na obr. 4 je takovým „předmětem“ bod L a jeho obrazem bod L' , tedy průsečík přímky OL s nákresnou.



Obr. 4. Malíř vytváří perspektivní obraz „předmětu“ L .

Popišme si celou situaci pomocí správné terminologie a obr. 5! Nákresna ν protíná půdorysnu π v přímce z , které se říká *základnice*. „Oko“ O leží nad půdorysnou ve výšce v , která je rovna velikosti úsečky OO_1 , kde O_1 je půdorys bodu O . *Hlavní bod* H je pravouhlým průmětem „oka“ do nákresny; přímka h rovnoběžná se základnicí a procházející hlavním bodem se nazývá *horizont*. Distance d je rovna vzdálenosti bodu O od nákresny, tedy $d = |OH|$.



Obr. 5. Konstrukce perspektivních obrazů útvarů ležících „za průmětnou“ ν — celková situace v prostoru.

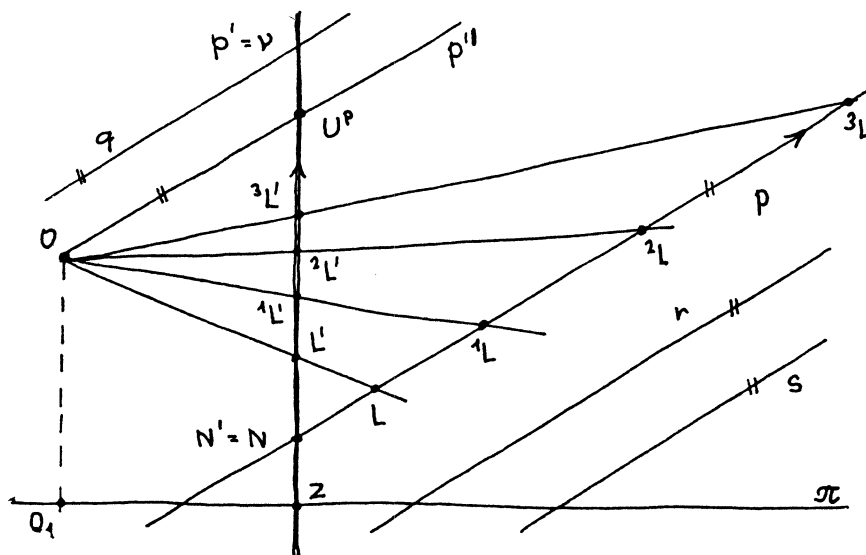
Dále jsou na obr. 5 znázorněny tři body ležící „za nákresnou“ a jejich středové průměty do nákresny.

Výška bodu R nad půdorysnou je rovna výšce „oka“; promítací přímka bodu R — přímka OR — je tedy rovnoběžná s půdorysnou π a její průsečík s nákresnou — bod R' — leží na horizontu h . Bod R' se nazývá buď (středový) průmět bodu R (do roviny ν), nebo *perspektiva bodu R* .

Bod M leží také nad rovinou π , ale níže než bod R . Jeho půdorysem je bod M_1 . Perspektivou bodu M je bod M' ležící na promítací přímce OM bodu M (v *promítací rovině přímky MM_1*) a samozřejmě i v nákresně ν , do níž promítáme. Stejně tak perspektivou bodu M_1 je bod M_1' , a tedy perspektivním obrazem svislé úsečky MM_1 je svislá úsečka $M'M_1'$.

Obrazem přímky, která prochází středem promítání, je jediný bod — její průsečík s nákresnou ν . Všechny ostatní přímky se zobrazují jako přímky (přímky roviny χ do nevlastní přímky, ale tento případ malíři řešit nemuseli a také my o něm dále cudně pomlčíme). Proto se této perspektivě říká lineární.

K sestrojení obrazu přímky stačí tedy nalézt obrazy dvou jejích bodů. Na obr. 6 je (při pohledu ze strany) tato konstrukce znázorněna. Na přímce p jsou zvoleny dva různé body: zcela libovolný bod L a průsečík přímky p s nákresnou — bod N (kterému se říká *stopník přímky p*). Jejich průměty L' a N' určí průmět přímky p — tedy přímku p' . Protože přímka p' leží samozřejmě v nákresně, i její znázornění na našem náčrtku splyne s obrazem nákresny ν .

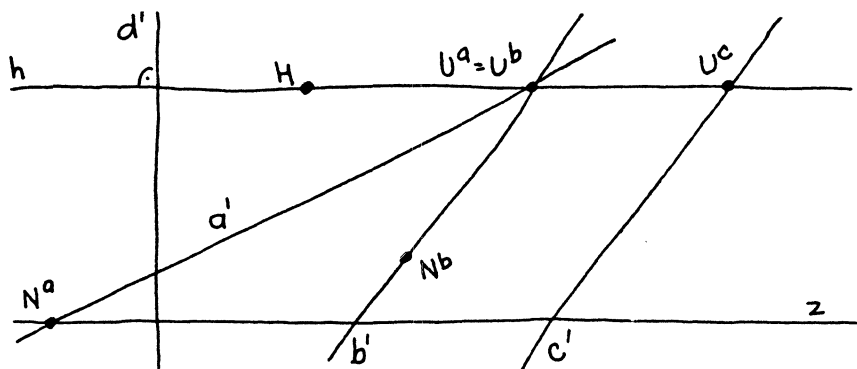


Obr. 6. Konstrukce obrazu přímky p a jejího úběžníku. Všechny navzájem rovnoběžné přímky $p \parallel q \parallel r \parallel s \dots$ mají též úběžník.

