Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Jiří Hrbek

# Teplota a realizace její stupnice plynovým teploměrem

*Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*, Vol. 14 (1969), No. 6, 265--278

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/139303

**Terms of use:**

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1969

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* http://project.dml.cz

Zvolme nyní v každé třídě faktorového prostoru $Z/R$ číslo $x$ tak, aby $x \in \langle -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle$; množinu všech těchto čísel $x$ označme $A$, zřejmě $A \subset \langle -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle$.

*Množina A není měřitelná podle Lebesguea.* (Viz [3], kap. III, § 6.)

*Lebesgueův prostor*

Nechť $L$ je množina všech funkcí integrace schopných podle Lebesguea na intervalu $\langle a, b\rangle$. Víme, že $L$ je lineární prostor s polonormou: je-li $\varphi \in L$, pak $\|\varphi\|' = \mathrm{I}|\varphi|$. Přitom $\mathrm{I}|\varphi| = 0$ právě tehdy, je-li $\varphi = 0$ skoro všude na intervalu $\langle a, b\rangle$ (tj. nejvýše s výjimkou množiny nulové míry). Označme $L_0$ prostor všech funkcí, které jsou skoro všude rovny nule.

Podle lemmatu 9 je faktorový prostor $L/L_0$ prostorem s normou. Jsou-li $\varphi$, $\psi$ dvě funkce z téže třídy $X \in L/L_0$, platí $\varphi = \psi$ skoro všude a $\mathrm{I}\varphi = \mathrm{I}\psi$. Prakticky to znamená, že z hlediska Lebesgueova integrálu není třeba vzájemně odlišovat funkce, které jsou si rovny skoro všude, a každou funkci je třeba považovat za reprezentanta celé třídy faktorového prostoru $L/L_0$. Tento prostor se nazývá *Lebesgueův*. ([6], kap. IV, § 3,6.)

Literatura


[1] Borůvka O.: *Základy teorie grupoidů a grup*, ČSAV, Praha 1962.
[2] Kořínek V.: *Základy algebry*, ČSAV, 2. vyd., Praha 1956.
[3] Natanson I. P.: *Teorija funkcij veščestvennoj peremennoj*, GITTL, 2. vyd. Moskva 1957.
[4] Sansone G.: *Equazioni differenziali nel campo reale* I, IL, rus. vyd., Moskva 1953.
[5] Šilov G. E.: *Vvedenije v teoriju linejnych prostranstv*, GITTL, Moskva 1952 Leningrad.
[6] Šilov G. E.: *Matematičeskij analiz* (specialnyj kurs), GIFML, Moskva 1961.


# TEPLOTA A REALIZACE JEJÍ STUPNICE PLYNOVÝM TEPLOMĚREM


Jiří Hrbek, Praha


## POJEM TEPLOTY

Teplota je jeden z nejdůležitějších fyzikálních pojmů, který je v naší představě sice zdánlivě jasný, protože máme fyziologickou schopnost pociťovat změny teploty, ale přesnou její definici lze podat teprve na základě vlastností termodynamické rovnováhy [1] [2].

Veličiny, které určují stav libovolné fyzikální soustavy (makroskopického systému) nazýváme stavové parametry, které dělíme na tzv. vnější a vnitřní parametry.

Vnějšími parametry systému jsou všechna silová pole působící na uvažovaný makroskopický systém z vnějšku; jsou to tedy funkce zobecněných souřadnic okolních těles, se kterými je uvažovaný systém v interakci.

Vnitřními parametry systému nazýváme veličiny, které při stejných vnějších parametrech charakterizují pouze uvažovaný systém čili jsou to funkce stavu mikroskopických částic (molekul), ze kterých sestává uvažovaný makroskopický systém. Vnitřní parametry závisí tedy jednak na uvažované konkrétní makroskopické soustavě a jednak na vnějších parametrech.

Ve fenomenologické termodynamice se postuluje, že každý makroskopický systém, který se nachází od určitého časového okamžiku v daných, časově neproměnných vnějších podmínkách, dospěje po určité relaxační době do stavu (termodynamické) rovnováhy. V tomto rovnovážném stavu mají všechny stavové parametry časově konstantní hodnoty[1]).

Jestliže vyšetřovaný systém je termicky homogenní[2]), pak podle jednoho z termodynamických axiómů je rovnovážný stav jednoznačně určen souborem všech vnějších parametrů a jedním vnitřním parametrem, energií systému.[3])

Ostatní vnitřní parametry $a_i$ lze vyjádřit jako funkce vnějších parametrů $A_1$, $A_2$, ..., $A_n$ a vnitřní energie $U$:

$$a_i = a_i(A_1, A_2, \ldots, A_n, U) . \tag{1}$$

Předpokládejme, že termicky homogenní systém s vnitřní energií $U$ je rozdělen na tři podsystémy (1, 2, 3), z nichž každý je charakterizován energií $U_j$ a pro jednoduchost jen jedním vnějším parametrem $A_j$ ($j = 1, 2, 3$). Budou-li soustavy složené z částí 1 + 2 a 2 + 3 každá zvlášť ve stavu termodynamické rovnováhy, bude i soustava složená z částí 1 + 3 ve stavu rovnováhy (princip tranzitivnosti rovnovážných stavů).

