

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Alois Urban

Současná krize ve vyučování matematice

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 7 (1962), No. 3, 159--164

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/139093>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1962

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

VYUČOVÁNÍ MATEMATICE A FYZICE

SOUČASNÁ KRIZE VE VYUČOVÁNÍ MATEMATICE

ALOIS URBAN, Praha

Článek přináší hlavní myšlenky úvodní přednášky známého švýcarského geometra E. STIEFELA, profesora curyšské techniky, kterou proslovil na zasedání odborného výboru Společnosti pro aplikovanou matematiku a mechaniku. Toto zasedání se zabývalo výchovou diplomovaných matematiků. Autor přehlíží a kritizuje návrhy a náměty na reformu vyučování matematice na středních školách v západních státech a na závěr vyslovuje některé zajímavé myšlenky, kterými by se měli podle jeho názoru řídit všichni, kteří připravují středoškolskou reformu. I když přestavba našeho školství vyrůstá z úplně jiných společenských vztahů, bude jistě účelné seznámit se s jeho názory.

Nedávno vyšel 4. sešit roč. 1961 spolkového časopisu GAMM německé Společnosti pro aplikovanou matematiku a mechaniku (Gesellschaft für angewandte Mathematik und Mechanik), který je zcela věnován zprávě o jednání jejího odborného výboru o výchově diplomovaných matematiků. Jednání se konalo 9. července 1960 na universitě v Erlangen a zúčastnilo se ho asi 50 vysokoškolských profesorů matematiky německých universit a technik i zástupců matematických oddělení velkých průmyslových závodů. Zpráva zachycuje podrobně celý průběh jednodenního zasedání, na němž kromě úvodního referátu STIEFELOVA byly prosloveny ještě tři závažné referáty zaměřené na význam práce matematika v průmyslu a další tři referáty označené jako zprávy z universit a technik, jež se týkaly vyučování jak na školách středních, tak vysokých. Zprávu uzavírá celá řada diskusních příspěvků, z nichž některé jsou dosti významné. I když by bylo velmi zajímavé a užitečné seznámit se s obsahem všech referátů zasedání, omezíme se jen na úvodní referát, který svým zaměřením na problémy středoškolské matematiky bude jistě zajímat všechny naše čtenáře.

Hned úvodem zdůrazňuje E. Stiefel, že ohlásil-li přednášku na téma krize ve vyučování matematice, pak musí nejprve existenci takové krize dokázat. I v matematice platí, že diagnóza je prvním krokem k léčení, ke kterému musí pak přistoupit celá matematická obec.

Ohnisko potíží je na střední škole. Vysokoškolští učitelé matematiky se musí o střední školu zajímat už proto, že jim nemůže být lhostejné, přicházejí-li na vysokou školu abiturienti s nevyhovujícími znalostmi nebo s jednostranným nebo dokonce se zkresleným pohledem na matematiku. Zdá se, že právě určitá jednostrannost, která jasně vyznívá z mnohých reformních návrhů, znamená vážné nebezpečí pro

západní matematiku. Tato jednostrannost má své kořeny v roztržitém vědy. Nejen že se štěpí na jednotlivá odvětví, ale nadto ještě trpí přílišným formalismem, takže dokonce i vědecký pracovník si už těžko může utvořit svůj vlastní integrální matematicko-fyzikální obraz světa.

V některých zemích — hlavně ve Francii a ve Spojených státech — projevují se dnes silné tendence prosazující hluboké zásahy do středoškolské výuky. Prof. E. Stiefel načrtává hlavní zásady nejdůležitějších z těchto proudů a současně je alespoň stručně komentuje.