Představte si, že budete volit postupně body ${}^1L, {}^2L, \dots$ na polopřímce NL tak, že budou stále vzdálenější od průmětny ν . Jejich průměty ${}^1L', {}^2L', \dots$ se budou po přímce p' přibližovat k bodu, který je na náčrtku označen jako U^p , tedy k průsečíku přímky p'' rovnoběžné s přímkou p a procházející „okem“ s nákresnou ν . Tento bod U^p

můžeme chápat jako perspektivu bodu L , který leží na přímce p a vzdálil se od náčrtny nade všechny meze. (Geometri by řekli, že U^p je obrazem nevlastního bodu přímky p .) Ovšem k témuž bodu U^p dospějeme při hledání obrazu jakékoli jiné přímky rovnoběžné s přímkou p . (Vzpomeňte si: to, že se rovnoběžky protínají v nekonečnu, věděl i Pánbůh v krásném českém filmu *Stvoření světa* na motivy Effelových kreseb! V projektivní rovině mají totiž každé dvě různé přímky společný bod.) Právě tomuto bodu U^p říkáme *úběžník přímky p* .

Pomocí úběžníku přímky velmi snadno vymodelujeme její směr v prostoru. Je určen spojnicí úběžníku této přímky se středem promítání — s „okem“ O . Vezmeme-li v úvahu právě popsanou konstrukci úběžníku přímky p , můžeme se i na horizont h podívat „jinak“. Úběžníky přímek rovnoběžných s půdorysnou rovinou π leží všechny na přímce h . Přesněji: *Horizont h je množinou úběžníků všech přímek rovnoběžných s půdorysnou rovinou*. To prakticky znamená, že úběžník každé vodorovné přímky leží v náčrtně na horizontu h a že se obrazy každé dvojice vodorovných rovnoběžných přímek protnou právě na přímce h .

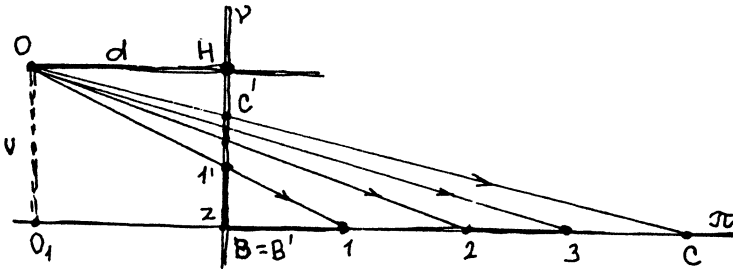


Obr. 7. Perspektivy přímek a , b , c rovnoběžných s půdorysnou; $a \parallel b$, $c \parallel b$. Přímka d není určena.

Zatím jsme na našich obrázcích znázorňovali různé pohledy na celkovou situaci „z boku“. Co ale skutečně vidíme v náčrtně? Podívejme se na obr. 7! Vzdálenost dvojice rovnoběžných přímek — základnice z a horizontu h — určuje výšku „oka“ O nad půdorysnou rovinou. „Oko“ musíme hledat v prostoru na kolmici k náčrtně (tj. k rovině tohoto papíru) procházející hlavním bodem H . Vzdálenost „oka“ od náčrtny z tohoto obrázku určit nemůžeme (distance d zde není zatím nijak vyznačena, touto otázkou se budeme zabývat za chvíli), ale přesto jsme schopni vyčíst z obrázku tato fakta:

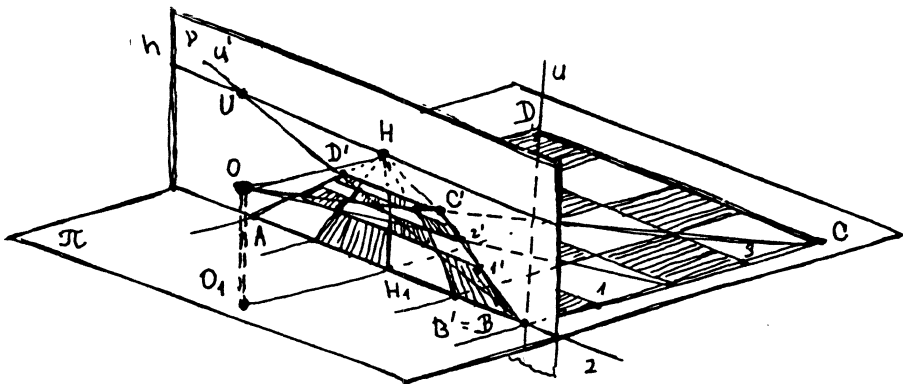
- (1) přímka a leží v půdorysně (stopník N na základnici, úběžník U na horizontu);
- (2) přímka b je rovnoběžná s přímkou a (mají společný úběžník), tedy i s půdorysnou, ale neleží v ní (stopník N je znázorněn nad základnicí, tedy přímka b leží nad půdorysnou);
- (3) přímka c je také rovnoběžná s půdorysnou (nikoli ovšem s přímkami a a b), ale víc o ní nevíme, snad jen to, že neprochází „okem“;
- (4) konečně přímka d : mohla by být kolmá k průmětně π (v tom případě by U^d byl její „nevlastní bod“), ale zaručené to není, neznáme o ní dost údajů.

Pokud pracují s lineární perspektivou malíři, nevyznačují na svých obrazech samozřejmě úběžníky a jiné důležité body; mnohé o poloze přímek v obraze se domyslíme z celkového smyslu díla. Jen oni sami při konstrukci geometrické sítě obrazu musí brát zákonitosti promítání v úvahu. Často si pomáhají různými metodami, které práci usnadňují. Účinným prostředkem je čtvercová síť v půdorysné rovině (tzv. *pavimentum* — dlažba) a její perspektivní obraz.



Obr. 8. Promítání čtvercové sítě do nákresny.