Energie $U_j$ části soustavy musí být vnitřním parametrem celé soustavy. Proto např. pro dvojici 1 + 2 uvažovaných podsystémů je možno s přihlédnutím k rovnici (1) psát:

$$U_1 = U_1(U_{1+2}, A_1, A_2) . \tag{2}$$

$$U_2 = U_2(U_{1+2}, A_1, A_2) . \tag{3}$$

---

[1]) Neuvažujeme-li ovšem fluktuace stavových parametrů způsobené tepelným pohybem molekul.

[2] To je systém, který neobsahuje žádnou adiabatickou izolaci, takže je možná výměna tepla mezi kteroukoliv částí systému a jejím okolím.

[3]) Touto (tzv. vnitřní) energií rozumíme celkovou energii systému, zmenšenou o potenciální a kinetickou energii mechanického pohybu systému jako celku.

Protože výrazy (2), (3) jsou vzhledem k $U_{1+2}$ monotonní[4]), lze je podle $U_{1+2}$ jednoznačně řešit:

$$U_{1+2} = U_1 + U_2 = F(U_1, A_1, A_2) = F_2(U_2, A_1, A_2)\,. \tag{4}$$

Z tohoto vztahu dále plyne:

$$\varphi_1(U_1, A_1) = \varphi_2(U_2, A_2)\,. \tag{5}$$

Analogicky lze vyjádřit rovnováhu systému složeného z částí 2 + 3, eventuálně 1 + 3:

$$\psi_2(U_2, A_2) = \psi_3(U_3, A_3)\,.$$
$$\chi_1(U_1, A_1) = \chi_3(U_3, A_3)\,.$$

Podle principu tranzitivnosti rovnovážných stavů musí jedna z předchozích tří rovnic vyplývat ze zbývajících dvou.

Provede-li se příslušný výpočet (viz např. [1], [2]), dostaneme:

$$\varphi_1(U_1, A_1) = f[\psi_3(U_3, A_3)] = \varphi_3(U_3, A_3)\,. \tag{6}$$

Odtud plyne závěr, že v rovnovážném, termicky homogenním systému, složeném z podsystémů 1, 2 a 3, existuje funkce $\varphi_j = \varphi_j(U_j, A_j)$, která má ve všech podsystémech tutéž hodnotu $\tau$:

$$\varphi_1(U_1, A_1) = \varphi_2(U_2, A_2) = \varphi_3(U_3, A_3) = \tau\,, \tag{7}$$

přičemž tato hodnota nezávisí na velikosti podsystému (na počtu částic). $\tau$ je tedy intenzívní veličina, která má ve všech částech systému stejnou hodnotu, závislou pouze na termodynamickém stavu soustavy a nazývá se teplota[5]).

Úplně stejným postupem je možno dokázat existenci teploty i pro systémy, jejichž stav je popsán libovolným počtem vnějších parametrů. Označíme-li $A_1, A_2, \ldots, A_n$ vnější parametry a $U$ energii systému, je teplota $\tau$ tohoto systému dána vztahem:

$$\tau = f(U, A_1, A_2, \ldots, A_n)\,. \tag{8}$$

Aby tato definice teploty definovala také fyzikální význam toho, která teplota je vyšší a která nižší, je nutno ji doplnit úmluvou, že teplota soustavy roste s růstem

---

[4]) Toto tvrzení plyne ze zkušenosti, že energie jednotlivých částí roste s celkovou energií systému.

[5]) Pojem teploty je založen na základě rovnovážných systémů. Nerovnovážnému systému lze přiřadit teplotu jen přibližně tehdy, je-li jeho odchylka od rovnovážného stavu malá. Někdy je též možno nerovnovážný systém rozdělit na podsystémy a každému z nich přiřadit vlastní teplotu. Např. při velmi nízkých teplotách, získaných adiabatickou demagnetizací, může být mechanismus výměny energie mezi spinovými stavy a mřížovými vibracemi tak pomalý, že lze hovořit odděleně o teplotě mřížové a spinové.

její energie

$$\left(\frac{\partial \tau}{\partial U}\right)_{A_1 \ldots A_n} > 0 . \tag{9}$$

Tato nerovnost potom umožňuje jednoznačně vyjádřit energii inverzí rovnice (8)

$$U = U(\tau, A_1, A_2, \ldots, A_n) . \tag{10}$$

Spojením vztahů (1) a (10) lze psát

$$a_i = a_i(\tau, A_1, A_2, \ldots, A_n) , \tag{11}$$

což je stavová rovnice rovnovážného systému.

## TEPLOTNÍ STUPNICE

Stavová rovnice umožňuje určovat teplotu tělesa (systému) měřením libovolného stavového parametru (za předpokladu, že ostatní parametry se udržují konstantní) a je proto základem termometrie.

Uvažujme libovolný jednoduchý systém, který nazveme teploměrnou látkou a jenž je charakterizován jedním vnějším parametrem $V$ (objem), teplotou $\tau$ a vnitřním parametrem $p$ (tlak). Stavová rovnice má tvar:

$$p = p(\tau, V) . \tag{12}$$

Zvolíme-li nyní za teploměrnou látku např. rtuť[6]) a ponecháme-li tlak stálý, můžeme měřit teplotu pomocí objemové roztažnosti rtuti s teplotou. Tvoří-li rtuť s nějakým daným systémem termicky homogenní soustavu, lze takto měřit teplotu i onoho systému.

