Jan Vyšín

Meta olympiáda

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 17 (1972), No. 1, 38--40

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/139640`

Ak už poznáme princip a význam brachystochrony, nebude komplikovanou záležitosťou odpovedať na otázku: Aký svah potrebuje lyžiar alebo sánkar, aby sa dostal na kopci z polohy A do polohy B v najkratšom čase? Ak zakrivenie svahu od A do B bude mať profilovú krivku podľa brachystochrony, zbehnú lyže alebo sánky v najkratšom čase. Analogicky môžeme predvídať, že táto koncepcia platí aj pre lietadlo, ktoré by sa vo vzdušnom priestore malo dostať z polohy A do polohy B v najkratšom čase.

Ľudovít Čápka

^{meta}OLYMPIÁDA

Jan Vyšín, Praha (za ÚVMO)

Je skutečnost dnes snad už obecně uznávaná, že je podstatný rozdíl mezi tím mít určité znalosti a umět je předávat někomu jinému, tj. úspěšně vyučovat. To platí o všech oborech, tedy i o matematice. V matematice je ovšem dnes situace trochu výjimečná. Ty tam jsou doby, kdy pro většinu lidí patřila jen znalost jistých matematických faktů tradičně k všeobecnému vzdělání — o jejich aplikování přitom vůbec nešlo. Naproti tomu v současnosti vyžaduje vědeckotechnický rozvoj společnosti stále větší a větší počet lidí, kteří mají tvořivou matematickou erudici, tj. kteří mají určitý matematický fond a dovedou ho také aplikovat. Tak vzniká jistý společenský tlak na školu, pedagogické pracovníky a zejména na učitele. Ocítáme se v situaci, která nás nutí opustit živelnost ve vyučování matematice, analyzovat vyučovací proces, na podkladě matematiky samé i její metodologie vytvářet a zkoušet nové vyučovací metody, zabývat se problémovým vyučováním, matematizací reálných situací — zkrátka zefektivnit výuku matematice, nespoléhat se na subjektivní zkušenost učitelovu, ale řešit otázky vyučování matematice vědečtěji a komplexněji ve spolupráci s odborníky v oblastech aplikací matematiky i pedagogy a psychology. Z těchto impulsů vznikla v posledních letech nová matematická disciplína zvaná didaktika matematiky nebo lépe teorie vyučování matematice. Význam této mladé vědecké disciplíny roste s rostoucím počtem závažných didaktických prací; teorie vyučování matematice získává postupně i oficielní uznání, které se projevuje např. přiznáváním vědeckých hodností v tomto oboru. Učitele škol všech stupňů a všech druhů, kteří nechtějí beznadějně zaostávat, nutí nová situace k tomu, aby se seznamovali s novým obsahem školské matematiky i novými vyučovacími metodami a aby přemýšleli o nových přístupech k výkladu teorie i k řešení úloh.

Při vyučování matematice na škole I. a II. cyklu hraje matematická teorie nepochybně roli nikoli hlavní. Je to zcela pochopitelné: žáci v ní vidí hlavně nástroj potřebný pro řešení úloh v matematice samé i jiných oblastech; učitelé pak vědí, že jejich teoretické výklady nemohou být zcela exaktní, že se neobejdou bez motivací, ilustrací, aplikací, zkrátka že do teorie musí vznést život řešení úloh. Asi proto je třeba hodně přemýšlet o tom, jak učit žáky řešit matematické problémky i problémy; tím ovšem nechci říci, že není třeba přemýšlet o způsobech, jak probírat elementy teorie, byť by to bylo na úrovni, kterou lze nazvat naivní.

Uvnitř didaktiky matematiky se tedy rýsuje dosud mlhavá, ale rozsáhlá silueta čehosi, co bychom snad mohli nazvat metodikou řešení matematických úloh. Jde o otázky, které mají svůj význam i ve vysokoškolské výuce a které jsou východiskem k problémovému vyučování. Bohužel je zatím velmi poskrovnu publikací z této oblasti; z naší literatury připomeňme [1], [2], [5] a [4], z cizí [6].

Zkušenosti z matematické olympiády (MO) ukazují, že úspěchy v soutěži jsou v značné míře závislé na tom, jakou pomoc poskytují účastníkům učitelé v prvním, studijním kole. Tato pomoc — tak jako pomoc při řešení úloh vůbec — ovšem nespočívá v tom, že učitelé žákům rozřeší přípravné i soutěžní úkoly, oni je opíší a odevzdají; pomoc záleží v tom, že je seznámí s různými metodami řešení, včetně metody experimentální a poradí jim, kdy a jak jich použít. V tom je odpověď na stále se vracející Polya-ovskou otázku „Jak na to?“

V XX. ročníku MO jsme udělali pokus: vydali jsme k úlohám I. kola kategorie Z (nejvyšší ročník ZDŠ) komentář pro učitele [5], který jim radil — nikoli diktoval — různé přístupy a cesty, jak uvést žáky do řešení přípravných i soutěžních úloh. Můžeme-li soudit podle značného vzestupu úspěšných řešitelů I. i II. kola kategorie Z, dopadl tento pokus úspěšně. Proto jsme jej v letošním XXI. ročníku MO zopakovali a rozšířili ještě na kategorii C (1. ročník gymnasií). Bude-li i tento pokus úspěšný, rozšíříme jej také na kategorie B, A (zbývající ročníky gymnasia).

