Literatura

Aktuárské vědy, Vol. 2 (1931), No. 2, 106–109

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/144544

$$\left(1+\frac{i}{2}\right)v^{n+x}S=\alpha,\quad pS=\beta,\quad SpN_{x+n}=\gamma.$$

then the total balance value is given by the relation:

$$V_z=v^z\Sigma\alpha-\frac{a_z+a_{z+1}-1}{2}\Sigma\beta+\tfrac{1}{2}\left(\frac{1}{D_z}+\frac{1}{D_{z+1}}\right)\Sigma\gamma.$$

Further it is obvious, that we can group not only net values, but also values simplified by Zillmer's method or other one. This is obvious, since in the equation of equilibrium of these values no other expressions occur than these, of which we have proved that they can be easily expressed by assistance of fixed factors and that of factors dependent only on the age attained.

Both these circumstances increase, as we have mentioned before, the value of this rather elementary method for practical use. The calculations themselves are very simple and especially if we organize and mechanize the method appropriately, we can determine the required values with comparatively little effort.

LITERATURA.

Journal of the Institute of Actuaries; vol. LXI, Nro. 301.

Harry Freeman; **Notes on a short method of valuation of pension funds.** V článku ukazuje se, jak je možno značně zjednodušiti početní práci při bilancích různých fondů, pro které nutno konstruovati z vlastních zkušeností nový aktivitní řád l_x. Známe-li hodnoty p_x pro věky postupující po 5 letech, je možno použíti jedné ze tří aproximativních formulí:

$$l_{x+5}=p_x^{2,5}\,p_{x+5}^{2,5}\,l_x$$
$$l_{x+5}=p_x^{3}\,p_{x+2}^{2}\,l_x$$
$$l_{x+5}=[\tfrac{1}{2}(p_x+p_{x+5})]^2\,l_x.$$

Nejlépe obyčejně vyhovuje formule druhá. Pomocí diferenčních schemat je možno snadno odvoditi základní čísla jak pro hodnotu placeného pojistného, tak pro hodnotu různých dávek. Autor dále ukazuje na praktických příkladech, jak velmi dobré výsledky tato metoda dává v porovnání s výsledky získanými plným nekráceným výpočtem pomocí obvyklých formulí. Nutno toliko v každém případě přihlédnouti bedlivě k tomu, zda průběh p_x je dosti rovnoměrný. V konečných stářích je vždy doporučitelno napočísti hodnoty pro jednotlivé věky; v nízkých letech pouze tehdy, uplatňuje-li se silněji vliv výstupů, což vede k značným odchylkám v průběhu p_x.

H. J. Tappenden: **A valuation of non-participing policies without classification.** Premiová reserva pojistky mění se v důsledku konstantního úročení a proměnného risika; je na snadě uvažovati ji za výsledek spoření při poměrné úrokové míře. Pro praktické výpočty pak naopak je výhodné pokládati premiovou reservu za výsledek spoření různých částí s různými — ale konstantními — úrokovými měrami. Tedy pro pojistky za běžnou premii je možno klásti

$$_{n}V = a(s^{(0)}{}_{\overline{n+1}|} - 1) + b(s_{\overline{n+1}|}{}^{(0,02)} - 1) + c(s_{\overline{n+1}|}{}^{(0,04)} - 1).$$

Pro různé druhy pojistek je výhodné různě zvoliti skutečné hodnoty $_{n}V_{x}$ jako východisko pro výpočet konstant a, b, c. Při pojistce za úhradový kapitál dobrý výsledek dává formule

$$_{n}V = A \,.\, 1^{n} + B \,.\, 1{,}02^{n} + C \,.\, 1{,}04^{n}.$$

Závěrem autor ukazuje, jak při vhodné úpravě pomocných knih je možno jednoduše provésti v praxi skutečné výpočty.