Aby bylo možno teplotu vyjadřovat kvantitativně a provádět vzájemné srovnání, je nutno ještě zavést teplotní stupnici, tj. přiřadit jednotlivým teplotním stavům čísla, a tím dostane závislost (12) konkrétní tvar. Pro jednoznačné určení stupnice je třeba udat její nulový bod, velikost jednoho dílku (teplotního stupně) a pravidlo, podle něhož se přiřazují dílky po sobě následující jednotlivým teplotním stavům (toto pravidlo je dáno nerovností (9)). Podle mezinárodní dohody byly jako základ teplotní stupnice přijaty dva, poměrně dobře reprodukovatelné termodynamické stavy, označované jako fundamentální body teplotní stupnice. Tyto body jsou jednak teplota rovnovážného stavu mezi ledem a vodou saturovanou vzduchem (bod tání ledu),

[6]) Důvody, proč se často užívá rtuti jako termometrické látky, jsou čistě praktického charakteru: snadno se získá chemicky čistá, dobře vede teplo a teplotní stupnice pomocí ní definovaná přibližně souhlasí s plynovou teplotní stupnicí (viz dále).

jednak teplota rovnovážného stavu mezi vodou a její párou (bod varu vody), obojí za tlaku jedné standardní atmosféry. Prvému bodu je přiřazena teplota 0°, druhému 100°. Takto se současně definuje jeden teplotní stupeň jako stý díl přírůstku stavového parametru teploměrné látky, který je vyvolán změnou teploty z 0° na 100°.

Z uvedeného vyplývá, že údaje teploměrů s různými teploměrnými látkami se ve fundamentálních bodech vždy shodují, avšak při teplotách mimo tyto body mohou být naměřené teploty obecně různé. Označíme-li $V_0$ a $V_{100}$ objem rtuti při uvedených fundamentálních bodech, pak objemová změna pro 1° je:

$$(\Delta V)_1 = \frac{V_{100} - V_0}{100}. \tag{13}$$

Teplota příslušná objemu $V$ je pak dána vztahem

$$\tau_{Hg} = \frac{V - V_0}{(\Delta V)_1} = \frac{V - V_0}{V_{100} - V_0} \cdot 100. \tag{14a}$$

Přirozeným důsledkem takto zavedené teplotní stupnice je lineární objemová roztažnost rtuti s teplotou:

$$V = \left[ V_0 \left( 1 + \frac{V_{100} - V_0}{100 V_0} \tau_{Hg} \right) \right]_{p = \text{const}}. \tag{14b}$$

Užijeme-li k realizaci stupnice jinou teploměrnou látku, pak se tato látka bude roztahovat s teplotou lineárně a roztažnost ostatních látek (např. rtuti) bude vzhledem k této látce nelineární. Teplotní stupnici lze proto zavést naprosto libovolně. Obecně je možno říci, že stupnice závisí 1. na výběru termometrické látky, 2. na volbě parametru, který se užije k měření teploty a 3. na volbě funkce, která vztahuje teplotu k vybranému parametru. Takto zavedené stupnice se nazývají empirické nebo konvenční.

Mezi empirickými stupnicemi lze nalézt takové, které jsou z praktického hlediska výhodnější než ostatní (např. rtuťová, lihová, plynová), ale fyzikálně jsou všechny rovnocenné. Privilegovat by bylo možno jen takovou stupnici, která by byla realizována pomocí libovolné empirické stupnice vztahem $T = T(\tau)$, jehož tvar by sice závisel na zvolené stupnici $\tau$, ale číselné hodnoty teploty $T$, měřené ve zvolených jednotkách, by byly nezávislé na volbě užité empirické stupnice, a tedy i na jednotkách, ve kterých by se $\tau$ měřilo. V příslušných teplotních intervalech[7]) by bylo možno takovou stupnici realizovat pomocí konvenčních teploměrů.

Dále ukážeme, že stupnice s těmito vlastnostmi, tzv. absolutní stupnice teplot, existuje. Její existence vyplývá z II. termodynamického zákona.

---

[7]) Je zřejmé, že pomocí každé teploměrné látky lze realizovat teplotní stupnici jen ve zcela určité oblasti teplot (dochází ke změně skupenství apod.).

Druhý termodynamický zákon, který objevil v r. 1850 R. CLAUSIUS, lze vyslovit v několika ekvivalentních formulacích. Pro matematický zápis je nejvhodnější formulace CARATHEODORYHO [1] (Caratheodoryho princip, r. 1909): V libovolném okolí daného počátečního stavu termicky homogenního systému existují stavy, kterých není možno dosáhnout adiabatickou změnou stavových parametrů (tj. existují takové termodynamické stavy, kterých nelze z daného výchozího stavu dosáhnout adiabatickým dějem).

V termodynamice se ukazuje (např. [1], [2], [3]), že pro kvasistatický přírůstek tepla $\mathrm{d}Q$ termicky homogenního systému platí:

$$\mathrm{d}Q = \left(\frac{\partial U}{\partial \tau}\right)_{A_1 \ldots A_n} \mathrm{d}\tau + \sum_i \left(F_i + \frac{\partial U}{\partial A_i}\right) \mathrm{d}A_i \,, \tag{15}$$

kde $F_i$ jsou zobecněné síly, jimiž systém působí na své okolí. V rovnovážném stavu jsou tyto síly funkce vnitřních a vnějších parametrů systému.