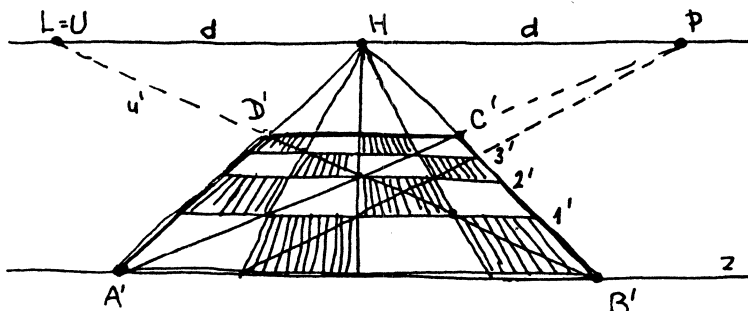
Předpokládejme, že jsou čtvercové dlaždice položeny v půdorysně tak, aby jedna dvojice stran čtverců byla rovnoběžná se základnicí, a tedy druhá kolmá k nákresně ν . Těmto přímkám, které jsou kolmé k nákresně, říkáme *hloubkové přímky*. Jejich úběžníkem je hlavní bod H . Na obrázku č. 8 jsou naznačeny přímky 1, 2, 3 roviny π , které jsou rovnoběžné s nákresnou, a jejich obrazy $1'$, $2'$ a $3'$.



Obr. 9. Perspektiva čtvercové sítě vepsané do čtverce $ABCD$ a úběžník U úhlopříčky BD čtverce.

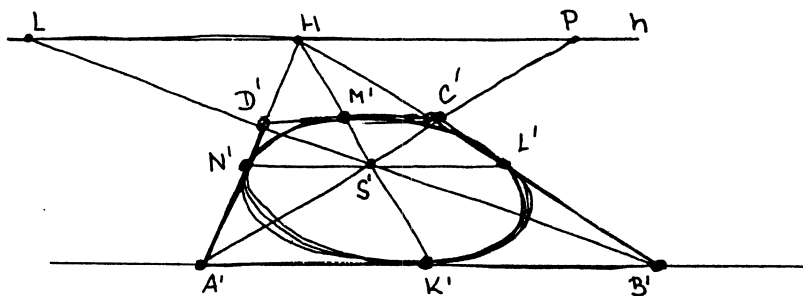
Celkovou situaci v prostoru vidíme na obr. 9. Velký čtverec $ABCD$ ležící v průřelné poloze v rovině π a rozdělený na šestnáct menších čtverečků se zobrazí do lichoběžníku $ABC'D'$. Přitom strana AB udává skutečný rozměr čtverce $ABCD$ a jejím rozdělením na čtvrtiny jsme získali body, jimiž procházejí potřebné hloubkové přímky i jejich obrazy.

Složitější je konstrukce obrazů zbylých přímek čtvercové sítě. Pomůžeme si buď „pohledem z boku“ (viz obr. 8), nebo využijeme úhlopříčky BD čtverce $ABCD$ a jejího obrazu. Úběžník přímky BD musí ležet na horizontu. Protože přímka BD svírá úhel velikosti $\pi/4$ s hloubkovými přímkami, je přímka s ní rovnoběžná a procházející „okem“ úhlopříčkou „vodorovného“ čtverce se stranou OH a jejím stopníkem bod U horizontu, pro který platí: $|UH| = d$. Perspektiva přímky $u = BD$ je přímka $u' = B'U'$ a její průsečíky s obrazy příslušných hloubkových přímek určují obrazy vrcholů čtverců dlažby.



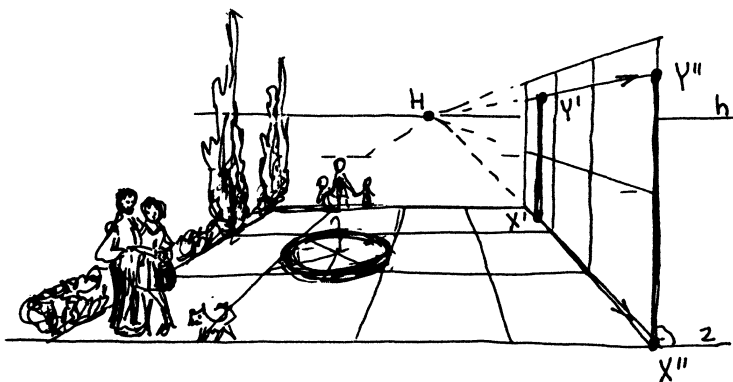
Obr. 10. Perspektiva pavimenta, úběžníky L, P úhlopříček sítě — tzv. distančníky.

Na obr. 10 je obraz pavimenta z obr. 9 — tj. vše, co bylo nutno v nákrešně sestrojiti. Jak vidíte, není toho mnoho. Úsečka AB je rozdělena na čtyři shodné dílky. Jejich krajními body a hlavním bodem H procházejí obrazy hloubkových přímek. K sestrojení perspektivy úhlopříčky BD je nutné nalézt její úběžník U . Na obr. 10 je načrtnut úběžník $U = L$. Říká se mu *levý distančník*, protože jeho vzdálenost od hlavního bodu je rovna zvolené distanci perspektivy. Obdobně můžeme sestrojiti *pravý distančník* P — úběžník druhé úhlopříčky čtverce $ABCD$.



Obr. 11. Perspektiva kružnice ve vodorovné rovině a jí opsaného čtverce $ABCD$.

