

Aktuárské vědy

Antonín Zelenka

L'assurance-invalidité en Allemagne

Aktuárské vědy, Vol. 4 (1933), No. 4, 154–163

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/144611>

Terms of use:

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

L'assurance-invalidité en Allemagne.

Par Dr. Ant. Zelenka.

L'assurance-invalidité-vieillesse et décès des ouvriers, des employés et des mineurs en Allemagne fut détruite par la guerre et surtout par l'inflation d'après-guerre. Le patrimoine des porteurs de l'assurance fut entièrement dévalorisé par suite de quoi la base financière de l'assurance fut ruinée. La valorisation des prestations qui était nécessaire pour les raisons ainsi politiques que sociales avait pour conséquence l'abandon du système de couvrir les prestations par la prime moyenne. Le développement de l'assurance dans ces conditions excitait naturellement les appréhensions les plus graves. Les cotisations avec les subventions d'État ne suffisaient pas à la compensation dans aucune des trois branches de l'assurance sociale; donc, il fallait faire d'économies efficaces pour éviter la déroute financière de toute l'assurance. La crise économique dont l'influence doit se montrer naturellement dans l'assurance sociale qui est étroitement unie avec la vie économique, avait accéléré le développement défavorable et elle a donné le cours plus vite aux intentions d'un assainissement durable.

Je veux m'occuper dans cette étude seulement de l'assurance-invalidité des ouvriers et je fais seulement cette remarque que la situation de l'assurance des employés est essentiellement meilleure. Au contraire l'assurance des mineurs a subi des pertes graves dont l'assainissement par ses propres moyens n'est plus possible.

I.

Dans le développement de l'assurance invalidité dans l'époque après l'inflation on peut distinguer trois étapes. Dans la première on répare la dévalorisation des prestations soit par l'augmentation de la somme de base fixe soit par l'augmentation des sommes de majorations, lesquelles étaient peu à peu introduites non seulement pour l'époque actuelle, mais aussi pour l'époque avant l'inflation. Cette première étape est finie par la loi du 12 Juillet 1929. La deuxième étape est caractérisée par les décrets du Président prises le 9 Décembre 1931 et le 16 Juin 1932 qui ont pour but d'équilibrer les suites de la crise économique qui avait l'influence néfaste sur l'état des finances des porteurs de l'assurance soit par l'introduction des conditions plus sévères quant au droit aux prestations, soit par la diminution des prestations pour les rentiers et pour l'assuré actif. La troisième étape est ouverte par la dernière loi du 7 Décembre 1933 qui doit préparer la transition vers une base financière solide de l'assurance, soit par la diminution des prestations, soit par l'augmentation des cotisations et par les subventions de l'État.

A la fin de la première époque du développement l'état de l'assurance fut à peu près le suivant:

Les assurés furent répartis selon leur salaire hebdomadaires en 7 classes. Les classes succédaient dans les intervalles de 6 RM ainsi la classe supérieure (septième) englobait les assurés dont le salaire hebdomadaire fut au-dessus de 36 RM. La cotisation hebdomadaire faisait 5% de la limite supérieure de la classe, dans la septième 2 RM.

Les prestations obligatoires étaient les suivantes:

La rente d'invalidité attribuée aux assurés qui ont accompli leur 65^{ème} année, ou qui sont sujets d'une invalidité permanente ou d'une maladie durant sans interruption 26 semaines et accompagnée d'une invalidité temporaire.

La rente de veuve est attribuée à l'épouse qui est invalide ou plus âgées de 65 ans.

La rente de veuf est attribuée l'époux incapable de gain si l'assurée — entièrement ou d'une grande partie subvenait aux besoins de la famille.