Z výrazu (15) vyplývá, že infinitezimální přírůstek tepla $\mathrm{d}Q$ je lineární polynom v diferenciálech nezávisle proměnných neboli lineární Pfaffova forma.

Pfaffovy formy lze rozdělit (viz [1], [4]) na holonomní a anholonomní. Holonomní se nazývají ty formy, které jsou buď úplnými diferenciály, nebo jsou úměrny úplnému diferenciálu nějaké funkce daných nezávisle proměnných. Potom platí:

$$\lambda \, \mathrm{d}\sigma = \mathrm{d}Q \,. \tag{16}$$

Veličina $\lambda \equiv \lambda(\tau, A_1, \ldots, A_n)$ se nazývá integrující dělitel Pfaffovy formy. Anholonomní se nazývají ty Pfaffovy formy, které nejsou úplnými diferenciály nebo které nemají integrující faktor.

Anulováním Pfaffovy formy (16) dostáváme diferenciální rovnici adiabaty. Z Caratheodoryho principu vyplývá, že přípustné řešení této rovnice může být jedině jednoparametrický svazek křivek (resp. ploch) v prostoru $\tau, A_1, \ldots, A_n$, a proto Pfaffova forma $\mathrm{d}Q$ příslušná kvasistatické změně těchto stavových parametrů musí být nutně holonomní. Rovnice adiabaty má tvar

$$\lambda \, \mathrm{d}\sigma = 0 \,, \quad \text{resp.} \quad \mathrm{d}\sigma = 0 \,, \tag{17}$$

kde $\mathrm{d}\sigma$ je úplný diferenciál funkce $\sigma = \sigma(\tau, A_1, \ldots, A_n)$.

Z vlastností integrujícího dělitele diferenciální formy $\mathrm{d}Q$ vyplývá existence absolutní teploty. Rozdělíme-li rovnovážný termicky homogenní systém na dva podsystémy (označené indexy 1 a 2), z nichž stav jednoho je určen proměnnými $\tau, A_1, \ldots, A_n$ a stav druhého proměnnými $\tau, B_1, \ldots, B_m$, platí při kvasistatickém procesu:

$$\mathrm{d}Q = \lambda(\tau, A_1, \ldots A_n, B_1, \ldots B_m) \, \mathrm{d}\sigma$$

$$dQ_1 = \lambda_1(\tau, A_1, \ldots, A_n)\, d\sigma_1 .$$

$$dQ_2 = \lambda_2(\tau, B_1, \ldots, B_m)\, d\sigma_2 .$$

Lze dokázat (viz např. [1], [3]), že teplotní závislost integrujících dělitelů $\lambda$, $\lambda_1$, $\lambda_2$ může být způsobena pouze jedinou společnou funkcí, kterou lze napsat takto:

$$\lambda = T(\tau) f(\sigma_1, \sigma_2) . \tag{18}$$

$$\lambda_1 = T(\tau) f_1(\sigma_1)$$

$$\lambda_2 = T(\tau) f_2(\sigma_2) .$$

Dále platí, že jestliže Pfaffova forma $dQ$ má integrující dělitel takový, že platí $dQ/\lambda = d\sigma$, je součin $\lambda$ a libovolné funkce $\varphi(\sigma) \neq 0$ opět integrujícím dělitelem formy $dQ$. Z tohoto libovolně velikého počtu integrujících dělitelů je možno vždy vybrat takový, který závisí pouze na teplotě, takže ze vztahu (18) dostaneme

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda = T(\tau) . \tag{19}$$

Teplo $dQ$, dodané termicky homogennímu systému při vratné změně stavu, má tedy vždy integrující dělitel $T(\tau)$, který je stejný ve všech částech systému. Podíl

$$\frac{dQ}{T(\tau)} = dS \tag{20}$$

definuje úplný diferenciál funkce teploty a vnějších parametrů, nazývané entropie.

Protože integrující dělitel (19) je závislý pouze na empirické teplotě, může být použit jako míra teploty. Uvažujme homogenní systém, jehož stav je určen teplotou $T(\tau)$ a jedním vnějším parametrem $A$. Ze vztahů (15) a (20) vyplývá:

$$\frac{\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_A dT + \left[F + \left(\frac{\partial U}{\partial A}\right)_T\right] dA}{T} = dS . \tag{21}$$

Z podmínky integrability po úpravě vyjde

$$T\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_A = F + \left(\frac{\partial U}{\partial A}\right)_T . \tag{22}$$

Protože veličiny $T$ a $\tau$ jsou si jednoznačně přiřazeny funkcí $T = T(\tau)$, je možno místo derivace při konstantním $T$ psát derivaci při konst. $\tau$. Užijeme-li ještě vztah

$$\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_A = \left(\frac{\partial F}{\partial \tau}\right)_A \cdot \frac{d\tau}{dT} ,$$

dostaneme z (22) diferenciální rovnici

$$\frac{\mathrm{d}T}{T} = \frac{\left(\frac{\partial F}{\partial \tau}\right)_A}{F + \left(\frac{\partial U}{\partial A}\right)_\tau} \mathrm{d}\tau \,. \tag{23}$$