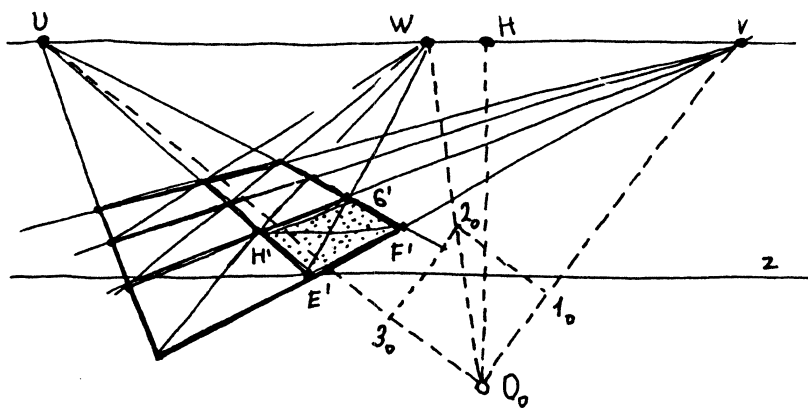
Obraz pavimenta je užitečnou oporou k mnoha konstrukcím. Na obr. 11 je pomocí čtverce opsaného kružnici $k(S; SK)$ sestrojena elipsa, která je jejím perspektivním obrazem. Všimněte si, že obraz středu kružnice k — bod S — není středem této elipsy! (Znalcům projektivní geometrie připomínám, že pólem bodu S je zde horizont h .)



Obr. 12. Vykreslování do pomocných sítí a určení skutečné velikosti úsečky XY .

Další využití čtvercových sítí vidíte na obr. 12. Zde je obraz pavimenta ležícího v rovině π a dále perspektiva čtvercové sítě ve svislé rovině $X'Y'X''Y''$. Velikost strany u obou čtvercových sítí je rovna průměrné výšce dospělého člověka, takže pomocí ní můžeme přiměřeně zmenšovat obrazy vzdálenějších lidí. Stejně tak lze určit i skutečné velikosti úseček rovnoběžných s nákresnou.

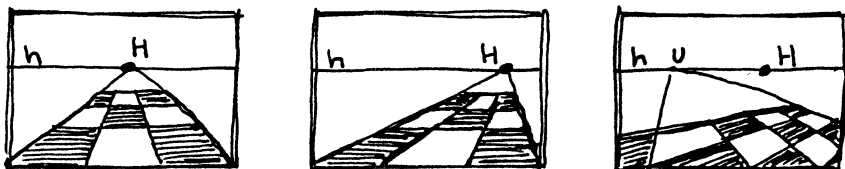
Na obr. 12 znázorněná svislá úsečka $X'Y'$ je „vysunuta“ do nákresny do polohy $X''Y''$, kde lze změřit její velikost. Obdobné užití čtvercových sítí popsal již na počátku 16. století Viator.



Obr. 13. Konstrukce perspektivy neprůčelné čtvercové sítě pomocí úběžníků stran a úhlopříčky.

Obraz *pavimenta v neprůčelné poloze* je konstrukčně náročnější, ale zato působivý (obr. 13). Začneme konstrukcí úběžníků U a V stran čtvercové sítě. Představte si, že jeden takový čtverec $O123$ umístíme ve vodorovné rovině π procházející „okem“ O a s jeho pomocí určíme úběžníky U a V . Abychom tuto konstrukci mohli provést v nákresně, musíme myšlenou rovinu π otočit (sklopit) podle přímky h do roviny ν . Bod O se tak dostane do polohy O_0 ; $|O_0H| = d$. Další postup je patrný z obrázku. V otočené rovině π sestojíme čtverec $O_01_02_03_0$ a určíme úběžníky stran — tedy

průsečíky přímek O_03_0 a O_01_0 s horizontem. Obdobně úběžníkem úhlopříček je bod W . (Úběžník druhého směru úhlopříček je obvykle „mimo obraz“.) Pak zvolíme vrchol jednoho čtverce — zde bod E — a obraz jedné jeho strany, třeba $E'F'$. (Skutečnou velikost čtverce $EFGH$ však zatím neznáme!) Dál je již konstrukce obdobná postupu z obr. 10.



Obr. 14. Porovnání pavimenta v průčelné poloze při dvou různých volbách polohy hlavního bodu v obraze a neprůčelné čtvercové sítě.

Volba polohy hlavního bodu obrazu a pavimenta (pokud je ve výsledném obraze viditelné — třeba jako dlažba komnaty) ovlivňují náš celkový dojem z uměleckého díla. (Viz obr. 14.)

Nyní jsme již dostatečně vyzbrojeni, abychom mohli sledovat cestu postupného objevování zákonitostí lineární perspektivy, po níž kráčeli výtvarní umělci minulých věků.

Všichni známe celou řadu jmen významných renesančních umělců. Pro porovnání dějů v Itálii s našimi domácími událostmi připomínáme vrcholnou gotiku za vlády Karla IV. a jeho vynikajícího stavitele Petra Parléře, renesanci v 16. století, přerůstající za vlády Rudolfa II. do tzv. manýrismu, a nástup baroka v době pobělohorské.

Z času rozkvětu gotického umění je nutné připomenout životopisná data malíře Giotta, florentského umělce, jehož nejslavnějšími díly jsou fresky („fresco“ znamená „rychle“; tvoří se totiž na ještě mokrou omítku). Obrazy jím vytvořené navozují dojem skutečného prostoru. Jeho postavy sice navazují na díla gotických umělců, ale zachycují už i něco zcela jiného: reálné vztahy mezi postavami v reálném prostředí. To je jedna z myšlenek, které stojí u kolébky renesančního cítění.

Raná renesance patnáctého století přerůstá po roce 1500 do renesance vrcholné; ve druhé polovině 16. století vznikají krásná díla pozdní renesance přecházející zvolna do slohu barokního.

