Ivan Baník

Obrazové formy zadávania fyzikálnych úloh

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 16 (1971), No. 5, 259--266

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/139354`

OBRAZOVÉ FORMY ZADÁVANIA FYZIKÁLNYCH ÚLOH

IVAN BANÍK, Bratislava

Vo svojom príspevku chcem oboznámiť čitateľov s dvoma variantami zadávania fyzikálnych úloh obrazovým spôsobom. Prvý variant je vhodný najmä na precvičovanie vektorového vyjadrovania. Širšie uplatnenie môže nájsť v základnom kurze fyziky na vysokých školách, kde ovládanie vektorového počtu je veľmi žiadúce. Druhý variant je vhodný najmä pri zadávaní úloh z geometrickej optiky. Pri obidvoch je obraz jadrom celého zadania. Vysvetľujúci text býva veľmi stručný.

Obrazové zadávanie úloh využívam už niekoľko rokov vo svojej pedagogickej činnosti na Stavebnej fakulte SVŠT pri vedení cvičení, prednášok, ako aj pri skúšaní poslucháčov.

AKO MOŽNO ZDOKONALIŤ VYJADROVACIE MOŽNOSTI OBRAZU

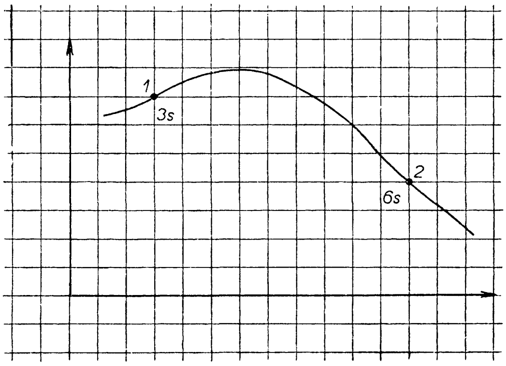
Aby sa obraz stal vhodnejším prostriedkom na popis fyzikálnych situácií, treba zdokonaliť jeho vyjadrovacie možnosti. Dosiahneme to zavedením „metriky" do obrazu a „vektorizáciou" obrazu. Zavedenie metriky umožní z obrazu zisťovať mnohé kvantitatívne údaje potrebné pre výpočet. Pod vektorizáciou rozumieme zakresľovanie vektorov do obrazu. Na základe jednoduchých dohovorov a predtým zavedenej metriky bude zakreslený obraz vektora jednoznačne určovať danú vektorovú fyzikálnu veličinu čo do veľkosti, smeru orientácie a zvolených jednotiek.

OBRAZOVÉ ZADÁVANIE ÚLOH S POUŽITÍM ŠTVORČEKOVEJ SIETE

Fyzikálne úlohy budú pri tejto metóde zakresľované na štvorčekovú sieť. Umožňuje to odčítanie polohy bodov, zistenie vzdialeností, ako aj veľkostí zložiek zakreslených vektorov. Jednotkou dĺžky na obraze je dĺžka strany štvorca siete, ktorú stotožňujeme s jedným metrom. Výnimkou sú prípady, keď sa v texte úlohy požaduje zmena. Ak máme v obraze zakreslenú vektorovú veličinu, jej zložky zistíme priamym odčítaním a výsledok zapíšeme v tvare $(2\boldsymbol{i} - 3\boldsymbol{j})$ jednotiek. Jednotku vo výpočtoch stotožňujeme s hlavnou jednotkou patričnej vektorovej fyzikálnej veličiny. Ak ide o uhlovú rýchlosť, je: $\boldsymbol{\omega} = (2\boldsymbol{i} - 3\boldsymbol{j})\,\mathrm{s}^{-1}$. V prípade, že vektor predstavuje silu $\boldsymbol{F} = (2\boldsymbol{i} - 3\boldsymbol{j})\,\mathrm{N}$, keď sa jedná o indukciu magnetického poľa, bude $\boldsymbol{B} = (2\boldsymbol{i} - 3\boldsymbol{j})\,\mathrm{T}$. Do fyzikálnych vzťahov nikdy nedosadzujeme len merné čísla, ale aj príslušné jednotky.

Na ozrejmenie metódy uvedieme niekoľko príkladov. V rozsahu tohto článku nemožno, pravda, plne vystihnuť systém úloh, s akým sa stretáva študent v priebehu niekoľkých semestrov.

