

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Karel Švadlenka

Matematické modely a numerické simulace vln cunami

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 57 (2012), No. 3, 177–185

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/143198>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2012

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

Matematické modely a numerická simulace vln cunami

Karel Švadlenka, Kanazawa

1. Úvod

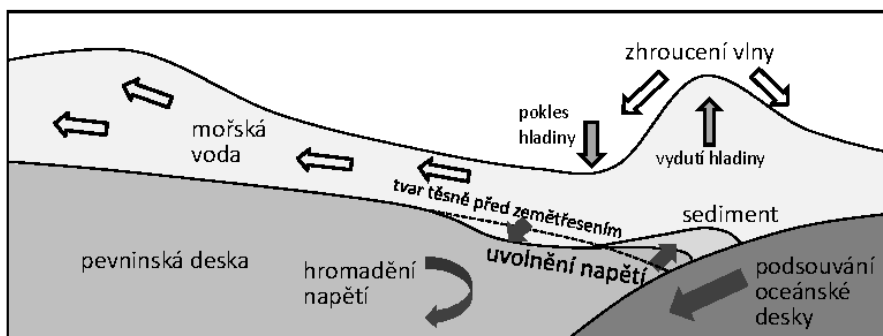
Mořské vlny *cunami* (angl. tsunami) mají původ ve velké a náhlé změně tvaru vodní hladiny, která je nejčastěji spojená se silným zemětřesením. Deformace oceánského dna se projeví vydutím hladiny a takto vzniklá „hora“ vody se gravitací okamžitě zhroutí. Výsledné vlny se pak šíří v různých směrech v čele se sedlem (minimem výšky) či hřebenem (maximem výšky) v závislosti na počáteční deformaci hladiny (viz obr. 1).

Tento zjednodušený popis vzniku napovídá, že cunami se podstatně liší od běžných vln způsobených například větrem. U běžných vln je pohyb vodních částic omezen na horní vrstvu vody, kde se částice pohybují po uzavřené kružnici či elipse, ale zůstávají v zásadě na stejném místě, kdežto u cunami pohyb velkých vodních mas při jejich vzniku a velký poměr vlnové délky oproti hloubce způsobí, že dominuje horizontální posun celého vodního sloupce. Rozdíl mezi oběma druhy vln si lze snadno představit na příkladu akvária: běžné vlny odpovídají vlnkám, které vzniknou vhozením kamínku, kdežto cunami lze vyvolat prudkým zvednutím jedné strany akvária.

Cunami je japonské slovo, psané dvěma čínskými znaky. Znak čtený *cu* má několik významů, z nichž původní je význam „přístav“ či „přívoz“, a *namí* je slovo pro vlnu. Název naráží na skutečnost, že tyto vlny se nejničivěji projeví v uzavřených zálivech, kde se jejich energie kumuluje. Protože cunami mají velkou vlnovou délku, na pobřeží se projeví několikaminutovým postupným zaplavením nebo, v případě vlny se sedlem v čele, nejprve obnažením břehů. V ostatních jazycích se proto dříve hojně užíval pojem *přílivová vlna*, který je ovšem zavádějící, neboť cunami se z hlediska původu, charakteru a časového měřítka zásadně liší od povrchových vln přílivu, způsobených především gravitací Měsíce a Slunce.

Pohyby litosférických desek při zemětřesení probíhají podél zlomů dlouhých i několik set kilometrů, kdežto rozsah skutečného skluzu je nanejvýš v řádech metrů, a proto mají cunami velkou vlnovou délku (obvykle několik set kilometrů) a malou amplitudu (většinou desítky centimetrů). Takové vlny s velkou vlnovou délkou a malou amplitudou v porovnání s hloubkou vody se nazývají *douhé vlny* a šíří se přibližně rychlostí danou vzorcem \sqrt{gh} , kde g je gravitační zrychlení a h je hloubka klidného moře v daném místě. Na hlubokém moři to mohou být stovky metrů za sekundu. Pozorovatel na člunu na širém moři by si tedy pravděpodobně takové dlouhé a nízké vlny vůbec