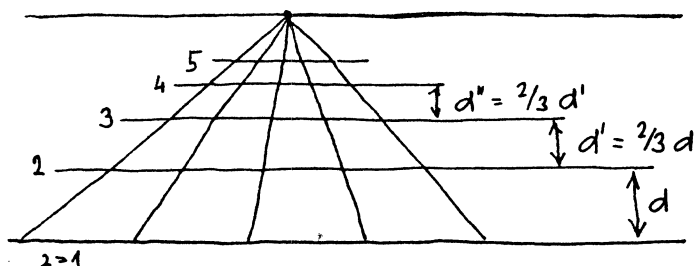
Vraťme se ke geometrické stránce renesanční tvorby! Zmínili jsme se, že sbíhavost obrazů přímek ve skutečnosti rovnoběžných pozorujeme již na nástěnných malbách v Pompejích — a v jednotlivých případech i na uměleckých dílech mnohem starších. Díky intuici a vlastnímu pozorování (v těch dobách a místech, kdy byla společenská atmosféra nakloněna skutečnému pozorování reality) se postupně na obrazech hloubkové přímky zakreslují tak, že procházejí stále menší „oblasti“ či několika „hlavními body“; jiný je průsečík hloubkových přímek pavimenta, jiný u obrazů stropních trámů... Tento vývoj je patrný i v díle Giottové, ale nejde zde o konstrukci, spíše o tušení — a to pouze u některých jeho obrazů.



Obr. 15. A. Lorenzetti: Zvěstování.

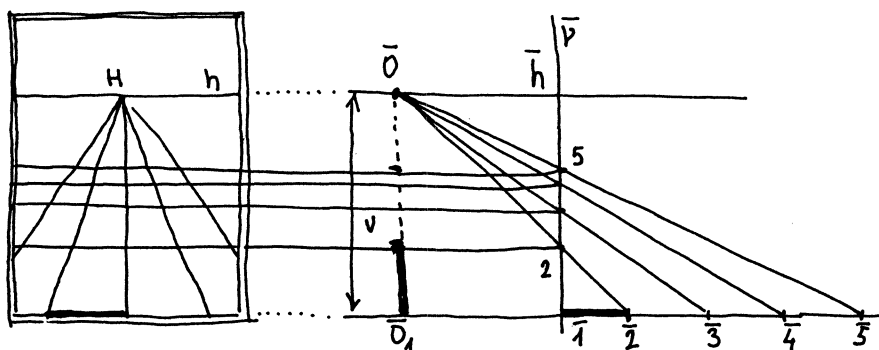
První obraz, v němž bylo záměrně užito hlavního bodu jako úběžníku hloubkových přímk, namaloval pravděpodobně roku 1344 italský malíř Ambrogio Lorenzetti. V téměř čtvercovém tabulovém obraze *Zvěstování* umístil hlavní bod do průsečíku úhlopříček. Na průčelné dlažbě souměrně podle něho rozvrhl dvě postavy: sedící Marii a klečícího anděla (obr. 15). Poloha průčelných přímek pavimenta však není správná (viz čárkovaně naznačené úhlopříčky pavimenta).

Florentskou metodu konstrukce pavimenta (obr. 16) popisuje Alberti a upozorňuje na její chybnost. Rozměr dlaždice je dán námi zvolenou velikostí jednotkové úsečky na základnici, která je obrazem první spáry dlažby. Vzdálenost d druhé spáry od první volíme libovolně; vzdálenost d' třetí spáry od druhé je rovna dvěma třetinám vzdálenosti d atd. Obrazem úhlopříček jsou však při této konstrukci části paraboly.



Obr. 16. Florentská metoda konstrukce pavimenta.

Alberti uvádí také správnou metodu konstrukce pavimenta, tzv. *costruzione legittima* (viz obr. 17), která užívá pomocného „bočního pohledu“ na celkovou situaci. Srovnajte tuto konstrukci s obr. 8, od něhož se liší jen speciální volbou parametrů!



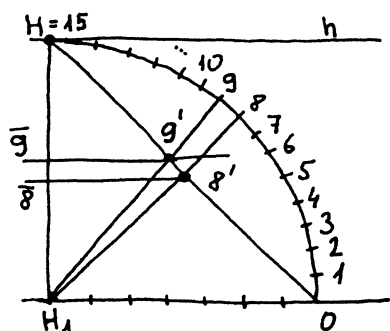
Obr. 17. Construzione legittima (užití pomocného pohledu).

Obdélník vyznačený dvojitou čarou je plátnem, na němž se připravuje rozvrh díla. Volbou horizontu volíme výšku v člověka; rozměr dlaždice je pak roven její třetině. Dlažba ležící v půdorysně má první průčelnou spáru 1 v základnici. V pomocném obraze sestrojíme další spáry $\bar{2}, \bar{3}, \dots$ a jejich průměty z „oka“ O do nákrešny \bar{v} , tj. body $\bar{2}, \bar{3}, \dots$. Takto získanými body vedeme obrazy spár i na plátně.

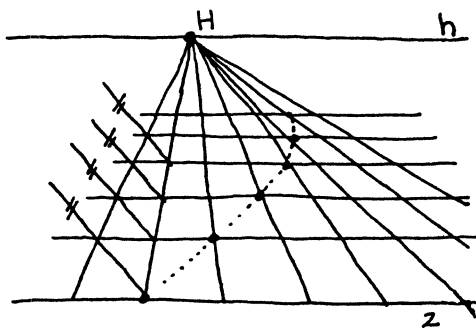
Další konstrukce pavimenta užívá hlavního bodu H a dále pravého a levého distančníku (viz obr. 10). Jde o konstrukci známou ve Florencii v době, kdy Alberti žil a také o konstrukci správnou. Nese však nesprávný název *costruzione albertina*, protože Alberti zřejmě nebyl jejím objevitelem.