Po integraci této rovnice máme:

$$T = T_0 \exp I_\tau \,, \tag{24}$$

kde

$$I_\tau = \int_{\tau_0}^{\tau} \frac{\left(\frac{\partial F}{\partial \tau}\right)_A}{F + \left(\frac{\partial U}{\partial A}\right)_\tau} \mathrm{d}\tau \,.$$

Integrační konstanta $T_0$ určuje velikost dílků na stupnici $T$. Jejich velikost se stanoví (podobně jako u empirické stupnice) mezinárodní dohodou jako stý díl teplotního rozdílu mezi dvěma fundamentálními body označenými 0° a 100°. Lze tedy psát

$$\tau_1 - \tau_0 = 100^\circ \,. \tag{25}$$

$$T_1 - T_0 = 100^\circ \,.$$

Podle (24) platí

$$T_1 = T_0 \exp I_1 \,,$$

kde

$$I_1 = \int_{\tau_0}^{\tau_1} \frac{\left(\frac{\partial F}{\partial \tau}\right)_A}{F + \left(\frac{\partial U}{\partial A}\right)_\tau} \mathrm{d}\tau \,,$$

odkud

$$T_1 - T_0 = 100 = T_0 (\exp I_1 - 1) \,. \tag{26}$$

Dělením rovnic (24 a (26) dostaneme:

$$T = 100 \exp I_\tau / (\exp I_1 - 1) \,. \tag{27}$$

Tímto vztahem je vyjádřena teplota $T$ pomocí konvenční stupnice $\tau$. Užijeme-li jinou konvenční stupnici, např. $\vartheta$, bude platit

$$\tau = f(\vartheta)$$

a dále též

$$\left(\frac{\partial F}{\partial \vartheta}\right)_A = \left(\frac{\partial F}{\partial \tau}\right)_A \frac{\mathrm{d}\tau}{\mathrm{d}\vartheta} \quad \text{a} \quad \left(\frac{\partial U}{\partial A}\right)_\vartheta = \left(\frac{\partial U}{\partial A}\right)_\tau . \tag{28}$$

Teplota $T'$, určená pomocí stupnice $\vartheta$, bude při platnosti podmínek podobných jako (25) dána výrazem:

$$100 \,.\, \exp I'_\vartheta / (\exp I'_1 - 1) \,.$$

Užijeme-li v tomto vztahu rovnosti (28), dostaneme:

$$T' = T,$$

tj. teplotní stupnice určená výrazem (27) je invariantní vůči užité konvenční stupnici a lze ji realizovat pomocí libovolné termoelektrické látky. Pro tuto vlastnost se teplota $T$ nazývá absolutní. Dílek na stupnici absolutní teploty se označuje stupeň Kelvina (° K).

Ze vztahu (24) vyplývá, že absolutní teplota nemůže měnit znaménko. Zvolíme-li znaménko konstanty $T_0$ kladné, bude i absolutní teplota vždy kladná[8]), což je v souhlase s konvencí zavedenou již u empirických stupnic, tj. zvyšováním teploty roste energie soustavy.

Nulový bod absolutní stupnice je podle třetího zákona termodynamiky asymptotickým bodem, jemuž se lze libovolně přiblížit, avšak není možno jej žádným reálným procesem dosáhnout. Nedosažitelnost absolutní nuly úzce souvisí s kvantovým charakterem systémů, a proto nevyplývá z uváděných výrazů fenomenologické termodynamiky.

## TEPLOTNÍ STUPNICE REALIZOVANÁ IDEÁLNÍM A REÁLNÝM PLYNEM

Ideální plyn je nejjednodušší molekulární systém. Molekuly zde pokládáme za nedeformovatelné částice, jejichž vzájemné srážky jsou ideálně pružné a které se pohybují naprosto nezávisle, tj. bez vzájemného působení.

Je-li takovýto systém sestávající z N molekul ohraničen nádobou objemu $V$ (srážky molekul se stěnami této nádoby předpokládáme též dokonale pružné) ve stavu termodynamické rovnováhy, je možno pro něho napsat stavovou (partiční) funkci ve

[8]) To platí pro systémy, které nemají horní limit energetického spektra (např. vibrační energie krystalové mříže). Systémy, které mají horní energetický limit (spinové systémy), mohou dosáhnout záporných absolutních teplot [3], [5]. Změna znaménka $T$ u těchto systémů může nastat pouze nestatickou cestou, a proto nevyplývá ze vztahu (24), který byl odvozen pro děje kvasistatické.

tvaru [6]:

$$Z = \frac{1}{N!}\left(\frac{2\pi m\Theta}{h^2}\right)^{3/2N} V^N , \tag{29}$$

kde $m$ je hmota molekuly, $h$ Planckova konstanta. Veličina $\Theta$ je tzv. modul rozdělení. Rozměr této veličiny je energie a z úvah prováděných ve statistické fyzice vyplývá, že má vlastnosti teploty systému.