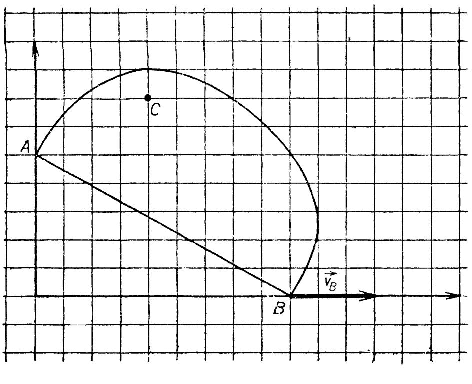
PRÍKLAD 1. (Obr. 1) Po danej krivke sa pohybuje hmotný bod tak, že polohou 1 prechádza v čase $t = 3$ s, polohou 2 v čase $t = 6$ s. Aký je vektor strednej rýchlosti hmotného bodu v uvedenom časovom intervale?
Poznámka: Polohové vektory bodov 1 a 2 zakreslíme do obrazu. Po vykonaní výpočtu vektor strednej rýchlosti znázorníme (s pôsobiskom v bode 1) a objasníme jeho význam.



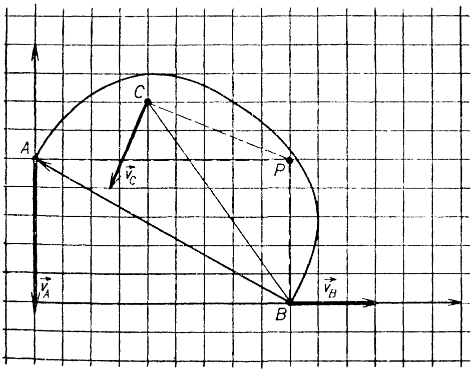
Obr. 1.

PRÍKLAD 2. (Obr. 2) Zobrazené teleso koná pohyb v rovine x, y. Bod A je pritom viazaný na os y, bod B na os x. Okamžitá rýchlosť bodu B je daná. Aký je vektor okamžitej rýchlosti bodu A a bodu C? Ktorý bod telesa je práve v kľude?.
Poznámka: Pri výpočte vychádzame zo vzťahu $\boldsymbol{v}_A = \boldsymbol{v}_B + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}$. Na obraze znázorníme vektor $\boldsymbol{r} = \overrightarrow{BA}$. Na základe údajov zistených z obrazu, ako aj z podmienok väzby, dostávame

$$v_A \boldsymbol{j} = 3\boldsymbol{i}\ \mathrm{ms}^{-1} + \begin{vmatrix} \boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k} \\ 0 & 0 & \omega \\ -9 & 5 & 0 \end{vmatrix} \mathrm{m}\,.$$



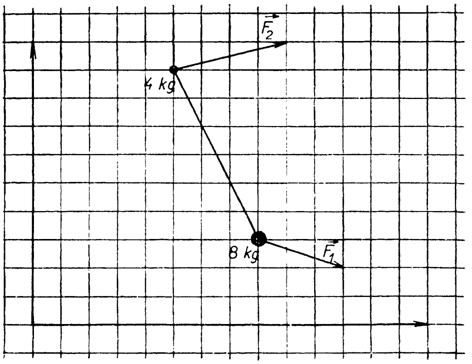
Obr. 2.



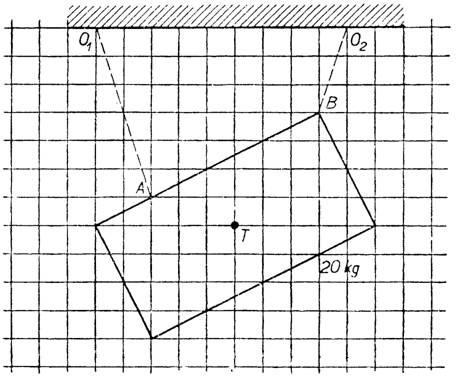
Obr. 2a.

Riešením nájdeme v_A a ω. Podobným spôsobom určíme rýchlosť bodu C. Pri hľadaní bodu P s nulovou rýchlosťou vychádzame z podmienky $\mathbf{0}\ \mathrm{ms}^{-1} = \mathbf{v}_B + \boldsymbol{\omega} \times \overrightarrow{BP}$, pričom kladieme $\overrightarrow{BP} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$. Vektory rýchlostí bodov A a C, ako aj polohu bodu P znázorníme (obr. 2a). Správnosť výsledkov overujeme takto: Bod P musí ležať na kolmiciach vedených bodmi A a B k osiam y a x. Vektory okamžitých rýchlostí bodov A, B, C musia byť kolmé na príslušné spojnice AP, BP, CP. Veľkosti jednotlivých rýchlostí sú úmerné vzdialenosti bodov A, B, C od bodu P.