Kromě skutečně přesných konstrukcí pavimenta v průčelné poloze užívali mnozí malíři řadu dalších postupů — většinou chybných. Florentskou konstrukci jsme si již ukázali (obr. 16), podívejme se ještě na dvě další.

Prvá z nich užívá dělení čtvrtkružnice k o středu H a poloměru H_1H na patnáct stejných dílků s dělicími body $O, 1, 2, \dots, 15 = H$ (viz obr. 18). Na obraz hloubkové přímky OH se každý z těchto dílků promítne z bodu H_1 a takto získanými průměty $1', 2', \dots$ procházejí obrazy průčelných spár pavimenta $\bar{1}, \bar{2}, \dots$. Délka strany čtverce přitom byla dle Vignolovy knihy rovna sedmině poloměru kružnice k . Můžete se sami přesvědčit, že se obrazy úhlopříček takto získaného pavimenta neprotínají na horizontu a jde tedy skutečně o nekorektní návod.



Obr. 18. Chybné pavimentum.



Obr. 19. Holbeinova konstrukce.

Augsburský malíř Hans Holbein (1460–1524) [nikoli jeho syn Hans Holbein mladší (1497–1543), dvorní malíř anglického krále Jindřicha VIII.] sestrojoval pavimentum velmi jednoduše (obr. 19): Rozměr dlaždic volil libovolně, hloubkové přímký procházely hlavním bodem H a první spára dlažby rovnoběžná se základnicí z byla rovněž zvolena v libovolné vzdálenosti od této přímký. Rovnoběžně s úhlopříčkou první dlaždice vedl úhlopříčku sousední dlaždice vzdálenější řady a tak získal bod, jímž procházel obraz další průčelné spáry.

Zřejmě existovalo mnoho dalších nepřesných konstrukcí obrazů průčelného pavimenta. Nemusí nás překvapovat, že chybně zakreslené pavimentum nebylo nápadné. Na obraze ho bývala vidět jen malá část a úhlopříčky se zpravidla nezdůrazňovaly. Pokud by šlo v obraze skutečně o pavimentum jen jako o „kus podlahy“, snad by ani nebylo proč zabývat se jím podrobněji.

Existují však dva velice závažné důvody vedoucí k hledání geometricky přesné konstrukce pavimenta. Prvním je lidská zvědavost a touha pochopit podstatu věci, rozumem ovládnout zákonitosti světa. Souvisí s celkovou atmosférou renesančních „uměleckých dílen“ a zrcadlí se v ní pokrok společnosti ve výrobě a obchodním podnikání i rozvoj vědy vůbec. Tato touha byla natolik silná, že se stala vůdčím motivem činnosti — tj. pokusů i úvah — řady výtvarných umělců. Např. o florentském malíři Uccellovi napsal Vasari (1511–1574) toto:

... neznal jiné potěšení než zkoumat obtížné a neřešitelné otázky perspektivy. ... Objevil způsob, jak malovat perspektivně na stěny i přes rohy stěn, křížení a oblouky kleneb, stropy s trámy a oblé sloupy. ... Kvůli těmto úvahám žil nakonec sám jako divoch, zavřen celé týdny a měsíce doma, aniž se s někým stýkal a někomu ukazoval...

Druhý důvod nutící umělce sestrojovat obrazy pavimenta co nejpřesněji je využití těchto obrazů jako pomocných sítí při konstrukci nejen architektury, ale i postav a „přírody“ ve svých dílech. Už v učebnici perspektivy [W] z roku 1505 ukazuje Viator v kreslených návodech sítě pro určování velikostí lidských postav, stromů atd.

Většina renesančních malířů užívala pavimenta v průčelné poloze. I na obrazech Leonardových nacházíme symetrické kompozice (viz známá freska *Večeře Páně*) s hlavním bodem na svislé střední příčce obdélníka obrazu. Obdobnou volbu hlavního bodu a symetrické architektury vidíme např. na Raffaelově fresce *Athénská škola* či na obraze *Hostina v domě Levi* od Veronese.

Asymetrickou volbu hlavního bodu (ale ještě architekturu uspořádanou průčelně, takže její hrany nerovnoběžné s nákresem leží v hloubkových přímkách) nacházíme na Tizianově obraze *Představení Panny Marie v chrámu*.

Zákonitostmi lineární perspektivy se důkladně zabýval Albrecht Dürer. Aby se s novým objevem dokonale seznámil, vydal se dokonce dvakrát do Itálie, kde své vědomosti o lineární perspektivě doplnil. Roku 1525 vyšla jeho kniha [D], z níž jsou známy zejména dřevoryty zobrazující malíře, který zde konstruuje perspektivní obraz skutečnosti. Užívá k tomu kresby na zasklené okénko, jímž pozoruje zobrazovaný objekt či překreslování toho, co vidí přes čtvercovou síť v okénku, do čtvercové sítě na

papíře. V obou případech užil malíř na dřevorytech stojánku se svislou tyčkou, jejíž horní konec určuje polohu umělceva oka.

Brzy si malíři uvědomovali, že lineární perspektiva velmi zkresluje předměty zobrazené daleko od hlavního bodu. Souvisí to se zorným polem našeho oka, fixací „směru pohledu“ při promítání na rozdíl od pohyblivého živého oka a se zmenšováním velikosti viděného tělesa v závislosti na jeho vzdálenosti od pozorovatele. Proto se lineární perspektivy užívá jen s určitými omezeními. (Existují i perspektivy jiné, např. cylindrická a sférická, které se uvedeným nedostatkům vyhnou. V těchto perspektivách však obrazem přímky není přímka. Proto se jim říká *nelineární perspektivy* — ale o nich až jindy.)