Pomocí stavové funkce je možno vypočíst tlak plynu $p$ působící na stěny nádoby [6]:

$$p = \Theta \frac{\partial(\ln Z)}{\partial V} = \frac{N}{V}\Theta . \tag{30}$$

Položíme-li

$$\tau_{\text{plyn}} = \text{const.}\ \Theta , \tag{31}$$

lze takto získat teplotní stupnici pomocí tlaku plynu. Chceme-li však teplotu měřit na stupnici s velikostí dílku určeného mezinárodní dohodou, musí platit:

$$\tau_{1\ \text{plyn}} - \tau_{0\ \text{plyn}} = 100^\circ .$$

Použijeme-li nyní rovnic (30) a (31) ve výraze (27) pro absolutní teplotu, dostaneme rovnost

$$T = \tau_{\text{plyn}} . \tag{32}$$

Absolutní stupnice a empirická stupnice získaná pomocí ideálního plynu jsou za předpokladu stejných měřítek totožné (tj. v tomto případě za předpokladu, že bod tání ledu a varu vody jsou od sebe vzdáleny u obou stupnic o 100°). Teploměrem, jehož termometrickou látkou je ideální plyn, lze tedy pomocí stavové rovnice $pV = KT$ realizovat teplotní stupnici.

Pro konstantní hmotu ideálního plynu platí

$$\frac{pV}{p_0 V_0} = \frac{T}{T_0} . \tag{33}$$

Tato rovnice je základem plynové termometrie. Je lhostejné, měříme-li teplotu pomocí izochorické změny tlaku nebo izobarické změny objemu:

$$T = T_V = \frac{T_0}{p_0} p = T_P = \frac{T_0}{V_0} V . \tag{34}$$

Při skutečném měření s reálným plynem[9]) platí však uvedené vztahy jen přibližně.

[9]) Nejčastěji užívané plyny v termometrii jsou He, $H_2$ a $N_2$. Přesné teploměry, užívající těchto plynů jako termometrických látek, jsou popsány a vyobrazeny např. v [7], [8], [9], [10].

Stavovou rovnici reálného plynu lze vyjádřit mocninnou řadou:

$$pV = n(RT + Bp + Cp^2 + \ldots), \tag{35}$$

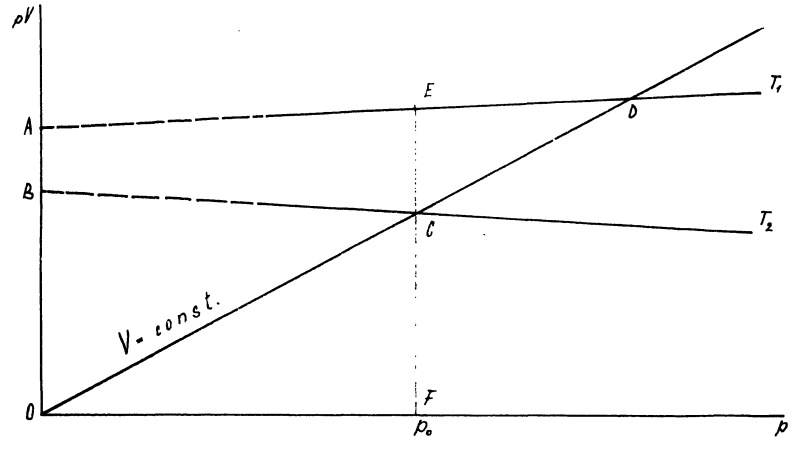
kde $n$ je počet molů plynu, $R$ je plynová konstanta, $B$, $C$ atd. virální koeficienty závislé na teplotě a druhu plynu. Omezíme-li se pouze na lineární aproximaci, dostaneme odtud místo vztahů (34):

$$T = \frac{T_0 p}{p_0}\left[\frac{V_0}{V_0 + [B(T) - B(T_0)] \cdot n}\right] \quad \text{při měření izochorickém;} \tag{36}$$

$$T = \frac{T_0}{V_0} V \left[\frac{1}{1 + \left[\frac{B(T)}{RT} - \frac{B(T_0)}{RT_0}\right] \cdot p_0}\right] \quad \text{při měření izobarickém.} \tag{37}$$

Abychom tedy mohli užít vztahů (34) k realizaci absolutní teplotní stupnice, je nutno provést korekci na neideálnost plynu. Často užívané korekční metody pocházejí od BUCKINGHAMA [11] a BERTHELOTA [12].

Podle Buckinghama se korekce provádí pomocí měřitelných hodnot Joule-Tomsonova koeficientu a specifického tepla při konstantním tlaku [13].




*Obr. 1.*

Berthelotova metoda je založena na dvou tvrzeních: 1. reálný plyn se chová jako ideální, jestliže se jeho tlak blíží nule, 2. extrapolace izoterm pro $p \to 0$ je proveditelná, tj. průběh izotermu plynu nevykazuje náhlé změny. Princip metody vyplývá z obr. 1 ([14], [15]): pro dvě teploty $T_1$ a $T_2$ se vynesou experimentálně určené izotermy $(pV)_T = f(p)$ a extrapolací se zjistí jejich průsečík s osou pořadnic. Pro teploty

měřené při konečném tlaku $p_0$ potom platí:

$$\frac{T_{1p}}{T_{2p}} = \frac{\overline{FE}}{\overline{FC}} \quad \text{a} \quad \frac{T_{1v}}{T_{2v}} = \frac{\overline{OD}}{\overline{OC}} . \tag{38}$$