La rente d'orphelin: Limite d'âge 15 ans, au-dessus de cette limite d'âge aux enfants qui poursuivent des études dans des établissements d'enseignement spéciaux ou qu'ils sont infirmes. Le cercle d'enfants fut considérablement large. On y comprenait les orphelins de père et de mère, les enfants naturels, les enfants adoptifs, légitimes, les petits-enfants et les enfants d'un autre lit si l'assuré subvenait principalement à leurs besoins.

Les subsides aux enfants appartenant à la rente d'invalidité étaient d'une somme annuelle fixe au montant de 120 RM pour chaque enfant sous les mêmes conditions que pour le rente d'orphelin.

Le droit aux prestations était fixé par l'accomplissement de 200 cotisations hebdomadaires dont au moins 100 cotisations hebdomadaires devaient être acquises dans l'assurance obligatoire, autrement le stage fut fixé à 500 cotisations hebdomadaires.

La rente d'invalidité se composait d'une somme de base fixé de 168 RM et des sommes de majoration. Les sommes de majoration étaient différentes pour la période avant l'inflation et après l'inflation. Pendant la période d'inflation c. à d. depuis le 1^{er} Octobre 1921 jusqu'à 31 Decembre 1923 les sommes de majoration ne furent pas attribuées. Les sommes de majoration après l'inflation font 20% de la cotisation pour le temps acquis. Les sommes de majoration fixes avant l'inflation furent attribuées de la façon suivante:

Pour une cotisation hebdomadaire

dans la	I ^{ère}	classe	4 Rpf
„	II ^{ème}	„	8 „
„	III ^{ème}	„	14 „
„	IV ^{ème}	„	20 „
„	V ^{ème}	„	30 „

La rente de veuve (veuf) faisait 60%, la rente d'orphelin 50% de

la rente d'invalidité; le total des rentes pouvant être allouées aux survivants ne devait pas excéder 80% du salaire d'une personne capable de gain de la même catégorie.

Aux rentes appartenait le subside d'Etat (Reichszuschuß) au montant de 72 RM aux rentes d'invalidité, de veuve et de veuf et au montant de 36 RM aux rentes d'orphelin.

Sauf ce subside mentionné l'Etat contribuait à cette assurance sociale en payant aux institutions d'assurance les frais causés par la valorisation avant l'inflation (Reichsbeitrag) et puis qu'il leur assignait une certaine somme, tirée de la douane, au traitement curatif.

Quant à la construction mathématique-financière de l'assurance d'invalidité, il faut remarquer que cette forme ne pouvait nullement être considérée comme définitive, car il s'agissait de la couverture des prestations par la simple répartition. D'après le mémoire du ministre des travaux du 14 Janvier 1929, on pouvait attendre que dans la décade de 1929—1938 l'assurance-invalidité serait capable de suffir à ses devoirs avec les cotisations fixées et avec la subvention d'Etat. Jusqu'au 1933 les cotisations avec les intérêts et avec les autres propres revenus des porteurs de l'assurance devaient surpasser leurs payement des prestations à leur propre compte; en 1934 on attendait peut-être l'équilibre; et enfin dans les années 1935—38 on s'attendait à des déficits, mais ces derniers devaient être couverts par des surplus des années précédentes.

Cependant ces suppositions ne se sont pas remplies par suite d'une grave crise économique qui se montra par une baisse rapide des cotisations. Dans le système de répartition une baisse pareille signifie la menace instantanée de l'équilibre financière, car on n'a pas à la disposition des réserves suffisantes qui par leurs revenus d'intérêt pourraient améliorer les effets de la crise. Quelques chiffres sur le développement financier de l'assurance d'invalidité dans les années 1928—1933 dans le tableau I., montrent la rapidité de ce développement funeste.

Tableau No. 1.