PRÍKLAD 3. (Obr. 3) Akou silou sú napínané laná, na ktorých je zavesená homogénna obdĺžniková doska danej hmotnosti?
Poznámka: Sily, akými pôsobia na dosku jednotlivé laná, vyjadríme pomocou jednotkových vektorov v smere $\overrightarrow{AO}_1$ a $\overrightarrow{BO}_2$.



Obr. 3.



Obr. 4.

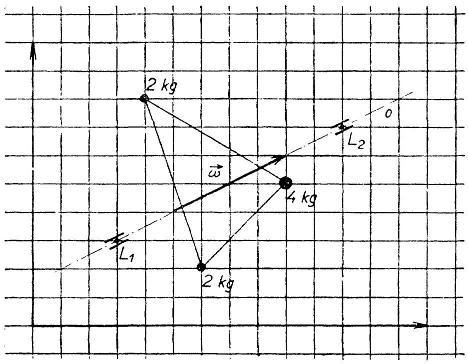
PRÍKLAD 4. (Obr. 4) Na obraze je znázornená sústava dvoch hmotných bodov spojených tyčou. V čase $t = 0$ s začnú na sústavu – nachádzajúcu sa dovtedy v kľude – pôsobiť znázornené sily. Aké budú počiatočné zrýchlenia hmotných bodov? Hmotnosť tyče možno zanedbať.

Poznámky: Na tomto príklade sa precvičia viaceré základné vzťahy mechaniky sústavy hmotných bodov, resp. telesa. Pozornosť sa sústreďuje na podstatné fyzikálne súvislosti, pričom matematická stránka je zámerne zjednodušená. V priebehu riešenia sa študent stretne s nasledujúcimi dielčími úkolmi:

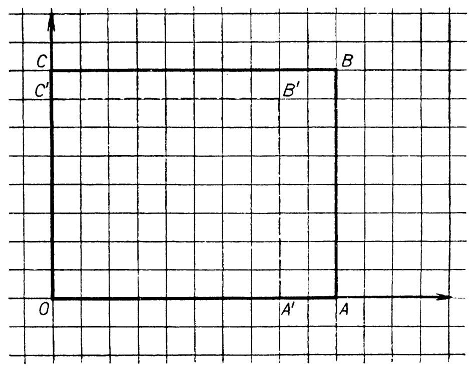
1. Hľadá polohu ťažiska zobrazenej sústavy, pričom používa vektorového zápisu.
2. Na základe vety o ťažisku určí zrýchlenie hmotného stredu.
3. Zistí moment zotrvačnosti sústavy vzhľadom na os prechádzajúcu ťažiskom.
4. Počíta moment síl vzhľadom na ťažisko.
5. Z pohybovej rovnice pre rotačný pohyb určuje uhlové zrýchlenie.
6. Podľa vzťahu $\mathbf{a}_1 = \mathbf{a} + \boldsymbol{\varepsilon} \times \overrightarrow{T1}$ vypočíta zrýchlenie bodu 1.

V priebehu riešenia zakresľujeme do obrazu mnohé veličiny potrebné pre výpočet, ako aj dielčie výsledky.

PRÍKLAD 5. (Obr. 5) Obrázok znázorňuje sústavu hmotných bodov pevne viazaných k osi o, uloženej v ložiskách L_1 a L_2. Akým momentom síl pôsobí táto sústava na ložiská pri rotácii uhlovou rýchlosťou $\boldsymbol{\omega}$?
Poznámka: K úlohe možno pripojiť ďalšie otázky: Aká je kinetická energia sústavy? Aký je jej moment hybnosti? Nájdite voľné osi sústavy.



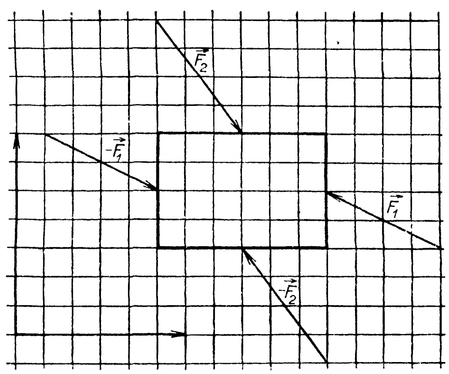
Obr. 5.