Poměr absolutních teplot, které odpovídají vyneseným izotermám, je:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{\overline{OA}}{\overline{OB}} . \tag{39}$$

Je-li známa absolutní teplota odpovídající jedné z izoterm, je možno takto určit teplotu příslušnou druhé z nich. Vyneseme-li izotermy odpovídající bodu tání ledu a varu vody, je možno extrapolací stanovit absolutní teplotu těchto bodů, protože dosazením vztahu $T_2 - T_1 = 100\,°$ do (39) máme

$$T_1 = \frac{100}{\frac{\overline{OA}}{\overline{OB}} - 1} .$$

Je zřejmé, že korekce na neideálnost plynu nelze stanovit přesně. Jsou však poměrně malé, takže chyba 10% i více není ještě závažná. Např. v [13] se uvádí pro teploměr s konstantním tlakem 1 atm. plněným héliem korekce $-0{,}151°$ při teplotě 573,165 °K a $-0{,}136°$ při teplotě 83,165 °K.

Pomocí uvedených a jim podobných metod byly vykonány přesné práce na realizaci absolutní teplotní stupnice zejména v prvé polovině 20. století. Přitom byly měřeny absolutní teploty řady teplotních bodů, tj. teplot význačných a dobře reprodukovatelných termodynamických stavů některých vhodných látek (např. bodu varu, tuhnutí apod.). Těchto bodů se používá při realizaci mezinárodní teplotní stupnice ITS [16]. Interval teplot, ve kterém byla absolutní stupnice realizována pomocí reálných plynů, sahá asi od 1550 °K (DAY a SOSMAN [17] — bod tání paládia) do asi 1 °K [10]) ([18], [19]).

Měření prováděná zejména na koncích tohoto intervalu jsou však značně obtížná. Vně uvedeného intervalu teplot se k realizaci stupnice užívá závislosti susceptibility paramagnetických látek na teplotě (pro $T < 1$ °K) a optických metod založených na zákonech záření černého tělesa (pro $T > 1500$ °K.).

Jak již bylo uvedeno, velikost jednoho dílku (stupně) absolutní stupnice teplot je dána jako stý díl teplotního intervalu mezi dvěma zvolenými teplotami (fundamentálními body). Z vlastností absolutní stupnice však vyplývá, že k určení velikosti stupně

[10]) Pod 1 °K je plynový teploměr prakticky nepoužitelný následkem velmi nízkého tlaku teploměrného plynu (He). Pro představu uveďme, že v rovnovážném stavu kapalina-pára má hélium při teplotě 0,5 °K tlak řádově $10^{-5}$ torr.

postačuje pouze jediný teplotní bod. V r. 1939 navrhl Giauque založit absolutní teplotní stupnici na jediném bodu, za který zvolil trojný bod vody. Tento návrh byl přijat na zasedání Comité Consultatif de Thermométrie [20], konaném v r. 1948, kde byla též přijata hodnota 273,16 °K jako teplota trojného bodu vody.

Podle tohoto nového principu je velikost stupně absolutní stupnice teplot stanovena výrokem, že její nulový bod leží přesně 273,16 °K pod trojným bodem vody. Uvedená teplota trojného bodu vody je číslo zaokrouhlené na setiny stupně a je třeba ji považovat za hodnotu mezinárodně dohodnutou. Proto je zřejmé, že absolutní stupnice takto zavedená se liší od stupnice původní, jejíž dílek je definován jako stý díl zvoleného fundamentálního intervalu teplot. V současném stavu přesnosti měření jsou však obě tyto stupnice identické.

Kromě této stupnice, nazývané též Kelvinova termodynamická stupnice, je pro některé účely zavedena tzv. Celsiova termodynamická stupnice, jejímž nulovým bodem je bod tání ledu. Teplota tohoto bodu byla stanovena na 273,15 °$K$ [11]) a Celsiova termodynamická teplota je dána vztahem

$$t_{th} = T - 273{,}15\,.$$

Teplotní stupeň této stupnice je tedy co do velikosti shodný se stupněm Kelvinovým. Označuje se °C (therm.).

Literatura


[1] J. Kvasnica: *Termodynamika.* SNTL 1965.
[2] M. A. Leontovič: *Úvod do termodynamiky* (překlad), Praha 1957.
[3] I. P. Bazarov: *Termodinamika*, Moskva 1961.
[4] V. V. Stěpanov: *Kurs dif. rovnic*, Praha 1950, str. 389.
[5] F. E. Simon: The Concept of Temperature Near Absolute Zero. *Temperature, Its Measurement and Control in Science and Industry*, vol. 2, str. 9.
[6] Lee, Sears, Turcotte: *Statistical Thermodynamics* Addison Wesley Publ. comp. 1963.
[7] J. A. Beattie: *Gas Thermometry, Temperature, Its Measurement and Control in Science and Industry*, vol. 2, str. 63 (1955).
[8] W. H. Keesom: *Helium.* Elsevier, Amsterdam 1942.
[9] D. N. Astrov, A. C. Borovik-Romanov: Izmeritelnaja technika *20*, č. 11, 35 (1959).
[10] J. Oishi: J. Sci. Research Inst. *43*, 199—232 (1949).
[11] Buckingham. Phil. Mag. *15*, 526 (1908); Bull. Bur. of Stand. *3*, 237 (1907).
[12] D. Berthelot: *Sur les thermomètres à gaz.* Trav. Mém. Bur. int. Poids Mes. *13* (1907).
[13] J. R. Roebuck, Z. A. Murrell: The Kelvin Scale from the Gas Scales by Use of Joule-Thomson Data. *Temperature, Its Measurement and Control in Science and Industry*, vol. 1, str. 60 (1941).
[14] H. T. Wensel: Temperature. *Temperature, Its Meas and Control in Science and Industry*, vol. 1, str. 3 (1941).
[15] C. S. Cragol: Slopes of the p-v Isotherms of Some Thermometric Gases. *Temperature, Its Measurements and Control in Science and Industry*, vol. 1, str. 89 (1941).