Leonardo da Vinci je pokládán za objevitele tzv. *vzdušné perspektivy* (*sfumato*): u předmětů vzdálených nevidíme podrobnosti a obrysy jsou nejasné; předměty samy získávají vlivem silné vzdušné vrstvy mezi nimi a pozorovatelem jiné zbarvení. To však již není záležitost geometrická.

Ke správné konstrukci perspektivních obrazů byla vymyšlena řada pomůcek umožňujících sestřizovat perspektivu jednotlivých bodů zobrazovaného předmětu. Nejúčinnějším pomocným prostředkem jsou však vhodné obrazy čtvercových sítí, které umožňují:

- rychlou a správnou kresbu při tvorbě obrazu v rovině plátna;
- přenos obrazu komponovaného v rovině na křivé plochy tak, aby se při pozorování z vhodných míst nezdál zkreslený.

Při „přenosu obrazu“ např. do kopule chrámu se obraz sám rozdělí pravidelnou čtvercovou sítí (nikoli jejím perspektivním obrazem!) a do kopule se středově promítne obdobná síť z lan napjatých ve vodorovné rovině pod kopulí. Středem promítání je „oko“ pozorovatele stojícího na významném místě architektury. Do deformované sítě získané na omítce kopule se vkreslují části obrazu, přičemž se už jen zrakem koriguje míra zkreslení postav a staveb na obraze. Jestliže chceme v kopuli zobrazit „výhled do prostoru“ nad střechou, volíme pro přípravnou kompozici vodorovnou nákretnou a hlavním bodem procházejí obrazy svislých přímk. Tímto problémem se však zabývat nebudeme.

Vraťme se k užívání perspektivních sítí při tvorbě obrazu v rovině. Na obr. 12 jsme viděli užití dvou sítí (vodorovné a svislé), jejichž jedna osnova byla tvořena hloubkovými přímkami. V praxi je možné užít více sítí — a to i v obecných polohách. Nejčastěji se volí trojice sítí ležících v rovinách navzájem kolmých (pohled na „nároží domu“ či „do kouta místnosti“). Jejich nevýhodou je, že malíři vnucují svoje stanoviště, svůj střed promítání, takže omezují svobodu výběru pohledu, ale velmi usnadňují konstrukci perspektivních obrazů. Jestliže nejsou vždy vhodné pro malíře, určitě pomáhají v technické praxi a výuce výtvarné výchovy.

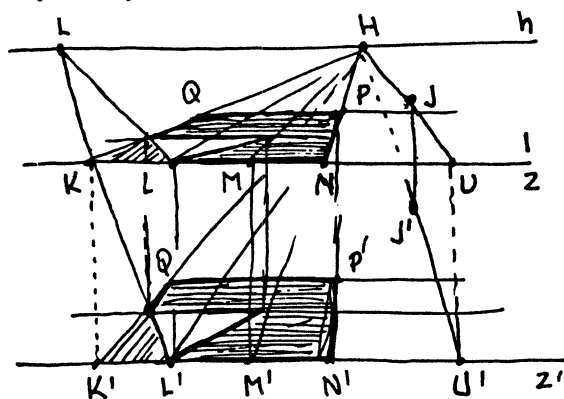
O užívání sítí píše František Kadeřávek (1885–1961):

Usuzuji, že pro architektonickou kompozici právě tato metoda je výhodná, ježto netřeba při ní mysliti na jakoukoli konstrukci a plně, bez bázně, že uběhne nám vytčená a v kompozici sledovaná myšlenka, možno se oddati kompozici samé. ([7], str. 38).

I my bychom si měli po přečtení tohoto článku odnést kromě informací i něco praktického a snadno využitelného ve školách. Zkusme jako Kadeřávkovi architekti vkreslovat perspektivní obrazy do sítí!

Můžeme pracovat skutečně jako stavitelé domů: nejprve vytvoříme půdorys stavby — a pak nad ním vztyčíme zamýšlenou architekturu. Protože se však půdorys na obraze většinou musí vtěsnat do poměrně úzkého pásu ohraničeného základnicí z a horizontem, používá se pro jeho pomocnou konstrukci tzv. snížený půdorys se základnicí z' (obr. 20). Představte si, že jste náhle „povyrostli“ a vidíte půdorys z většího nadhledu.

Snížený půdorys je přesnější a obrazy svislých příemek procházejí původními i sníženými body půdorysu (např. L, L' nebo J, J'). V některých sítích bývá přikreslen i tento snížený půdorys — či lépe: síť pro konstrukci sníženého půdorysu. Jeden takový obrázek je zařazený i ve výběru ukázek na závěr tohoto článku.