Année	Revenu des cotisations	Somme de prestations au compte		Patrimoine des porteurs d'assurance à la fin de l'année	Nombre de cotisations hebdomadaire payées (en milliers)
		des porteurs de l'assurance	de l'Etat		
en millions RM					
28	1,075.849	749.782	325.896	1,277.628	767.703
29	1,092.047	867.578	393.284	1,582.071	766.485
30	986.368	1,005.133	404.338	1,636.711	697.869
31	819.197	1,038.872	410.103	1,451.254	605.400
32	642.210	835.147	378.320	1,266.595	524.409
33	679.021	725.796	396.094	1,224.000	566.238

Mais déjà à la fin de l'année 1930 l'assurance d'invalidité tombait dans des difficultés graves, car il n'était pas possible de mobiliser assez vite la fortune de leurs porteurs qui, d'ailleurs, fut tout à fait insignifiante par rapport aux prestations. On était donc forcé à prendre des mesures de secours à savoir par le décret du Président du 9 Décembre 1931 et notamment par le décret du 15 Juin 1932, par lesquels est caractérisée cette période passagère. Ces règlements concernaient seulement les dépenses des porteurs de l'assurance qui furent diminués par la baisse des rentes et des prestations.

Le décret du 9 Décembre 1931 rendait plus sévères les conditions pour l'attribution des prestations, mais leur montant resta intact. L'accomplissement du stage exigeait le versement de 250 cotisations hebdomadaires de l'assurance obligatoire. Si l'on n'avait pas accompli 250 cotisations hebdomadaires, le stage était de 500 semaines. Quant à la rente-vieillesse dont la limite d'âge fut de 65 ans, on exigeait le versement de 750 cotisations hebdomadaires. Le droit à la rente d'orphelin et au subside d'enfant cesse à l'âge de 15 ans; les petits-enfants et les beaux-enfants sont exclus du cercle des ayants-droits. Le règlement de concurrence est devenu plus rigoureux. Le total des rentes des survivants ne devait pas dépasser la rente dont jouissait l'assuré au moment du décès ou à laquelle il avait droit. Le règlement du 9 Décembre 1931 diminua le total annuel des rentes dans la première année de son entrée en vigueur de 173 mil. RM. Les économies des porteurs de l'assurance font 135 mil. RM. La charge de l'Etat est moins grande de 38 mil. RM, dans la première année.

Le système des rentes fut changé par le règlement du 14 Juin 1932 par lequel les rentes furent sensiblement diminuées. Le somme de base fixe fut baissée à 84 RM c'est à la moitié de la somme d'origine. La rente de veuve tomba à 50%, la rente d'orphelin à 40% de la rente d'invalidité. Les subsides d'enfant diminuèrent de 25% i. e. à 90 RM par an. La subvention d'Etat resta intacte. Quant aux rentes déjà allouées au lieu de cette diminution, on diminua chaque rente d'invalidité de 72 RM par an, la rente de veuve (veuf) de 60 RM par an, et la rente d'orphelins de 48 RM par an. Ce dernier règlement diminua les rentes en 1932 à peu près de 117 mil. RM. Toutes ces économies sont au profit des porteurs de l'assurance, mais la charge de l'Etat ne change pas.

Par le décret du Président du 18 Décembre 1933 quelques dispositions des règlements de secours sur la concurrence des rentes furent améliorées. L'Etat devait payer 15 mil. RM par an de compensation.

Les règlements de secours diminuèrent les frais des porteurs de l'assurance, voir tableau No. I., mais ils ne purent point du tout suffire à l'amélioration essentielle de leur équilibre financière. Ils ont seulement éloigné resp. affaibli leurs difficultés financières immédiates pour une époque passagère.

II.

La dernière loi du Reich du 7 Décembre 1933 prépare dans l'assurance d'invalidité le retour du système des couvertures des prestations par les primes moyennes d'une telle manière que le développement futur de l'assurance soit sans secousses et enfin pour atteindre la stabilisation et la tranquillité sans interventions de nouvelles lois. Ce retour doit être facilité par trois moyens :

- a) par la diminution des prestations des assurés,
- b) par l'aide de l'Etat,
- c) par l'augmentation des cotisations.