RNDr. KAREL ŠVADLENKA, Ph.D., Kanazawa University, Graduate School of Natural Science, 920-1192 Ishikawa, Kanazawa city, Japonsko, Matematický ústav AV ČR, v.v.i., Žitná 25, 115 67 Praha 1 e-mail: kareru@staff.kanazawa-u.ac.jp



Obr. 1. Schéma konkrétního příkladu vzniku cunami: oceánská deska se podsouvá pod pevninskou desku, čímž ji s sebou strhává a vytváří v ní napětí. Po dosažení meze pevnosti se pevninská deska vymršτί do původní polohy a způsobí zemětřesení spojené s cunami.

津波

Obr. 2. Čínské znaky pro slovo cunami

nevšiml. Díky dlouhé vlnové délce a vysoké rychlosti urazí cunami obrovské vzdálenosti ke břehu s téměř nulovou ztrátou energie. Jakmile se vlna dostane na mělký vodu, její rychlost klesá a v důsledku zachování energie, která je úměrná rychlosti a čtverci amplitudy, začne vlna nabývat na výšce. Většinou však nedojde k vytvoření často vyobrazované vysoké stěny, nýbrž je cunami pocíťována jako prudká záplava, jak jsme již popsali výše. Zpomalování na mělké vodě má navíc za následek, že zadní část vlny či později vytvořené vlny doženou a posílí vlnu před sebou.

Slovo cunami se poslední dobou začalo objevovat v médiích častěji, obzvláště od podmořského zemětřesení u Sumatry na konci roku 2004, v souvislosti s katastrofálními následky vpádu těchto vln na pobřežní oblasti. Mohlo by se zdát, že modelování a následná numerická simulace tohoto přírodního jevu by neměla být příliš obtížná, ale opak je pravdou, jak ukazuje nedostatečná funkce varovného systému při úderu cunami způsobené obrovským zemětřesením v březnu 2011 v tak technologicky vyspělé zemi, jakou je Japonsko (základní informace o tomto zemětřesení a s ním spojenými cunami lze najít např. v přehledovém článku [2]). Vlny tehdy hravě překonaly 2,4 km dlouhý a 10 metrů vysoký vlnolam, který byl považován na základě simulací za dostatečný, zničily nejhluběji zakotvený vlnolam zapsaný v Guinnessově knize rekordů, změnily desetitisíce hektarů obydlených oblastí v haldy trosek, ukončily na 20 000 lidských životů a navíc způsobily vážnou havárii v jaderné elektrárně Fukušima. Tato událost

znovu poukázala na naléhavou nutnost lepšího porozumění mechanismu cunami a vyvíjení přesnějších a robustnějších modelů a numerických schémat pro jejich simulaci. V tomto článku se pokusíme stručně popsat matematické rovnice používané pro popis vln cunami, způsob začlenění těchto rovnic do modelů reálných předpovědí a problémy spojené s těmito modely.

2. Matematické modely

Základním modelem pro proudění vody jsou úplné Navierovy-Stokesovy rovnice. Výpočetní náročnost tohoto modelu, který je navíc komplikovaný přítomností volného povrchu, jej však činí v případě cunami téměř nepoužitelným, a proto bylo odvozeno několik druhů zjednodušených modelů. Mírné zjednodušení představuje předpoklad, že jev má mnohem větší rozsah ve vodorovném směru v porovnání s lokální hloubkou vody, a tlak lze tedy považovat za čistě hydrostatický. Tím odpadá nutnost iterativního výpočtu tlaku v původním Navierově-Stokesově systému a proces se podstatně urychlí. Přesto je tento model s hydrostatickým tlakem stále výpočetně nákladný.

Nejčastěji používanými modely pro cunami jsou tzv. hloubkově zprůměrované modely. Zde se předpokládá, že proudění ve svislém směru je slabé a postačí uvažovat pouze vodorovné rychlosti zprůměrované přes hloubku moře. V případě cunami se obvykle používají tzv. *rovnice mělké vody* (shallow water equations) a *rovnice Boussinesqova typu*. Rovnice mělké vody obdržíme, pokud nadále předpokládáme, že rychlosti ve vodorovném směru se nemění s hloubkou, zatímco Boussinesqovy rovnice uvažují též vertikální změny a lze je proto použít i na modelování kratších vln.