W. E. H. Hickox: **A short method of deriving values of l_x and D_x . . .** Z formule

$$\log l_x - \log l_{x+t} = 0{,}4343 \int_{x}^{x+t} \mu_{x+t}\, dt \quad \text{plyne pro celistvé } t$$

$$\log l_x - \log l_{x+t} = 0{,}4343 \,.\, \sum_{x}^{x+t-1} m_x,$$

kde m_x je centrální míra úmrtnosti $\doteq \frac{2q_x}{2 - q_x}$; chyba je řádu q_x^3. Jelikož pak často z výsledků pozorování je možno stanoviti snadněji m_x než q_x, lze v takových případech s výhodou použíti odvozené formule, která dává téměř zcela přesné výsledky.

J. A. Mr. Taggart: **British Offices Assurance Experience 1863—1893.** Zkušenosti britských pojišťoven z r. 1863—1893 zpracovány jsou v „O“ tabulkách podle jednotlivých druhů pojištění. Aby bylo možno porovnati závislost úmrtnosti jednotlivých druhů pojištění, jakož i aby dále bylo lze snadno pozorovati nová zkoumání úhrnné úmrtnosti s výsledky uvedeného šetření, konstruuje autor z původních statistických dat nové tabulky pravděpodobností úmrtí.

P. G. Brown: **Irish Free state life table.**

Z výsledků sčítání lidu z 18. 4. 1926 a ze statistiky úmrtí v r. 1925, 1926 a 1927 byla v Department of Industry and Commerce of the I. F. S. zkonstruována tabulka úmrtnosti pod vedením M. Geary-ho. Autor podává referát o použitém postupu a porovnáná irské zkušenosti s britskými. Připojuje dále několik poznámek o výsledcích irského sčítání hlavně pokud se týče příčin poklesu počtu obyvatelstva.

A. C. Aitken: **A generalisation of formulae for polynomial interpolation.** V článku je podán nový přímý důkaz velmi obecné interpolační formule dříve již odvozené a dokázané úplnou indukcí autorem v r. 1929 v Proceedings of the Edinburgh Mathematical Society. Obvyklé interpolační formule používají diferencí, derivací a podobných operací, které aplikovány na polynom u_x snižují jeho stupeň o jednotku. Označíme-li symbolicky takovou operaci ϑ, pak $\vartheta\,(\text{const}) = 0$; není dále na újmu obecnosti, předpokládáme-li $\vartheta x = 1$, neboť znamená to nejvýš přidati určitý multiplikátor. Označíme-li dále symbolicky $\Theta = \vartheta^{-1}$, je Aitkenova formule

$$u_x = u_0 + (\vartheta_1 u_0)\, \Theta_1\, 1 + (\vartheta_2 \vartheta_1 u_0)\, \Theta_2 \Theta_1\, 1 + \ldots$$

Specialisací ϑ lze dostati známé interpolační formule; tak je-li $\vartheta_1 = \vartheta_2 = \ldots = D$, jest to Maclaurinův rozvoj. Je-li $\vartheta_1 = \vartheta_2 = \ldots = \Delta$, jest to Newtonova formule. Článku předchází krátká redakční zpráva, kde se upozorňuje na veliký význam této formule a kde se pro ni navrhuje název „Aitkenův teorém“.

Extension of Aitken's general theorem of interpolation to the Everett types. Podle článku G. J. Lidstona v Proc. Ed. M. Soc. z r. 1930 je zde podáno rozšíření Aitkenova teorému na interpolační formule Everettovy.