Les deux premiers règlements sont entrés en vigueur depuis le 1^{er} Janvier 1934, tandis que le troisième — l'augmentation des cotisations — ne sera mis en vigueur que plus tard dans une époque plus favorable. Depuis le 1^{er} Janvier 1934 la cotisation hebdomadaire dans la septième classe fut augmentée de 10 Rpf (en somme 210 Rpf) et on introduisit une autre classe, la huitième, avec la cotisation de 240 Rpf pour les assurés dont le gain hebdomadaire dépasse 42 RM. Puis, on introduisit dans l'assurance d'invalidité — d'après le modèle de l'assurance des employés — deux classes facultatives, la IX^{ème} et la X^{ème} avec les cotisations hebdomadaires de 270 Rpf et 300 Rpf. Il est permis à l'assuré — comme actuellement — d'effectuer des versements pour une classe supérieure dans laquelle il n'appartient pas selon son gain, mais l'employeur ne doit payer que la partie de la classe d'origine. L'introduction de nouvelles classes supérieures n'a aucune importance plus sensible pour l'équilibre financière des porteurs de l'assurance — en principe, c'est seulement la classe obligatoire qui a une signification réelle. Tout de même, cette introduction se fera remarquer d'une façon favorable dans leur gérance courante.

Le système des prestations varie essentiellement non quant à leurs conditions, mais surtout quant à la construction des prestations. Les changements concernent seulement les nouvelles prestations, tandis que les prestations déjà allouées ne changent pas quant à leur montant.

La construction de base des rentes d'invalidité de la somme de base et des sommes de majoration ne change pas. La subvention d'Etat est au contraire supprimée. La somme de base diminue à 72 RM, mais elle est payée par l'Etat aux porteurs de l'assurance. Dans la pratique ce changement signifie que la somme de base est supprimée et ne reste que l'ancien subside d'Etat. Au point de vue de l'équilibre financière ce règlement est très favorable pour le porteur de l'assurance, car l'assurance n'est pas secouée par le chômage et par la baisse des salaires.

Les sommes de majoration sont fixées pour chaque classe par des sommes fixes et non comme jusqu'à maintenant par le pourcentage des cotisations payées. Les sommes de majoration sont maintenant

unifiées sans égard si les cotisations hebdomadaires étaient acquises avant ou après l'inflation; elles sont donc entièrement uniformes.

Les sommes de majoration récemment introduites sont un peu plus élevées que celles qui ont été en vigueur jusqu'à maintenant. La somme de majoration d'une classe excède le cinquième de la cotisation actuelle de 2 Rpf.

Le montant des sommes de majoration est déterminé comme suit:

Dans la	I ^{ère}	classe	8 Rpf
„ „	II ^{ème}	„	14 „
„ „	III ^{ème}	„	20 „
„ „	IV ^{ème}	„	26 „
„ „	V ^{ème}	„	32 „
„ „	VI ^{ème}	„	38 „
„ „	VII ^{ème}	„	44 „
„ „	VIII ^{ème}	„	50 „
„ „	IX ^{ème}	„	56 „
„ „	X ^{ème}	„	62 „

L'unification des sommes de majoration signifie dans ce sens une valorisation entière de l'époque avant l'inflation et elle remplace jusqu'à un certain point la diminution sensible de la somme de base et du subsidé d'Etat. Les sommes de majoration étant exprimées par des taux fixes et non par le pourcentage des primes préparent ainsi la voie à l'augmentation des cotisations. Pour cette raison les prestations ne montent plus et il est possible de définir mieux les droits des classes inférieures qui furent endommagées le plus par la suppression de la somme de base. Si la période d'assurance est très courte, la suppression de la somme de base est plus sensible; la loi cherche d'améliorer cette situation par deux règlements. Si l'assuré avait acquis le stage de 250 semaines mais s'il était assuré un temps plus court que 500 semaines on complète le temps de cotisation à 500 semaines dans la I^{ère} classe. Puis, il est stipulé que la rente d'invalidité doit être au minimum 12 RM par mois, donc par an 144 RM.