Podívejme se nejprve na odvození rovnic mělké vody. Označíme-li složky rychlosti \mathbf{u} ve směru souřadnicových os (x, y, z) jako (u, v, w) , budou výchozím bodem následující Navierovy-Stokesovy rovnice pro nestlačitelné proudění:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (\text{podmínka nestlačitelnosti}), \quad (1)$$

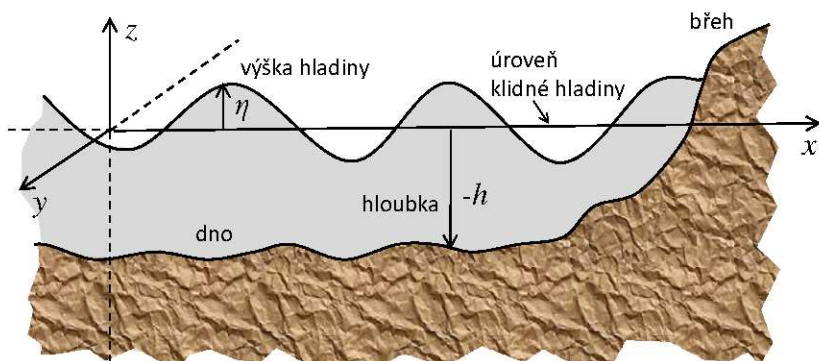
$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial(u^2)}{\partial x} + \frac{\partial(uv)}{\partial y} + \frac{\partial(uw)}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right), \quad (2)$$

kde p je tlak, ρ hustota, t je čas a τ je deviatorická část tenzoru napětí. Rovnici pro hybnost jsme v zájmu stručnosti napsali pouze ve směru osy x , neboť s dalšími dvěma složkami je naloženo obdobně.

Nejdříve převedeme rovnici kontinuity (1) do tvaru s hloubkově zprůměrovanými rychlostmi. Integrací rovnice (1) ode dna $-h(x, y)$ po hladinu $\eta(x, y)$ (viz obr. 3) a použitím Leibnizova pravidla získáme vztah

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\eta} u \, dz - u(x, y, \eta) \frac{\partial \eta}{\partial x} - u(x, y, -h) \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\eta} v \, dz - v(x, y, \eta) \frac{\partial \eta}{\partial y} \\ - v(x, y, -h) \frac{\partial h}{\partial y} + w(x, y, \eta) - w(x, y, -h) = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Použijeme-li *kinematickou okrajovou podmínku* $w = \frac{\partial \eta}{\partial t} + u \frac{\partial \eta}{\partial x} + v \frac{\partial \eta}{\partial y}$, která platí ve všech bodech $(x, y, \eta(x, y))$ a kterou obdržíme z podmínky setrvání částic z volného povrchu na volném povrchu, zjistíme, že druhý, pátý a sedmý sčítanec v rovnici (3)



Obr. 3. Uvažovaná výpočetní oblast a značení

dávají prostě $\frac{\partial \eta}{\partial t}$. Podobně díky okrajové podmínce na dně $w = -\frac{\partial h}{\partial t} - u\frac{\partial h}{\partial x} - v\frac{\partial h}{\partial y}$, platící ve všech bodech $(x, y, -h(x, y))$ a vyjadřující neprostupnost dna, můžeme součet třetího, šestého a osmého členu zjednodušit na $\frac{\partial h}{\partial t}$. Nakonec zavedeme označení pro celkovou hloubku $H = \eta + h$ a pro průměrné rychlosti

$$U = \frac{1}{H} \int_{-h}^{\eta} u \, dz \quad \text{a} \quad V = \frac{1}{H} \int_{-h}^{\eta} v \, dz,$$

takže rovnici (3) lze psát v jednodušším tvaru

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(HU) + \frac{\partial}{\partial y}(HV) = 0. \quad (4)$$