Symbol pro operaci snižující o dvě stupeň polynomu je λ, inversní operace je $\Lambda = \lambda^{-1}$. Pak formule pro první typ, kde $z = x - 1$, je

$$u_x = xu_1 + \Lambda_1 x(\lambda_1 u_1) + \Lambda_1 \Lambda_2 x(\lambda_2 \lambda_1 u_1) + \ldots$$
$$- zu_0 - \Lambda_1 z(\lambda_1 u_0) - \Lambda_1 \Lambda_2 z(\lambda_2 \lambda_1 u_0) - \ldots$$

Pro druhý typ, kde ϑ je symbol operace Aitkenovy, je

$$u_x = u_0 + \Theta_1 x(\vartheta_1 \Theta_1) + \Theta_1 \Lambda_2 x(\lambda_2 \vartheta_1 u_1) + \ldots$$
$$- \Theta_1 z(\vartheta_1 u_0) - \Theta_1 \Lambda_2 z(\lambda_2 \vartheta_1 u_0) - \ldots$$

Dr. *Zelenka.*

Giornale dell'Istituto Italiano degli attuari.

Corrado Gini: **Tabulka úmrtnosti italského obyvatelstva.** Italské tabulky byly zkonstruovány na podkladě sčítání lidu z roku 1921 a pozorování úmrtí v roce 1921 a 1922. V článku jest vyložen postup pro zpracování těchto dat. Zvláštní pozornost byla věnována spolehlivosti dat udávaných census. Za účelem srovnání bylo stejným způsobem zpracováno sčítání lidu z let 1881, 1901 a 1911. Výsledné tabulky plynoucí z tohoto srovnání mají význam jednak pro stanovení vlivu způsobu zpracování na úmrtnost, jednak pro sledování vývoje úmrtnosti.

Francesco Tricomi: **O početních metodách v sociálním pojištění.** Výpočtem premie pro pojištění důchodu invalidního a starobního zabýval se L. von Bortkiewicz; výsledky jeho prací rozšířil v r. 1926 F. P. Cantelli. Úvahy Cantelliho jsou podrobeny podstatnému omezení, jsou totiž provedeny za předpokladu, že rozvrstvení obyvatelstva podle stáří zůstává stále stejné. Tricomi ukazuje, že tento předpoklad není pro výsledky úvah Cantelliho podstatný a odvozuje bez tohoto předpokladu vzorce pro premie v sociálním pojištění, a to jak pro premii individuelní, tak i pro premii průměrnou na základě metody kapitálové i rozvrhu. Při svých výpočtech používá Tricomi metody spojité, která poskytuje značné výhody a zjednodušení proti metodě nespojité; nespojité metody použil Del Vecchio ve svém článku v Giornale di Matematica Finanziaria (1929) a dospěl nezávisle k celkem týmž výsledkům jako Tricomi.

Pietro Smolensky: **O výpočtu premiových reserv metodou pomocných hodnot.** Autor vykládá především metody Zillmerovu a Whitingovu pro výpočet premiových reserv v grupách. Hlavní nevýhodou obou těchto metod jest to, že pomocné hodnoty při výpočtech používané nemají skutečného významu ani vztahu k pojištěné sumě ani k premii. Kombinací těchto dvou metod lze však docíliti odstranění této nevýhody. Autor provádí příslušné výpočty pro několik konkretních druhů pojištění. Metodu grupovací lze však rozšířiti i na daleko obecnější druhy pojištění, jak ukazuje článek dra Zelenky uveřejněný v tomto čísle Aktuárských věd.

Ilarione Romanelli: **Zisky životních pojišťoven z úmrtnosti a zdravotní opatření ve prospěch pojištěnců.** Jedním z hlavních zdrojů zisku pojišťoven jest nižší úmrtnost nežli v tabulkách úmrtnosti, mají tudíž pojišťovny veliký zájem na zdravotním stavu pojištěnců. Autor vykládá, jakých prostředků používají pojišťovny v jednotlivých zemích k prodloužení života svých pojištěnců.