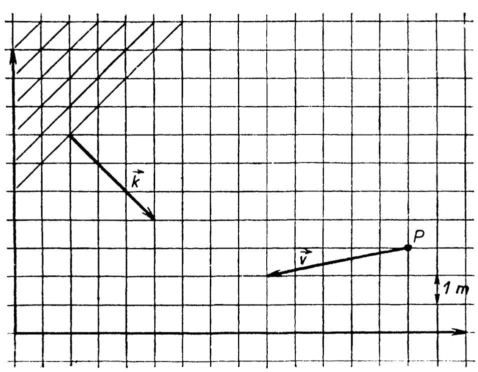
Obr. 6.

PRÍKLAD 6. (Obr. 6) Na obrázku je znázornená homogénna izotropná „doska" $OABC$, ktorá po deformácii nadobudne tvar $OA'B'C'$. Určte tenzor deformácie v ľubovoľnom bode dosky za predpokladu, že deformácia je všade rovnaká. Prípad považujte za dvojrozmerný.

PRÍKLAD 7. (Obr. 7) Obrázok znázorňuje kváder. Dva z jeho rozmerov sú dané,



Obr. 7.

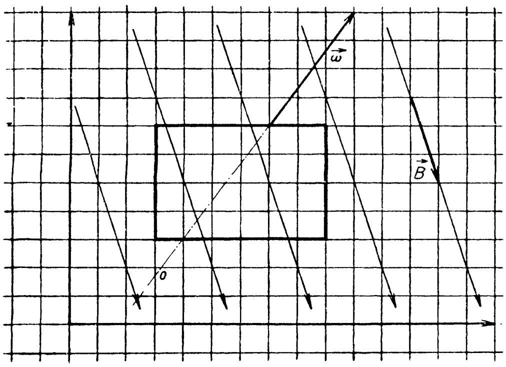


Obr. 8.

tretí je jednotkový. Účinok zobrazených síl na steny je rozložený po celej ploche rovnomerne. Na tretiu dvojicu stien nepôsobia žiadne sily. Aký je tenzor napätia v telese?

PRÍKLAD 8. (Obr. 8) Na obrázku je znázornená rovinná vlna s frekvenciou $f = 10\,s^{-1}$ a pozorovateľ P pohybujúci sa rýchlosťou $\boldsymbol{v}$. Prostredie, ktorým vlnenie postupuje, je vzhľadom na súradnú sústavu v kľude. Akú frekvenciu vníma pozorovateľ? Aká je rýchlosť šírenia vĺn?
Poznámku: Vektor $\boldsymbol{k}$ znázornený na obraze znamená vlnový vektor, pričom platí $k = 2\pi/\lambda$. Úlohu možno doplniť takto: Zvoľte si v rovine x, y dva body. S akým fázovým rozdielom prichádza vlnenie do uvedených bodov?

PRÍKLAD 9. (Obr. 9) V homogénnom magnetickom poli danej indukcie rotuje vodivý obdĺžnikový závit okolo osi o uhlovou rýchlosťou $\boldsymbol{\omega}$. Aká je okamžitá hodnota indukovaného elektromotorického napätia v ňom?
Poznámka: Pri riešení využijeme vzťah $d\boldsymbol{S}/dt = \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{S}$, ktorý platí pre deriváciu ľubovolného vektora $\boldsymbol{S}$, rotujúceho okolo osi uhlovou rýchlosťou $\boldsymbol{\omega}$. Platí teda aj pre vektor plochy.



Obr. 9.

OBRAZOVÉ ZADÁVANIE ÚLOH S METRIKOU NA OSI

Pri takomto spôsobe zadávania úloh je metrika realizovaná vyznačením dielikov na osi. Možno ju využiť tam, kde nás zaujímajú len vzdialenosti pozdĺž osi a kde rozmery v iných smeroch sú nepodstatné, alebo sa vyskytujú len zriedkavo. Použitie siete by bolo zbytočné. Dĺžku jedného dielika považujeme za 1 cm, prípadne za 1 m. V prípade potreby môžu byť niektoré priečne rozmery priamo zadané na obraze.