Zprůměrované rovnice pro hybnost jsou odvozeny podobně s použitím předpokladu hustoty nezávislé na z a přiblížení hydrostatického tlaku $p = p_a + \rho g(z + \eta)$. Protože je výsledná rovnice dlouhá a lze ji najít např. na str. 219 obsáhlé knihy [3], nebudeme ji zde uvádět, ale omezíme se pouze na jednodušší případ, kdy navíc zanedbáme vazkost a působení sil na volný povrch:

$$\frac{\partial}{\partial t}(HU) + \frac{\partial}{\partial x}(HU^2) + \frac{\partial}{\partial y}(HUV) = -gH\frac{\partial \eta}{\partial x}. \quad (5)$$

Rovnice (4) a (5) jsou jedním z případů rovnic mělké vody. Pokud dále uvážíme situaci, kdy je amplituda vlny malá, a tedy nelineární druhý a třetí člen v poslední rovnici jsou zanedbatelné, dostaneme vztah $\frac{\partial}{\partial t}(HU) = -gh\frac{\partial \eta}{\partial x}$ a obdobně ve směru y máme $\frac{\partial}{\partial t}(HV) = -gh\frac{\partial \eta}{\partial y}$. Využitím časové derivace rovnice kontinuity (4) a předpokladu, že dno se nepohybuje ($\frac{\partial h}{\partial t} = 0$), dostaneme po jednoduchém výpočtu jedinou rovnici pro výšku vlny ve tvaru

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} - \text{div}(gh\nabla\eta) = 0. \quad (6)$$

Toto je nelineární vlnová rovnice a můžeme z ní okamžitě odvodit přibližnou rychlost šíření vlny \sqrt{gh} zmíněnou v úvodu.

Rovnice mělké vody jsou velice efektivním modelem pro dlouhé vlny, avšak dosahují toho za cenu zanedbání *vlnového rozptylu*. Vlnový rozptyl či disperze znamená, že vodní vlny s různou vlnovou délkou se pohybují odlišnými rychlostmi, tj. delší vlny jsou rychlejší. Tím se odlišují např. od vln zvukových, kde se všechny běžné frekvence přemísťují prakticky stejnou rychlostí – rychlostí zvuku. Boussinesqův model je navržen pro případy, kde rozptyl vln hraje nezanedbatelnou roli. Protože rozptyl je důsledkem skutečnosti, že tlak není pouze hydrostatický, liší se Boussinesqovy rovnice od rovnic mělké vody v aproximaci tlaku. První takový model byl odvozen Boussinesqem v roce 1871, ale nyní se za standardní Boussinesqův model považují rovnice odvozené Peregrinem v roce 1967. Rovnice kontinuity je zde stejná jako u rovnic mělké vody a rovnice hybnosti ve směru x pro neviskózní tekutiny zní (viz [3], str. 236)

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{h}{2} \frac{\partial^2}{\partial t \partial x} \left[\frac{\partial(hU)}{\partial x} + \frac{\partial(hV)}{\partial y} \right] - \frac{h^2}{6} \frac{\partial^2}{\partial t \partial x} \left[\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} \right].$$

V porovnání s rovnicí hybnosti pro mělkou vodu obsahuje dva další členy se smíšenou derivací třetího řádu v čase a prostoru. Tyto členy mají původ ve vertikální složce zrychlení částic, čímž částečně vyjadřují nehydrostatickou tlaku a potažmo vlnový rozptyl. Později bylo navrženo mnoho zpřesňujících modelů, které buď rozšiřují platnost rovnic, nebo se soustřeďují na speciální případy, jako např. proudění v porézních materiálech či stratifikované proudění.