Antonio Lomnicki: **O nutnosti rozlišovati dva druhy závislosti ve statistice o dvou proměnných.** Mnoho zmatků a nejasností vzniká při statistickém zpracování určitého zjevu tím, že se nerozlišují dva podstatně různé druhy závislosti: závislost či nezávislost stochastická, při níž se vyskytují pouze pravděpodobnosti, že proměnné veličiny nabývají určitých hodnot a která má význam jak pro tabulky kontingenční tak i pro tabulky korelační, a závislost či nezávislost korelační, při níž kromě pravděpodobností přicházejí v úvahu i numerické hodnoty proměnných. Ze stochastické nezávislosti plyne i korelační nezávislost, nikoliv však naopak. Korelační závislost mezi dvěma proměnnými jest pouze výjimečně vzájemná, kdežto nezávislost stochastická musí vždy býti vzájemná.

Pacifico Mazzoni: **O životních důchodech při proměnném úroku.** Autor odvozuje nejprve diferenciální rovnici pro hodnotu životního důchodu za předpokladu, že úroková míra i úmrtnost se mění s časem. Z této rovnice lze jednoduše odvoditi naopak výraz pro úmrtnost, je-li dána úroková míra a hodnota důchodu. Můžeme z ní rovněž stanoviti, jak se při dané změně úrokové musí změniti úmrtnost, aby hodnota důchodu zůstala stejná. V dalším je provedeno řešení zmíněné diferenciální rovnice a rozřešen úkol stanoviti změnu hodnoty důchodu při dané změně úrokové míry, a to jak přesně, tak i aproximativně. Konečně uvedeno jest několik příkladů, které ukazují dobrý souhlas mezi hodnotami přímo přesně napočtenými a mezi hodnotami vypočtenými podle odvozených aproximativních vzorců.

Dr. *Stránský.*

Bulletin trimestriel de l'Institut des actuaires français.

No. 140. Henri Marais: **Remarques sur la corrélation normale.** V prvé části osvětluje stručně autor s jednotícího hlediska základní pojmy teorie frekvenčních ploch a teorie korelace, a doplňuje je několika jednoduchými definicemi. Ve druhé části podává kriterium, aby plocha frekvenční $z = f(x, y)$ byla normální a ukazuje, že na normálnost frekvenční plochy lze usuzovati z vlastností jednoduchých křivek, před tím jím definovaných.

Paul Razous: **Le risque d'incendies forestiers et l'assurance de ce risque.** Článek obsahuje statistický přehled o rozsahu škod způsobených požáry lesů, a to pro některé státy Evropy i jiných dílů světa. Autor oceňuje kriticky momenty, které mají vliv na risiko pojištění a tím na pojistnou premii — jako je hustota obyvatel, klimatické poměry (nadmořská výška, síla větru, hojnost nebo nedostatek dešťů) a pod. a uvádí příklady pojišťovacích smluv.

No. 141. Albert Quiquet ve článku **„Rentes de simple survivance"** podává příklady na užití obecných formulí pro hodnotu nároku na důchody při t. zv. spojených životech, které odvodil a uveřejnil v čísle 139 pod týmž názvem. Dr. *Kalivoda.*

ZPRÁVY.

Škola pro statistické a aktuárské vědy na římské universitě. V lednovém čísle žurnálu italského ústavu aktuárů podává prof. Castelnuovo zajímavou zprávu o vzniku a vývoji školy pro statistiku a aktuárské vědy na římské universitě. Je patrno z této zprávy, že tytéž důvody, které vedly k zavedení cyklu přednášek pro statistiku a pojistnou matematiku na Karlově universitě, působí také v jiných státech a že vývoj vede k rozšíření působnosti aktuára na různé obory národohospodářské, při čemž však stále zůstává důraz na matematické přípravě. Škola pro vědy statistické a aktuárské založená v roce 1927 si klade dva úkoly: 1. Úkol vědecký, t. j. studim počtu pravděpodobností a jeho aplikací na vědy fysické, biologické a vědy sociální. 2. Úkol odborový t. j. poskytnouti náležitou přípravu úředníkům statistickým a pojistně-matematických kanceláří ve veřejné i soukromé službě, t. t. vzdělati aktuára s důkladnou kulturou matematickou a národohospodářskou. Je osvědčením