Nejprve připomíná zasedání OECE, které se konalo v opatství Royaumont ve Francii v listopadu 1959 a kterého se zúčastnili delegáti většiny evropských zemí. Předsedou byl prof. MARSHALL STONE, předseda mezinárodní matematické komise pro vyučování. Ve svém referátu odůvodňoval především nutnost pronikavé reformy, a to asi takto:

Vyučování matematice se stalo úhelným kamenem naší civilizace, neboť matematika zasahuje čím dál tím více i do vzdálenějších oborů, jako je biologie a společenské vědy. Vyučování matematice musí proto být intenzivnější; musí zachytit ještě širší vrstvy než dosud. Od tohoto cíle jsme dnes velmi vzdáleni. Náš program výuky, který se koncipoval zhruba před 200 lety, zkosnatěl; dokonce dokážeme matematiku znechutit i nadaným mladým lidem.

Dále říká M. Stone: „Známe my vůbec skutečnou povahu rozvíjejícího se intelektu a umíme mu v jeho vývoji pomáhat? Nebyl bych nikterak překvapen, kdyby příští generace posuzovaly naše snahy jako výsledek neznalosti a pověry.“

Návrhy prof. Stona lze formulovat takto: Potřebujeme nový vyučovací program; počet hodin matematiky se musí rozšířit. Je třeba věnovat značnou pozornost užití modelů, filmů a televize. Prvým a nejdůležitějším krokem by mělo být ustanovení pracovní skupiny složené z profesorů matematiky a psychologie, kteří by napsali nové příručky. Jejich únosnost by se pak vyzkoušela ve zvláštních pokusných třídách.

K tomu komentář prof. Stiefela: „A teď přijde něco zajímavého. Příručky mají vycházet z dnešních poznatků a z výsledků čisté matematiky. Teprve dodatečné úpravy vyhoví přáním ubohých zákazníků matematiky, tj. fyziků a inženýrů. Je to stejné jako připravnout koně za vůz; je samozřejmé, že na příručkách musí spolupracovat hned od začátku všichni, kteří matematiky užívají.“

Vývody prof. Stona zřejmě byly silně ovlivněny problémem amerických středních škol (High-Schools), i když v některých případech extrapoloval na evropské poměry.¹⁾ Také jeho myšlenka hledat lék ve psaní příruček je typicky americká. Americký středoškolský učitel je školen v užívání “text-book”, které se otrocky přidržuje; jeho relativně skromné matematické vzdělání mu ovšem ani nedovolí být příliš samostatným.

Přes tyto výhrady — pokračuje prof. E. Stiefel — musíme si dobře rozvážit kritiku

¹⁾ E. Stiefel má na mysli jen západoevropské poměry.

prof. Stona. Je totiž příznačné, že mnozí lidé se přímo chlubí tím, že ve škole jim matematika nikdy nešla. V soukromých rozhovorech s přáteli matematiky se vyjadřují v tom smyslu, že naprosto nechápou, jak se vůbec někdo může dobrovolně věnovat matematice a zvolit ji dokonce za své povolání. Títož lidé by se ovšem styděli přiznat, že z angličtiny nebo ze zeměpisu měli špatné známky.

Jedním z hlavních referentů na royaumontském jednání byl prof. J. DIEUDONNÉ z Paříže, zástupce známé školy bourbakistů, jejíž axiomatická metoda přinesla mnoho pěkných vědeckých výsledků a která se nyní snaží svou metodu uplatnit i ve středoškolské výuce. Vzrušenými slovy si stěžoval, že středoškolská studenta k němu přicházejí naprosto nedostatečně připraveni. Neznají potřebné pojmy a symboly, bez kterých se dnes není možno obejít na vyšším stupni. Výuka geometrie na dnešní střední škole je prý špatná; ignorují se výsledky moderní axiomatiky. Doporučuje, aby místo geometrie se zavedla axiomaticky vybudovaná dvojrozměrná lineární algebra, při čemž by se užívalo novější matematické symboliky.

Prof. Stiefel kritizuje návrhy prof. Dieudonné zhruba těmito slovy: Zdá se, že v něm promluvil vysokoškolský profesor, který se na střední školu dívá hlavně jako na zařízení připravující studenty jen pro studium matematiky. Nejdůležitějším úkolem ve vyučování matematice na střední škole však je a musí zůstat výuka zaměřená na aplikaci matematiky v ostatních vědních oborech.