Rovnice Boussinesqova typu byly podrobně analyticky studovány, protože mají mnoho matematicky zajímavých vlastností, které nacházejí uplatnění i v jiných oborech fyziky. Vezměme jako příklad tzv. KdV (Kortewegovu-de Vriesovu) rovnici, kterou dostaneme z výše uvedených Boussinesqových rovnic za předpokladu, že vlny se šíří pouze jedním směrem:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + 6\eta \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} = 0.$$

Tato rovnice je úplně integrabilní, což zaručuje řadu dalších vlastností včetně existence N -solitonových řešení, která lze získat nelineární analogií Fourierovy transformace, tzv. inverzní scattering transformací. Z pohledu cunami je KdV rovnice zajímavá proto, že pro libovolné hladké a dostatečně lokalizované počáteční podmínky se její analytické řešení vyvine do řady po sobě následujících *solitonů* a oscilujícího chvostu s nižší rychlostí. Solitony jsou neměnné, lokalizované vlny, které neinteragují s jinými solitony, a existují díky vyvážení nelinearity rozptylem. Vyšší solitony mají větší rychlost, takže po dostatečně dlouhé době má řešení tvar souboru solitonů uspořádaných podle výšky, což věrně odpovídá skutečnosti, že cunami často udeří v několika vlnách s klesající silou. Vzdálenost potřebná k vytvoření takového řešení ovšem řádově odpovídá typické délce jevu, v tomto případě hloubce moře, vynásobené podílem mořské hloubky a vlnové amplitudy, což naznačuje, že rozptylový aspekt těchto rovnic se projeví až na dlouhém časovém měřítku, tj. pouze na dostatečně dlouhé vzdálenosti, řádově desítky kilometrů. Pokud je vzdálenost od epicentra k pobřeží menší, ukazuje se, že obyčejná vlnová rovnice typu (6) je dostatečným přiblížením. Struktura sledu solitonů sice závisí na počáteční podmínce, ale experimenty prokázaly, že spíše než detaily pohybu mořského dna, jako jsou např. vyšší frekvence jeho kmitání, má na výsledný tvar čelní vlny vliv především celkový objem vody vnesený nad klidnou hladinu u zdroje [1].

3. Systém předpovědi

V této části se budeme zabývat otázkou, jak vypadá celkový model pro předpovídání stupně ohrožení vlnami cunami v konkrétní oblasti při skutečné události, jak jsou rovnice pro cunami představené v předchozím textu do tohoto modelu zapojeny a jak jsou numericky řešeny.

V praxi jsou používány dva hlavní typy přístupů: jedním je snaha o simulaci cunami v reálném čase se vstupními daty ze seismických, GPS a dalších měření, druhým je výběr z databáze předpočítaných výsledků na základě vstupních dat získaných pomocí přímých měření vln u místa vzniku kombinovaných s dalšími, např. seismickými vstupy. Každý model však lze rozdělit do tří hlavních fází: modelování vzniku cunami potřebného pro generování počátečních dat pro matematický model, simulace šíření vln na volném moři a simulace náběhu vln na pobřeží. Dále uvedeme několik komentářů ke každé z těchto fází.

3.1. Vznik cunami

Cunami mohou být způsobeny svaňovými sesuvy, sopečnou činností, nárazem meteoritů do oceánu nebo podmořskými jadernými výbuchy, ale nejčastější příčinou jsou podmořská zemětřesení, která mají na svědomí přes 80% všech cunami, a proto se zde omezíme pouze na ně. Hlavními zdroji informací o vznikající vlně jsou údaje z tzv. *DART stanic* a jiných bójí a seismická data. Stanice DART (Deep-ocean Assessment and Reporting of Tsunami) jsou původně součástí programu Spojených států pro zmírnění dopadu cunami uskutečňovaného organizací NOAA (National Oceanic and Atmospheric Administration) a na celém světě jich je v současnosti rozmístěno na důležitých místech okolo padesáti (viz [6]). Každých 15 vteřin vysílají údaje o výkyvech ve výšce mořské hladiny, které jsou zpětně vypočítávány z hodnot tlaku naměřených tlakoměry na dně oceánu a z teplotních údajů. Hodnoty naměřené podmořským cunamimetrem jsou vysílány k bóji skrze vodu akustickým signálem a bóje je pak přes satelitní systém dodává do dozorčích center. Údaje z těchto bójí za období několika posledních dnů jsou zveřejňovány na webových stránkách NOAA. Pro získání dalších informací se používají i slapové stanice na pobřeží.