Je běžnou tradicí mnoha matematických pedagogických časopisů dřívějších i současných, že uveřejňují texty úloh pro čtenáře-učitele a dodatečně i řešení úloh; někdy vedle autorského řešení i řadu různých řešení téže úlohy, jak se sešla od čtenářů. Pravidelná rubrika „Úlohy pro čtenáře“ bývá někdy i organizována jako soutěž řešitelů. Zdá se nám však, že by učitelé dnes měli soutěžit v něčem jiném než v pouhém řešení úloh; měli by soutěžit i v didaktickém přístupu k úloze, tj. hledat optimální a nejefektivnější způsob, jak uvést žáky do řešení úlohy, jak je nenásilně učit vyhledávat nejvhodnější aparát pro řešení a pochopení smyslu úlohy. Učitelé sami by se měli učit zobecňovat úlohy, tvořit jejich varianty, rozvíjet problémové situace a z nich čerpat nové úlohy. To vše v duchu poznání, že vyšším stupněm tvořivosti v matematice je formulovat nové a užitečné problémy a k nim vyhledávat aparát potřebný pro jejich řešení.

Slovem, které stojí v čele této výzvy, nerozumíme tedy metaolympiádu v obdobném smyslu, jak se mluví např. o metamatematice nebo metajazyku a podobně, ale *metodickou soutěž v řešení úloh.*

Naše představy jsou snad trochu určitěji naznačeny v komentáři k úlohám I. kola kategorií Z a C XXI. ročníku MO, o kterém jsme se zmínili ([5]). Jsme ovšem přesvědčeni, že mnozí naši čtenáři budou mít nápady originálnější.

Dnes uveřejňujeme první čtyři úlohy: úkolem čtenářů nebude jen je rozřešit, ale i zpracovat metodicky v tom smyslu, jak jsme výše uvedli. „Zabere-li" tento pokus, tj. bude-li mít výraznou odezvu mezi čtenáři, oznámíme složení jury, která bude řešení posuzovat, otiskneme vynikající práce a budeme uvažovat o cenách pro úspěšné řešitele v rámci možností JČSMF (např. úplně placené studijní zájezdy do ciziny, bezplatná účast na domácích konferencích *Jednoty* apod.).

ÚLOHA 1. Dokažte, že existuje nekonečně mnoho prvočísel tvaru $4n - 1$ (n přirozené). Pokuste se zobecnit úlohu pro jiné aritmetické posloupnosti.

ÚLOHA 2. V rovině jsou dány dva shodné rovnostranné trojúhelníky ABC, KLM. Dokažte, že středy dvojic AK, BL, CM buď leží v přímce, nebo jsou vrcholy rovnostranného trojúhelníka. Pokuste se zobecnit tak, že nahradíte oba dané trojúhelníky dvěma navzájem shodnými množinami bodů.

ÚLOHA 3. Pro podmnožiny základní množiny $\mathbf{Z}$ jsou definovány dvě operace: a) unární operace „doplněk": $\mathbf{M} \subset \mathbf{Z}$; $\mathbf{M}' = \{x \in \mathbf{Z}; x \notin \mathbf{M}\}$; b) binární operace „implikace": $\mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2 \subset \mathbf{Z}$; $\mathbf{M}_1 \Rightarrow \mathbf{M}_2 = \mathbf{M}_1' \cup \mathbf{M}_2$. Vyjádřete operace $\cup$ (sjednocení), $\cap$ (průnik), $\setminus$ (rozdíl); ∇ (symetrický rozdíl) pomocí operací $'$, $\Rightarrow$. Znázorněte na Vennových diagramech. Uveďte v souvislost s logikou.

ÚLOHA 4. V rovině jsou dány dvě kružnice o poloměrech r_1, r_2, které mají vnější dotyk. Přímka protíná obě kružnice ve čtyřech bodech, které omezují tři shodné úsečky téže délky d. Vyjádřete d pomocí r_1, r_2. Vytvořte variantu úlohy.

Úlohy 1 až 4 jsou přiměřené pro žáky nejvyšších tříd gymnasia. Příště přineseme některé méně náročné úlohy.

Řešení (tj. metodická zpracování jednotlivých úloh nebo celé skupiny) **zašlete do 30. dubna 1972 redakci *Pokroků* s výrazným označením „METAOLYMPIÁDA".**

Literatura

[1] J. ŠEDIVÝ: Zamyšlení nad řešením problémů. Matematika ve škole 1968.

[2] J. VYŠÍN: *Metodika řešení matematických úloh.* SPN, II. Vydání v tisku, vyjde 1972.

[3] Komentáře k řešení úloh MO. Vydal r. 1970 a 1971 ústřední výbor MO pro interní potřebu pracovníků MO — distribuují krajské výbory MO.

[4] SOUČKOVÁ - KUŘINA: *85 hodin geometrie v 6. třídě* (v rukopise).

[5] J. VYŠÍN: *Tři kapitoly o problémovém vyučování matematice.* SPN, v tisku, vyjde 1972.

[6] G. PÓLYA: *Mathematical discovery I/II 1962/65.* J. Willey & S. New York—London (ruský překlad z r. 1970 vyšel v izdav. Nauka).