Ačkoliv nesdílí názor bourbakistů, že jejich matematika je jedinou správnou matematikou, souhlasí s jejich snahou dosáhnout logické přesnosti i ve vyučování. Samozřejmě nelze dosáhnout přesnosti hned na začátku, nýbrž a posteriori, teprve až žák nabude určité technické zručnosti v matematických metodách, až dosáhne takového stupně duševní zralosti, že pochopí, proč vůbec je nutno žádat logickou přesnost.

Další část přednášky prof. E. Stiefela byla věnována situaci ve Spojených státech. Prof. Stiefel začal stručným rozbořem prvních návrhů nových učebnic, které vypracovaly pracovní kolektivy yalské (prof. BELGE) a illinoiské university. Vyšlo již asi 20 učebnic určených pro žáky a k tomu 20 příslušných metodických příruček pro učitele. Podle nich se má vyučovat na středních školách (High-Schools); jsou tedy určeny pro 10—17leté žáky. Jsou napsány vesměs v duchu axiomatické, množinové a logické metody. Pro lepší ilustraci zhodnotil E. Stiefel alespoň první svazky jednotlivých disciplín, a to algebry, geometrie a nauky o funkcích. V algebře již na str. 2 se žáci dozvědí, že 6 není číslo, ale “numeral”, tj. název čísla. Následuje pak úvod do nauky o množinách: elementární početní operace definují se jako lineární množinové operace. Dále je poměrně rozsáhlý výklad teorie „vět a výroků“, což nelze označit jinak než jako elementární verzi výrokového a predikátového počtu. Do toho je vsunuto řešení nejjednodušších lineárních rovnic. S povděkem je třeba uvítat, že se začíná počítat i s absolutními hodnotami a s nerovnostmi.

Geometrie nepřináší v podstatě nic jiného než vysvětlení a ilustrace základních geometrických axiomů spojení, uspořádání a shodnosti. Cvičí se důkazy, ale neprovádějí se téměř žádné konstrukce.

Učebnice nauky o funkcích začíná rovněž úvodem do nauky o množinách a o množinových operacích, jako jsou spojení a průnik. Teprve na str. 55 se definuje pojem „funkce“ jako zobrazení množiny do jiné množiny. Grafické zobrazení je zobrazení osy x do kartézského součinu os x a y .

V žádné z učebnic se neukazuje, kde a jak by bylo možno vyložených logických schémat užít nebo co vlastně dalo podnět k vzniku příslušné teorie. Nenažde se v nich ani jediná slovní úloha, která by byla cvičením na převádění přírodovědeckých zákonů do matematické řeči. Je ovšem dobře možné, že plán prof. Stona pamatuje na takové doplňky až v dalších svazcích.

Četba amerických učebnic připomněla prof. Stiefelovi výroky H. POINCARÉHO: „S rostoucí přesností dostává matematika charakter něčeho umělého, odtrženého od světa; dobře lze sledovat, jak se problémy řeší, méně však, proč byly položeny.“ A další: „Mnozí matematikové věří, že matematiku lze převést na zákony formální logiky; věřím, že jsem v dalším ukázal, že takové snahy spočívají na klamné iluzi.“

Bylo by však chybné pokládat yalské rukopisy za charakteristické pro americký postoj k vyučování. Prof. Stiefel v této souvislosti připomíná velmi záslušnou činnost „National Research Council“, která před několika lety vypracovala podrobnou zprávu o výchově matematiků se zaměřením na aplikace. Ve zprávě se mimo jiné navrhuje, aby se provedla reforma středoškolského vyučování s cílem dosáhnout lepšího pochopení významu matematiky ve vědeckém a hospodářském životě národa.