V případě systému spoléhajícího na simulaci v reálném čase jsou často na prvním místě použity seismické údaje, protože seismické vlny se šíří mnohem rychleji než cunami, a jejich údaje jsou tedy v boji s časem upřednostněny. Tyto údaje však poskytují pouze druhotnou informaci o vzniklých vodních vlnách, a proto se musí pomocí modelu elastické deformace mořského dna invertovat. Deformační model je většinou jednoduchý, uvažující např. pouze obdélníkové trhliny, což se ve většině případů ukazuje dostatečným, jak už bylo naznačeno zmínkou o vneseném objemu u KdV rovnice. Přílišné zjednodušení přenosu deformace dna na deformaci hladiny však může způsobit nemalé chyby, obzvláště v případě většího množství po sobě jdoucích otřesů na různých místech v okolí epicentra.

U systémů využívajících předem spočítaných scénářů, obvykle ve formě databáze zdrojových funkcí, jsou naopak upřednostňovány údaje z DART stanic, a to z několika důvodů. Především poskytují přímou informaci o vlnách a není tedy nutné používat dalšího modelu pro jejich zpracování jako u seismických údajů. Další výhodou je, že díky lineární povaze cunami na hlubokém moři lze tyto informace snadno kombinovat.

Navíc jsou DART údaje oproti údajům pobřežních slapových stanic rychleji dostupné a bez chyb způsobených interferencí s pobřežní geometrií.

3.2. Šíření cunami na volném moři

Jak vyplývá z odvození rovnic mělké vody, je tento model vhodný pro simulaci cunami na volném moři, protože zde vlny mají velkou vlnovou délku a malou amplitudu. Pokud je vzdálenost od ohniska k pobřeží velká, je nutno vzít v úvahu rozptyl vln a Boussinesqovy modely jsou pak přesnější volbou. Pro větší vzdálenosti je také namísto sestavit model ve sférických souřadnicích a uvážit i Coriolisovu sílu. Výpočet šíření cunami na volném moři odpadá při použití předpočítaných výsledků díky tomu, že se použije lineární vlnový model a stačí tedy lineárně zkombinovat předpočítaná řešení.

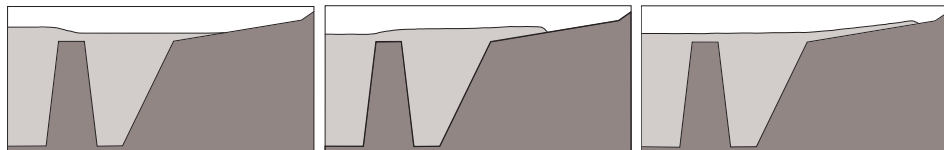
3.3. Náběh cunami na pobřeží

Když se cunami dostane blízko k pobřeží, kde je malá hloubka, dochází k zvyšování amplitudy, a navíc k lomu a ohybu vln o překážky. Tato fáze v simulaci cunami je nejnáročnější a její výpočet vyžaduje jak výpočet v reálném čase, tak použití předpočítaných scénářů. Zde se většinou používá nelineární model, ať už mělké vody nebo Boussinesqův. Existuje sice několik teoretických výsledků odhadujících výšku náběhu vlny na pobřeží (viz [1]), ale v praxi nejsou použitelné, protože se týkají příliš zjednodušených situací, a použití numerických metod je tedy nevyhnutelné. Ukazuje se totiž, že zapojení podrobných dat týkajících se topografie dna a tvaru pobřeží je nezbytné, neboť v takto složitém prostředí je výsledný náběh vlny na ně značně citlivý. Na druhou stranu je čas výpočtu omezen tím, že výsledek chceme znát dostatečnou dobu před skutečným úderem cunami, což nám nedovoluje použít příliš detailní rozlišení. Efektivní vyřešení tohoto rozporu mezi požadavky jemné sítě a krátkého výpočetního času je tedy klíčem dobrého modelu cunami.