La rente de veuve se compose de la somme de base et des sommes de majoration. La somme de base est de 72 RM par an — comme dans le cas de la rente d'invalidité — les sommes de majoration égalent la moitié des sommes de majoration de la rente d'invalidité. Pareillement des rentes d'orphelins se composent de la somme de base de 36 RM par an, et des sommes de majoration au montant de 40% des sommes de majoration de la rente d'invalidité. Les sommes de base des rentes de veuves et d'orphelins sont versées par l'Etat. Le subsidé d'enfant à la rente d'invalidité de 90 RM par an ne varie pas.

D'après l'annexe à la loi, cette nouvelle construction se fait voir dans des prestations fixées à la date du 1^{er} Janvier 1933 de la manière suivante:

	Montant des prestations mensuelles en RM		
	minimum	moyen	maximum
rente d'invalidité			
d'après l'état ancien .	13,80	34,60	62,30
d'après la loi actuelle .	12,00	32,10	62,10
rente de veuve			
d'après l'état ancien .	9,90	20,80	34,10
d'après la loi actuelle .	9,00	19,80	34,00
rente d'orphelins			
d'après l'état ancien .	6,10	12,30	25,80
d'après la loi actuelle .	5,40	10,50	25,40

Ce nouveau changement signifie encore une diminution des prestations quoiqu'elle ne soit si forte que la diminution causée par les dits décrets du Président. Par l'introduction des classes supérieures il est possible d'atteindre dans l'avenir des rentes plus élevées que ce n'était jusqu'à présent, mais cette possibilité n'a pas une valeur pratique car les deux classes supérieures ne sont que facultatives quoique on présuposât leur introduction obligatoire. Les prestations déjà allouées ne sont pas changées par la loi quant à leur montant. Au contraire, l'invalidité des rentiers moins âgés que 60 ans doit être examiné de nouveau dans le délai du 1^{er} Janvier 1934 au 31 Décembre 1937. D'après les anciennes dispositions de la loi, la rente d'invalidité pouvait être suspendue en cas d'un changement essentiel des conditions qui existaient au moment quand les prestations furent allouées. On prétend que la pratique ne fut pas uniforme dans tous les institutes et surtout après la guerre, elle fut très libérale, donc, il ne serait que juste de faire une revision. De cette revision on n'attend pas une amélioration essentielle de l'état financier de l'assurance, mais sans doute cette économie sera bien vue par les porteurs de l'assurance dans cette époque difficile. Toutefois, il faut craindre les applications dures de ce règlement. Ce n'est que la pratique qui fera voir si cette disposition ne serait pas abusée.

La deuxième ressource d'assainissement doit consister dans la subvention de l'Etat. Comme on a mentionné l'Etat contribuait à l'assurance d'invalidité de trois sortes. D'abord par le subside d'Etat aux rentes, puis par la subvention d'Etat destinée à la valorisation des sommes de majoration dans l'époque d'avant l'inflation et enfin par le quotient de la douane, qui était destiné au traitement curatif.

Le tableau No. 2 nous donne un aperçu sur le montant de quelques sommes de la dotation d'Etat.

Tableau No. 2.

Année	L'Etat contribuaît			
	par le subside d'Etat	par la subvention d'Etat	par le quotient de la douane	en total
	en mil. RM			
1924	95,6			95,6
1925	161,5			161,5
1926	184,5		40,0	224,5
1927	186,0	24,6	40,0	250,6
1928	195,7	130,0	40,0	365,7
1929	205,8	187,5	40,0	433,3
1930	224,7	179,6	20,0	424,3
1931	234,9	175,4	8,0	418,3
1932	214,4	163,9	8,0	386,3
1933	209,0	178,0	8,0	395,0

La subvention d'Etat fut réduite par le décret du Président du 14 Juin 1932 à la somme fixe annuelle de 163 mil. au compte des porteurs de l'assurance. On pouvait attendre dans un temps non éloigné la diminution de la subvention mentionnée, car elle concernait seulement le collectif fermé des rentiers et des anciennes assurés. En 1933, on ajouta à la subvention d'Etat encore la somme de 15 mil. RM que l'Etat fut obligé de verser annuellement aux porteurs de l'assurance d'invalidité pour la compensation des charges augmentées, prévues par le décret du Président du 8 Février 1933.