Dvuměsíční návštěva E. Stiefela ve Spojených státech, kde přednášel ve speciálních kursech pro učitele středních škol, dovolila mu dokreslit jeho obraz amerických reformních snah osobními zážitky. Američané skutečně přistoupili k dalekosáhlé reorganizaci svého středního školství a věnují na ni značné finanční prostředky. Organizátorem celé akce je „National Science Foundation“; některé její kroky jsou pozoruhodné. Středoškolští učitelé, kteří se na škole osvědčili, jsou uvolňováni na rok na vysokou školu za účelem dalšího vzdělávání. Kurzy se pořádají asi na 15 universitách; přednášky na nich konají i zahraniční docenti a profesori. Kromě toho pro nadané středoškolské žáky se pořádají kurzy zaměřené na zcela moderní směry čisté i aplikované matematiky.

Rozpouštění a rekrystalizace, to je podle prof. E. Stiefela charakteristika současného stavu amerického středního školství. Zastánci abstraktního i aplikovaného směru prudce mezi sebou bojují. Mnozí středoškolští učitelé jsou tím zmateni a nevědí, co a jak mají učit. Jsou si často vědomi toho, že jejich matematické vzdělání je nevyhovující. Zvláště ti, kteří byli školeni na tzv. „Educational Departments“, kde — stručně řečeno — se učí, jak se má učit, a kde se hodně času věnuje pedagogice, psychologii a podobným předmětům.

Prof. Stiefel si povšiml ještě jedné okolnosti. Mnoho vynikajících vysokoškolských učitelů matematiky nezná fyziku. Klasickou fyziku zapomněli a kvantová fyzika v době jejich studia byla ještě nepovinná. Jak však může ten, kdo nikdy nepracoval v moderní fyzice a nezná její hluboký význam pro teorii poznání, vypracovat přijatelný středoškolský program?

Jen několika slovy se zmiňuje prof. E. Stiefel o Sovětském svazu. Přesněji řečeno uvádí jen tři příklady ze sovětských středních škol: 1. pro 14leté: Řešte rovnici 5. stupně $x^5 + x + 1 = 0$, 2. pro 15leté: Kouli je opsán prostorový čtyřúhelník; dokažte, že dotykové body leží v rovině, 3. pro 16leté: Nechť a je celé číslo; dokažte, že $a^7 - a$ je vždy dělitelné 42^2). Příklady nekomentoval příznivě. K tomu je třeba hned poznamenat, že Stiefelovy informace o sovětském školství jsou zřejmě velmi nedostatečné. V tomto smyslu také na jeho zmínku o sovětském školství ve svém referátu reagoval A. WALTHER, profesor techniky v Darmstadtu, který asi před pěti lety navštívil Sovětský svaz. Právě uvedené příklady, zdůraznil, naopak ukazují, oč usilují země socialistického tábora a čeho skutečně dosáhnou. Matematika ve východním světě je velmi vážená; kladou se na ni velké požadavky. Je pozoruhodné, uvádí dále, jak velký počet hodin se tam věnuje matematice. A u nás musíme nyní doslova smlouvat, abychom na gymnasiu udrželi 4 nebo 5 hodin matematiky týdně.

Na závěr svého přehledu o reformních snahách ve vyučování matematice na středních školách vyslovuje prof. Stiefel obavu, že pravděpodobně v nejbližší době budou i vysokoškolské učitelé překvapeni svými kolegy nebo někým jiným podobnými reformními návrhy. A tu by bylo dobře, kdyby byli na ně připraveni a kdyby si již předem ujasnili svá stanoviska. Své názory pak shrnul do těchto sedmi bodů:

1. Hlavním úkolem vyučování matematice na středních školách není jen dát žákům solidní znalosti, nýbrž také ukázat úlohu matematiky v denním vědeckém a hospodářském životě. Vhodnou volbou příkladů by se mělo u mladého člověka budit nadšení pro matematiku. Mělo by se mu např. vykládat o raketách a meziplanetárních letech a přitom naznačit, jakou úlohu přitom má matematika. Nebo by se měl učit o tom, že dnes bez matematiky se nevyrobí ani kapka oleje; pro zjištění nejpříznivějších podmínek jeho výroby provádějí se předem velmi zajímavé výpočty. Omezíme-li se na dvě proměnné, pak grafické řešení úloh z lineárního programování je snadná aplikace analytické geometrie a přitom vhodnější než mnohé slovní úlohy dnešních učebnic.