Dalšími dodnes studovanými obtížemi této fáze je správné vyjádření *pohyblivé hranice* (tj. místa, kde se hladina dotýká břehu) a uvážení příboje neboli přepadávání vln a s ním spojenou turbulenci, interakcí proudů s vlnami a ztrátou energie. V tomto směru bylo vyvinuto několik modelů, které upravují hloubkově zprůměrované rovnice pro zahrnutí turbulence [3]. Pro proměnlivou výpočetní oblast bylo také navrženo několik většinou heuristických řešení. V tomto směru se autor tohoto článku pokusil navrhnout zcela jiný přístup a formuloval na základě heuristických úvah „toy-model“ pro cunami jako problém s volnou hranicí pro parciální diferenciální rovnici druhého řádu obsahující nelokální členy vyjadřující zachování objemu [5]. Jedním z hlavních cílů bylo vytvořit model, který by byl platný pro všechny fáze vývoje vln a realizoval volnou hranici. Bylo dokázáno, že rychlost šíření vln je dána hodnotou \sqrt{gh} a bylo provedeno několik numerických pokusů (viz obr. 4).

3.4. Numerické řešení

Modelové rovnice pro cunami jsou řešeny běžnými numerickými metodami, nejčastěji metodou konečných diferencí, metodou konečných prvků nebo metodou konečných objemů [4]. Náročnost numerického schématu nespočívá tolik v diskretizaci rovnic, jako ve vytvoření vhodné sítě. Síť by měla být taková, aby dobře rozlišovala důležité oblasti, tj. okolí pobřeží, ale zároveň měla co nejmenší počet uzlů. Jedním řešením je použít



Obr. 4. Příklad numerických výsledků z [5]. Mořské dno má konstantní hloubku v levé části výpočetní oblasti, která zde není zobrazena, ve střední části tvoří podmořskou překážku a u pobřeží se zvedá lineárně ve třech stupních. Obrázek znázorňuje zaplavení pobřeží počínaje z klidné vodní hladiny vlnou generovanou u levé hranice oblasti. Výpočet byl proveden i pro dno bez překážky, kde výsledné zaplavení pevniny bylo menší.

integrovanou nestructurovanou síť, která je adaptivní v tom smyslu, že propojuje řídkou síť na volném moři s hustou sítí v okolí pobřeží. Protože je možné použít stejný hloubkově způměrovaný model pro volné moře i pobřežní oblast, řeší se obě fáze šíření cunami najednou. Tento způsob však pro velké množství neznámých obvykle není schopen vyřešit úlohu v reálném čase.

Jiným přístupem, který používá např. NOAA ve svém MOST (Method Of Splitting Tsunami) modelu cunami, je řešit úlohu na rozdílných sítích na volném moři a v oblastech, které vyžadují větší rozlišení. Síť je nejhrubší na největší ploše odpovídající volnému moři a obvykle ve třech stupních se teleskopicky zahušťuje na oblasti při pobřeží. To má kromě úspory paměti výhodu, že na každé síti lze použít jiný model. Většinou jsou modely na každé síti podobné, ale např. na hrubé síti volného moře lze použít model ve sférických souřadnicích zanedbávající nelinearity, kdežto na jemné síti u břehu se použije plný nelineární model na jednodušších kartézských souřadnicích. Problém tohoto přístupu spočívá v předávání dat z jedné sítě na druhou, protože při něm vznikají další numerické chyby, což mimo jiné omezuje počet úrovní zjemňování sítě.

Problém sítě by mohl být vyřešen použitím *částicových metod* založených na Lagrangeově přístupu, které popisují tekutinu jako soubor interagujících částic a nepotřebují tedy síť (např. metody SPH a MPS). Na volném moři však potom má úloha příliš velký rozměr, což omezuje tento způsob diskretizace pouze na pobřežní oblasti. Zde se ovšem prokáže schopnost částicových metod simulovat složité jevy, jako třštění vln nebo unášení předmětů, a proto se od nich hodně očekává ve směru simulace interakcí s pobřežními strukturami. Zatím však ještě nedospěly k praktickému využití, protože nebyl vyřešen problém nekontrolované disipace, vedoucí mimo jiné k nepřirozenému zmenšování vln.