[11]) Tato hodnota je hodnota zaokrouhlená na setiny stupně a mezinárodně přijatá. Je výsledkem mnoha měření prováděných po řadu let různými autory (viz např. [21]).

[16] Journ. of Research of the N. B. S., vol. 65 A, No 3 (1961)
[17] DAY, SOSMAN: Carnegie Inst. Wash. Publ. 157.
[18] G. SCHMIDT, W. H. KEESON: Leiden No 250b; Physica *4* 963 (1937).
[19] KISTEMAKER: Physica *12* 272 (1946).
[20] Comité intern. poids et mesures, procès—verbaux des séances de 1948 *21* T 18 (1948).
[21] J. BEATTIE: The Thermodynamics Temp. of the Ice Point. *Temperature, Its Measurement in Science and Industry*, vol. 1, str. 74 (1941).

Jedním z velmi zajímavých faktorů plynného obalu zeměkoule je teplota v tzv. horní atmosféře, tj. v té části, v níž se mění (klesá) její střední molekulová váha. Připomeňme, že je známo, že vrstvy u povrchu mají velmi přibližně konstatní složení s průměrnou molekulovou váhou kolem 29 atom. jednotek, avšak s rostoucí výškou nad zemí se složení mění, střední molekulová váha klesá, neboť přirůstá podíl atomárního kyslíku, pak hélia a konečně atomárního vodíku, jenž tvoří nejvzdálenější část zemského obalu. Na základě úvah o rychlosti unikání hélia z povrchu zeměkoule (kde se tvoří při radioaktivním rozpadu) do atmosféry a skrze ni do kosmického prostoru byla vyslovena domněnka, že teplota atmosféry ve výši kolem 250 km činí přibližně 700 °C. Tato hodnota byla nyní potvrzena měřeními na umělých družicích. Naměřená teplota nemá ovšem prakticky vůbec žádný vztah k teplotě družic na oběžné dráze ani neovlivňuje možnost vesmírných „procházek" kosmonautů, neboť hustota plynu v těchto výškách je již velmi nepatrná a teplota těles pohybujících se i značnými rychlostmi v tomto prostředí je dána především rovnováhou mezi absorbcí dopadajícího záření a jeho opětnou emisí. Teplota zmíněné horní vrstvy atmosféry kolísá během dne a noci asi o 300° a téměř o 700 °C v závislosti na intenzitě sluneční aktivity (známý jedenáctiletý cyklus). (*Science* 3861, str. 1437). *-XO-*

Pět kosmických sond typu Surveyor (1, 3, 5, 6, 7) měkce přistálo na povrchu Měsíce a přeneslo na zem celkem 87.674 snímků (11.240, 6.326, 19.118, 29.952, 21.038). Jejich zařízení sestávalo z televisních kamer, dotykových a teplotních čidel, magnetů a četných dalších mechanismů pro studium struktury, složení a vlastností měsíčního povrchu. Získané výsledky lze shrnout do následujících bodů: a) povrch moří a pohoří je pokryt vrstvou drobného materiálu, v němž převažují částečky o rozměru kolem 10 mikronů. V tomto prostředí jsou rozptýleny také četné kameny a hroudy, a to nejčastěji v blízkosti kráterů. b) Tloušťka této vrstvy činí v oblasti moří několik metrů, v pohořích od několika centimetrů až do desítek metrů. Vlastnosti materiálu se mění podstatně s hloubkou. c) Tento sypký materiál se zvolna pohybuje se směru sklonu. d) Specifická hustota tohoto materiálu činí cca $2{,}8 \pm 0{,}4$ g/cm$^3$. e) Jeho složení je v oblasti moří blízké složení pozemského čediče s vyšším obsahem železa, v oblasti pohoří se zdá, že obsah železa klesá. Stejně jako na Zemi nejčastější prvky jsou kyslík, křemík a hliník. f) Čerstvě obnažený měsíční materiál těsně pod povrchem má temnější zabarvení než původní povrch vystavený dlouhodobě vlivu světla a okolí. g) Materiál měsíčního povrchu prošel velmi intensivním působením (např. přetavením). h) Dielektrická konstanta byla určena na jednom místě 2,2, na jiném 3,3. Sonda Surveyor 7 zachytila svou televisní kamerou signály dvou argonových laserových zařízení s výkonem jednoho watu směrovaných k měsíci ze severoamerického kontinentu. (*Science* 3881, 775).

*-XO-*