L'état actuel est changé et simplifié par la nouvelle loi. D'abord on supprime entièrement le subside d'Etat. L'état offre aux porteurs de l'assurance les nouvelles sommes fixes qui égalent exactement l'ancien subside d'Etat; ainsi le règlement ne signifie aucun changement pratique dans la charge de l'Etat. Puis l'Etat se charge de verser chaque année la somme de 200 mil. RM aux porteurs de l'assurance. Au contraire tous ses autres devoirs envers les porteurs de l'assurance sont supprimés. Ce règlement, dans les premières années de son entrée en vigueur ne présente pas un changement essentiel de l'ancienne charge. En 1933, le total des versements de l'Etat était de 186 mil. RM, excepté le subside d'Etat; mais parce que les porteurs de l'assurance doivent actuellement payer 13 mil. RM à la poste du Reich comme compensation des frais provenant de la vente des timbres et de la liquidation des rentes, qu'autre fois l'Etat a payé de ses moyens, la charge d'Etat n'est pas pratiquement modifiée ni par ce règlement. Mais il a son importance dans l'avenir — car comme il était mentionné — la subvention d'Etat irait diminuant jusqu'à la suppression totale — tandis que la somme de 200 millions RM est garantie pour toujours. L'impor-

tance de ce règlement se fera sentir dans le bilan actuariel qu'on traitera encore.

Le troisième moyen d'assainissement est l'augmentation des cotisations que l'on doit exécuter dans deux sens: soit par l'augmentation des cotisations, soit par l'introduction de nouvelles classes supérieures. L'introduction de nouvelles classes supérieures fut exigée déjà longtemps et on remarquait qu'ainsi on éviterait la sous-assurance, car le système actuel englobait seulement les salaires jusqu'à 36 RM. Dans le mémoire du ministre des travaux No. 741 du 1928 on parlait déjà de l'introduction de nouvelles classes. Dans l'époque actuelle, cette question n'est pas d'une portée si grande comme autre fois car si l'on versait en 1929 37% de toutes les cotisations dans la classe VII, en 1933 il n'y en avait que 16%.

Dans les travaux préparatoires, on supposait l'introduction de trois nouvelles classes et toutes les évaluations actuarielles sont basées sur cette supposition. Mais on n'introduisit qu'une nouvelle classe obligatoire tandis que les deux autres ne sont que facultatives.

Cependant on n'exécute pas l'augmentation des cotisations qui font aujourd'hui 5% de la limite supérieure des classes. Cette exécution doit être faite par le ministre des travaux en accord avec les ministres des finances et de l'économie. L'augmentation des cotisations sera exécutée dans un temps plus favorable où par la diminution des chômeurs les frais de l'assurance chômage seront baissés et l'industrie et l'économie seraient moins chargées.

La loi établit le principe que les cotisations doivent être fixées d'une telle manière que la valeur probable des revenus sortant des cotisations et des subventions d'Etat avec la fortune des porteurs de l'assurance égale la valeur probable des prestations des rentiers et des assurés actifs, des charges administratives et de traitement curatif. Il faut donc exiger tous les deux ans le bilan actuariel; le premier vers le 31 Décembre 1934.