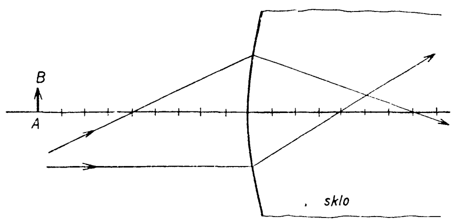
Podstatu metódy si ozrejmíme na nasledujúcich príkladoch z geometrickej optiky. Delenie optickej osi umožní odčítavanie vzdialeností potrebných k riešeniu úlohy, ako aj zakresľovanie výsledkov do obrazu. Po znázornení hodnôt zistených výpočtom mnohé výsledky možno overovať konštruktívnym spôsobom.

Metóda se dá v menšej miere využiť aj v iných partiách učiva (kmitavý pohyb, vlnenie na priamke atď.).

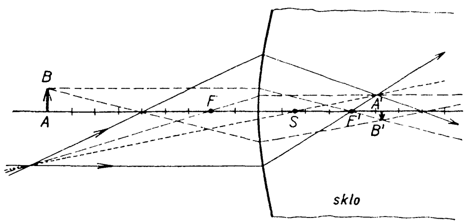
PRÍKLAD 10. (Obr. 10) Na obraze je znázornený chod dvoch lúčov lámavou guľovou plochou tvorenou rozhraním vzduchu a skla. Určte polohy ohnísk sústavy, polohu stredu guľovej plochy a index lomu skla. Nájdite obraz úsečky AB. Kde ležia hlavné body a uzlové body sústavy?

Poznámka: Sústava je na obraze zadaná chodom dvoch lúčov určujúcich na optickej osi dve združené dvojice bodov. Všimnime si, s čím všetkým sa študent pri riešení tejto úlohy stretáva.

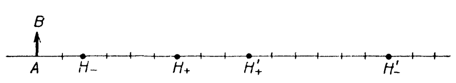
1. Na základe zobrazovacej rovnice vo vrcholových súradniciach určí neznáme N_2, r, f, f'. (Význam značiek je zrejmý.)
2. Do obrazu znázorní body S, F, F'.
3. Výpočtom zistí polohu úsečky $A'B'$, ktorú taktiež zakreslí. Pri výpočte použije zobrazovacích rovníc vo vrcholových súradniciach. O správnosti výpočtu sa môže presvedčiť aj pomocou Newtonových rovníc.
4. Konštrukciou overí správnosť predchádzajúcich výpočtov, a to spôsobom znázorneným na obr. 10a.
5. Výpočtom určí polohy hlavných a uzlových bodov sústavy. Tieto polohy znázorní.
6. Polohu hlavných bodov nájde aj grafickou konštrukciou, čím overuje predchádzajúci výpočet.



Obr. 10.



Obr. 10a.



Obr. 11.

PRÍKLAD 11. (Obr. 11) Optická sústava je na obrázku určená pomocou svojich hlavných bodov. Kde leží obraz jednotkovej úsečky AB? Výpočet overte konštrukciou.

Poznámky: Úloha sa najprv rieši výpočtom, potom sa výsledky overia konštrukciou. Po zodpovedaní príslušných otázok možno úlohu rozšíriť o ďalšie: Kde ležia uzlové body sústavy? Zakreslite ich a využite pri konštruktívnom nájdení obrazu úsečky AB.

Rozsah tohto článku nedovoľuje uviesť väčší počet príkladov. Úlohy s metrikou na osi nájdu uplatnenie pri zadávaní zložených centrovaných sústav, hrubých a tenkých šošoviek, okulárov, achromatických sústav a rôznych optických prístrojov. Na optickej osi môžu byť vyznačené polohy ohnísk, stredov guľových plôch, hlavných a uzlových bodov, clon, pupíl atď.

Zdôraznime, že úlohy s metrikou na osi majú v geometrickej optike v rozsahu základného kurzu fyziky na vysokej škole veľmi široké uplatnenie a značne zefektívňujú prácu.

AKOU FORMOU MOŽNO ZADÁVAŤ OBRAZOVÉ ÚLOHY

Pri individuálnom zadávaní stačí mať úlohu na papieri, pričom si ju študent — v prípade potreby — prekreslí na štvorčekový papier, kde si zakresľuje pomocné náčrty a výsledky. Pri inom spôsobe sa obrazové zadanie preloží pauzovacím papierom, na ktorý si študent robí pomocné náčrty. Zadanie sa nalepí na tvrdý papier, na okraje ktorého sa pripevňuje papier pauzovací.