2. Kromě toho se musí u našich žáků pěstovat vůle a energie, aby daný problém skutečně řešili až do konce, tj. až k numerickému výsledku, a aby za výsledek také ručili. Dokonalá zručnost a zběhlost v ovládnutí početní techniky musí být prvořadým cílem, který nesmí být nikdy obětován cílům jiným.

3. Věda, která se uzavírá do abstrakce jako do věže ze slonoviny a nestará se o trvalé ověřování svých cest aplikacemi, vystavuje se nebezpečí, že podlehne módě. Je chybné brát příliš vážně výkyvy této módy. Rovněž je chybné vzít za základ trvalé reformy vyučování právě převládající zájmy a pracovní směry. Každá reforma vyučování musí být nesena duchem historického vědomí odpovědnosti a snahou po kontinuitě. Diskontinuita ve vyučování na léta zeslabuje výsledky výchovy, protože je třeba určité doby, než se učitelé přizpůsobí a osvojí si nové pojetí výuky.

²⁾ Zřejmě má být: nechť $a > 1$ je přirozené číslo (nebo celé číslo, ale různé od 0, 1, -1). Příklady byly pravděpodobně vybrány z některé soutěže pro nadanější žáky.

Někteří však toho nejsou ani schopni; v takových případech jsou pak výsledky vrcholně neuspokojivé.

4. Dalšímu vzdělávání učitelů je třeba věnovat největší pozornost. Věda a její aplikace se vyvíjejí tak rychle, že učitel, který učí třeba jen několik let, bez dalšího vzdělávání prostě zaostává a vykládá nejistě, nezajímavě a nudně. Žáci si toho všimnou mnohem dříve než školní úřady.

5. Učitele musíme vhodně a s největším taktem upozornit, že uplynulé desetiletí přineslo nový způsob matematického myšlení, který lze stručně označit jako algoritmické hledisko. Nezajímají nás již explicitní analytické vzorce, nýbrž iterační početní postupy s konečným počtem operací v každém kroku. Tato „finitní“ matematika je základem mnohých nových matematických pracovních směrů i disciplín, jako jsou Boolova algebra, algebra spojů, lineární a konvexní programování, aprioximativní postupy, metody Monte-Carlo atd. Musíme požadovat, aby způsob myšlení, který je těmto teoriím společný — nikoliv ovšem tyto teorie — našel nejširší uplatnění a odezvu na střední škole. Např. při výpočtu druhé odmocniny můžeme nejlépe ukázat iterační postup, dále můžeme prodiskutovat jeho logickou stavbu z jednotlivých početních cyklů a konečně můžeme provést potřebné úvahy o konvergenci a přesnosti výsledku.

6. Zdůrazňování axiomatického a abstraktního hlediska je nutno dávkovat jen velmi opatrně; vždy je třeba přizpůsobit je stupni duševního rozvoje dítěte. Také věda se vyvíjela a jen zvolna dospívala k dnešní přesnosti. Věda, právě tak jako každý mladý člověk, často dala přednost nerozvážným, avšak nádherným — někdy i úspěšným — dobrodružstvím před jistotou normálního způsobu života. Axiomatické výuce je možno vytknout, že je zdlouhavá; kromě toho se v ní najde málokdy příležitost řešit konkrétní příklady. Její předností je bezpečná a poměrně dost přesně vyznačená pracovní metoda; přitahuje proto mládež, která — můžeme-li užít přirovnání — raději sportuje na ohraničeném tenisovém hřišti, než by lezla po vysokých horách, které nikdy nelze najednou přehlédnout. Ale jaké potom zklamání, když celá axiomatika neodolá nárazu drsné skutečnosti.

7. Přál bych si (říká profesor Stiefel), aby středoškolskou reformu prováděli lidé, kteří se na problémy výuky dívají očima přírodovědce, nikoli lidé, kteří znají jen metodická hlediska.