En somme, il est possible de dire que de toutes les trois sortes d'assainissement on n'exécute que celle qui diminue les prestations des assurés. Le secours d'Etat dans l'époque actuelle n'augmente plus, il est en vérité plus bas qu'il n'était avant les mesures prises des secours. Mais la subvention fixe d'Etat a une valeur importante. L'augmentation des cotisations est mise à côté pour un temps incertain. Sans ce règlement on n'atteint pas de assainissement durable. On ne peut pas dire aujourd'hui que le développement tranquille de l'assurance-invalidité soit garanti.

Le règlement que la fortune des porteurs peut être placée de 25% dans les créances envers l'Etat et unités territoriales est supprimé par la loi du 7 Décembre 1933. Mais, parce que le gouvernement peut décider

jusqu'à quel point on doit placer la fortune des porteurs de l'assurance dans telles créances il s'en suit que la fortune des porteurs d'assurance est complètement à la disposition de l'Etat. Un règlement pareil est très risquant n'étant nullement en accord avec les intérêts de l'assurance. Il est certain que le porteur de l'assurance sociale comme toute l'institution de l'assurance sociale est étroitement lié avec l'Etat et avec ses destins mais il est nécessaire qu'une liberté relative de l'action reste au porteur de l'assurance envers l'Etat. Peut-être signifie ce règlement le commencement de la fin de l'indépendance des assurances sociales et prépare le changement de l'assurance en assistance.

Das zweiändige Wahrscheinlichkeitsgesetz der Abweichungen der Prämienreserve eines Bestandes von Versicherungen mit verschiedenen Auflösungs-möglichkeiten.

Von Hans Koeppler, Berlin.

(Beendigung.)

Darauf entwickeln wir $\ln X$ in die nach den zweiten Potenzen und dem Produkt der Variablen abgebrochene Maclaurinsche Reihe

$$\begin{aligned} & (\ln X)_{\substack{x=0 \\ y=0}} + x \left(\frac{\partial \ln X}{\partial x} \right)_{\substack{x=0 \\ y=0}} + y \left(\frac{\partial \ln X}{\partial y} \right)_{\substack{x=0 \\ y=0}} + \\ & + \frac{1}{2} \left[x^2 \left(\frac{\partial^2 \ln X}{\partial x^2} \right)_{\substack{x=0 \\ y=0}} + 2xy \left(\frac{\partial^2 \ln X}{\partial x \partial y} \right)_{\substack{x=0 \\ y=0}} + y^2 \left(\frac{\partial^2 \ln X}{\partial y^2} \right)_{\substack{x=0 \\ y=0}} \right], \end{aligned}$$

in der, wie die Untersuchung lehrt,

$$(\ln X)_{\substack{x=0 \\ y=0}} = 0, \quad \left(\frac{\partial \ln X}{\partial x} \right)_{\substack{x=0 \\ y=0}} = 0, \quad \left(\frac{\partial \ln X}{\partial y} \right)_{\substack{x=0 \\ y=0}} = 0$$

ist, und

$$\left(\frac{\partial^2 \ln X}{\partial x^2} \right)_{\substack{x=0 \\ y=0}} = \left(\frac{\partial^2 \ln Y}{\partial x^2} \right)_{\substack{x=0 \\ y=0}} = -C_{11},$$

$$\left(\frac{\partial^2 \ln X}{\partial y^2} \right)_{\substack{x=0 \\ y=0}} = \left(\frac{\partial^2 \ln Y}{\partial y^2} \right)_{\substack{x=0 \\ y=0}} = -C_{22}, \quad \left(\frac{\partial^2 \ln X}{\partial x \partial y} \right)_{\substack{x=0 \\ y=0}} = \left(\frac{\partial^2 \ln Y}{\partial x \partial y} \right)_{\substack{x=0 \\ y=0}} = -C_{12}$$

gesetzt werden kann, sodaß man zu dem Näherungsausdruck

$$\frac{dX}{ds} = -X \frac{1}{2s} (C_{11}x^2 + 2C_{12}xy + C_{22}y^2)$$