Pri kolektívnom používaní možno obrazové úlohy premietať na spôsob diafilmov. Za projekčnú plochu sa hodí zelená tabuľa, kde sa zakresľujú náčrty a výsledky. Vhodné je tiež použitie spätného projektora, pričom doplňky do obrazu sa kreslia na pomocnú fóliu priloženú na fóliu so zadaním.

Vo svojej praxi som zadával úlohy väčšinou načrtnutím na tabuľu. Údaje, ako aj výsledky sa znázorňujú farebne. Sprievodný text sa podáva súčasne s kreslením. Využitie jedneho obrazu je neraz mnohostranné. Údaje na obraze sa môžu postupne dopĺňovať, pričom sa kladú otázky ďalšie.

NIEKOĽKO SLOV O VÝHODÁCH OBRAZOVÉHO ZADÁVANIA ÚLOH

Obrazove zadávané fyzikálne úlohy dokážu študenta lepšie zaujať a obsahujú menej zdrojov rozptylu, než je tomu pri bežnom zadávaní. Obraz nielenže poskytuje vstupné údaje, ale je aj objektom aktivity. Študent nedostáva všetky údaje zadané explicitným spôsobom, ale musí si ich často vyhľadať na obraze sám, a to rozborom príslušnej fyzikálnej situácie. Do obrazu sa znázorňujú nielen výsledky, medzivýsledky, ale aj údaje odčitované z obrazu slúžiace k výpočtu. Mnohé výsledky sa dajú overovať prostredníctvom názoru, inokedy je možné aj grafické — konštruktívne overovanie.

Pri počítaní v rámci cvičení sa na obraze dá lepšie sledovať postup práce. Zlepšujú sa „kontakty" medzi študentom a problematikou.

Obrazové úlohy umožňujú vo zvýšenej miere precvičovať vektorové vyjadrovanie, ktoré sa pri bežných spôsoboch precvičuje len nedostatočne. Bežne sa totiž už po niekoľkých krokoch výpočtu prevedie degenerácia vektorového vzťahu na skalárny.

Obrazové zadávanie úloh nie je univerzálnym prostriedkom, ktorý sa dá uplatniť kdekoľvek. Ide len o doplnenie bežných spôsobov práce tam, kde sú tieto spôsoby málo účinné, prípadne, kde sa ani použiť nedajú.

Predložený príkladový materiál má informatívny charakter a nepostačuje pre celkové zhodnotenie možností metódy. Praktické vyskúšanie obrazových foriem bude iste najlepším argumentom v ich prospech, pretože určite prinesie dobré výsledky.

K. E. Ciolkovskij (1915):

Souběžně či současně se budou rozvíjet: člověk, věda i technika. Tím se bude přeměňovat tvář Země. Začněme technickým pokrokem. Především se dosáhne dokonalosti toho, co se dnes produkuje. Zvětší se za pomoci strojů stonásobně produktivita lidské práce. Práce se ve všech profesích stane zcela bezpečná, neškodná pro zdraví, ba i příjemná a zajímavá. Zkrátí se denní pracovní doba na 4—6 hodin, zbytek připadne na volné, nikterak nevynucované zaměstnání, tvůrčí činnosti, zábavě, vědě, snům...

K. E. Ciolkovskij:

Věda není ničím ukončeným, a proto se též neustále zdokonaluje úsudek o ní. Je nutná také určitá skromnost, jež předpokládá ještě velké množství neznámého. V opačném případě upadáme do fanatismu a vlastní věda zatuchne — přestane se vyvíjet, jak se to často projevilo v její historii. Plody této vědecké skromnosti: trpělivost, pozorné sledování všech faktů, ať už jsou jakkoli nepravděpodobné z hlediska vědy své doby...

Proto vždy buďme kritičtí k vlastním znalostem a proto se snažme o jejich zdokonalení.

Vědec musí být obdařen fantazií, protože fantazie hraje ve vědě i v umění zřetelnou úlohu. Fantazie je nezbytná stejně jako snaživé zpracovávání sebraného materiálu. Bez fantazie se vědecká práce změní v hromadění fakt a úsudků, prázdných, chudokrevných a často neplodných. V harmonické souhře vědeckého zkoumání a vědecké fantazie tkví jistota pohybu vědy vpřed.