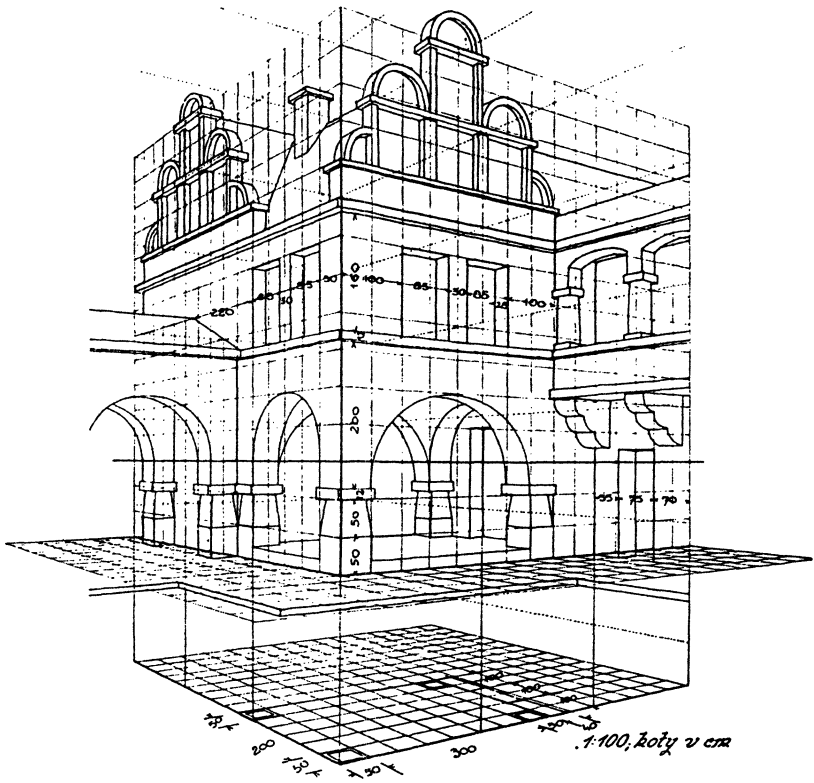


Obr. 20. Snížení půdorysu obrazu.

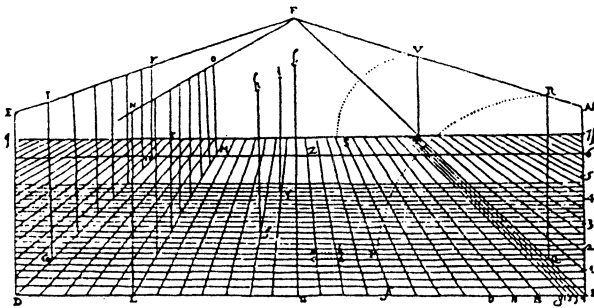
Vždy je důležitý výběr sítě, stanovení její polohy (ne vždy je to jednoznačné), určení horizontu a případně hlavního bodu a konečně skutečného rozměru — „modulu“ sítě. Ten se řídí zobrazovanými objekty. Jde-li o lidi, můžeme volit skutečnou délku strany čtverce např. 50 cm; u celkových pohledů na architekturu je roven třeba výšce jejího patra. Pokud je zakreslena i pomocná síť pro snížený půdorys, je nezbytně nutné určit k některému bodu půdorysu i jeho sníženou polohu. To není věc volby, ale konstrukce.

Od renesančních malířů vede cesta až ke knize s názvem *Géométrie descriptive*, která spatřila světlo světa v Paříži roku 1798; po jejím tvůrci — Gaspardu Mongeovi (1746–1818) — je nazváno i nejčastěji používané promítání: pravoúhlé promítání na dvě navzájem kolmé průmětny. Další vývoj jde k projektivní geometrii. Tak přispěli malíři k zobecňování pojmu geometrie vůbec.

Když se pravěký lovec pokoušel zachytit na kamenné stěně jeskyně stádo zvířat, stál tak nevědomky na počátku dlouhého sledu událostí, které ovlivnily i jemu tak vzdálenou a abstraktní vědu, jakou je matematika. A my sami? Jistě jsme mnohem poučenější o souvislostech věcí a dějů, ale přesto: ani my důsledky svých činů nedohlédneme.



Vkreslování architektury do sítě (v neprůčelné poloze) z knihy F. Kadeřávka *Perspektiva*



Laurentiho síť z knihy *Duo Regule* (1583)



Dřevoryt Albrechta Dürera *Zobrazování ženy* (1538)

Literatura

- [1] *Geometrie v technice a umění*. SNTL, Praha 1985, jubilejní výtisk na počest F. Kadeřávka.
- [2] J. FOLTA: *Vidění a zobrazování*. Praha 1989.
- [3] E. H. GOMBRICH: *Příběh umění*. Odeon, Praha 1989.
- [4] F. JÍLEK: *Muž z Vinci*. ČS, Praha 1982.
- [5] F. KADEŘÁVEK: *Úvod do dějin rýsování a zobrazovacích nauk*. ČSAV, Praha 1954.
- [6] F. KADEŘÁVEK: *Geometrie a umění v dobách minulých*. J. Štenc, Praha 1935 (přetisk: Půdorys, Praha 1994).
- [7] F. KADEŘÁVEK: *Perspektiva. Příručka pro architekty, malíře a přátele umění*. J. Štenc, Praha 1922.
- [8] A. MARTINDALE: *Člověk a renesance*. Artia, Praha 1973 (edice Umění světa).
- [9] M. J. SERGEJENKOVÁ: *Pompeje*. Mladá fronta, Praha 1974.
- [10] D. STRONG: *Antické umění*. Artia, Praha 1970 (edice Umění světa).
- [A] L. B. ALBERTI: *Della pittura libri tre*. Florencie 1436 (přetisk: dr. Janitschek, Vídeň 1877, Praha 1958).
- [C] CENNINO CENNINI: *Knih o umění středověku*. Přeložil F. Topinka. Nakl. Žikeš, Praha 1946.
- [D] A. DÜRER: *Underweysung der messung mit dem zirckel vñ richt scheyt*. Norimberk 1525, 1528.
- [L] LEONARDO DA VINCI: *Trattato della pitura*. Florencie 1792. (Česky: *Úvahy o malířství*. Praha 1941).
- [M] É. MIREAUX: *Život v Homérské době*. Odeon, Praha 1980.
- [U] UBALDO DEL MONTE: *Šest knih o perspektivě*.
- [V] G. VASARI: *Delle vite de più Eccellenti Pittori. Scultori et Architetti*, Bologna 1550.
- [W] VIATOR (JEAN PÉLERIN): *De artificiali Perspectiva*. Paříž 1505 (faksimile 2. vydání z roku 1509, Paříž 1861).