3.5. Nevyřešené problémy

První varovný systém cunami byl zaveden v Japonsku v roce 1933. Od té doby výzkum mořských vln učinil obrovský pokrok a dnes existuje několik vypracovaných modelů pro předpovídání síly cunami. Uvedme např. výše zmíněný model MOST vytvořený v NOAA nebo model TUNAMI-N2 vybudovaný na univerzitě Tóhoku v Japonsku.

I když pomineme skutečnost, že varovný systém proti cunami nespočívá jen v numerické simulaci a generaci přesné předpovědi, ale zahrnuje mnohem širší spektrum

otázek od stanovení architektonických norem po školení obyvatel v ohrožených oblastech, stále zůstává mnoho úkolů k vyřešení. Jednou ze základních podmínek vybudování spolehlivého varovného systému je vytvoření podrobné topografické databáze pro ohrožené oblasti a její správnou projekci do numerických sítí, neboť se ukazuje, že výška cunami u pobřeží je často značně odlišná i pro blízké body. To ukazuje na nezbytnost použití modelu s vysokým rozlišením u pobřeží.

Po vybudování modelu je nutné jej validovat pomocí všech dostupných historických dat o cunamii a využít i naměřených hodnot náběhu vln a výkyvů slapových bójí. Historická data lze též použít ke kalibraci koeficientu tření, tzv. *Manningova koeficientu*, který hraje podstatnou roli v náběhu vln na pobřeží. Potíž je v tom, že historických dat je příliš málo a v některých oblastech úplně chybí, a proto je důležitým úkolem vyvíjet nové metody pro vyhodnocení přesnosti předpovědního modelu a kalibraci jeho parametrů.

Nové modely ukazují, že pouhá velikost zemětřesení není dostatečným údajem pro získání přesné předpovědi, z čehož plyne, že měření z DART stanic jsou nepostradatelná. Problém s využitím seismických modelů spočívá v tom, že velikost deformace oceánského dna je silně závislá na hloubce porušené části zlomu, jejíž určení je v reálném čase mnohem obtížnější než stanovení pouhé velikosti zemětřesení. Dalším krokem ve směru získávání počátečních dat je tedy optimalizace rozmístění DART sond v oceánech a nalezení metod pro efektivnější využití jejich dat. V současnosti se rozvíjí také možnost využití dat z permanentních GPS stanic, které přímo měří posunutí litosférických desek na pobřeží a dokonce i v oceánu. Hodnoty posunutí vypovídají o situaci na zlomu a lze je využít k zpětné analýze či předpovědím seismické aktivity. Dosavadní výzkum se soustředil hlavně na cunami způsobené podmořskými zemětřeseními, a tak dalším úkolem je modelování jiných než seismicky generovaných cunami. Zajímavým a důležitým tématem je také tzv. inverzní problém, kde jde o využití údajů o cunami z pobřeží k získání lepších znalostí o průběhu podmořského zemětřesení.

Poděkování. Autor je vděčný recenzentovi a redakční radě PMFA za řadu cenných připomínek.

L i t e r a t u r a

- [1] KUNDU, A. (ed.): *Tsunami and nonlinear waves*. Springer, Berlin, Heidelberg 2007.
- [2] LAY, T., KANAMORI, H.: *Insights from the great 2011 Japan earthquake*. *Physics Today* 64 (2011), 33–39.
- [3] LIN, P.: *Numerical modeling of water waves*. Taylor & Francis, London, New York 2008.
- [4] LIU, P. L. -F., YEH, H., SYNOLAKIS, C. (eds.): *Advanced numerical models for simulating tsunami waves and runup*. *Advances in Coastal and Ocean Engineering*, Vol. 10, World Scientific, Singapore 2008.
- [5] ŠVADLENKA, K.: *A new numerical model for propagation of tsunami waves*. *Kybernetika* 43 (2007), 893–902.
- [6] TANG, L., TITOV, V. V., CHAMBERLIN, C. D.: *Development, testing, and applications of site-specific tsunami inundation models for real-time forecasting*. *J. Geophys. Res.* 114 (2009), C12025.