57. ročník Fyzikální olympiády, úlohy 1. kola

Rozhledy matematicko-fyzikální, Vol. 90 (2015), No. 3, 34–52

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/146630

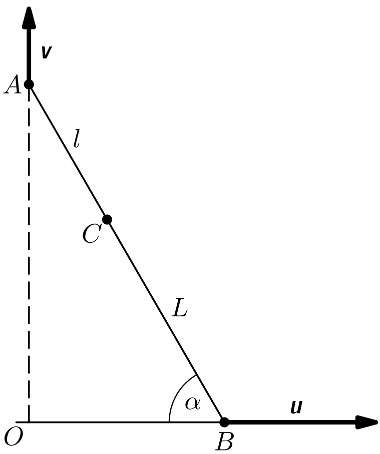
57. ročník Fyzikální olympiády, úlohy 1. kola

(Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9{,}81\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$.)

KATEGORIE A

1. Pouštění draka

Chlapec pouští draka a pohybuje se přitom rychlostí $\boldsymbol{u}$. Nit se odvíjí z cívky a v okamžiku, kdy napjatá nit svírá s horizontem úhel α, pohybuje se drak svisle vzhůru rychlostí $\boldsymbol{v}$ (obr. 1). Jakou velikost a směr má rychlost $\boldsymbol{w}$, se kterou se v tomto okamžiku pohybuje uzlík na niti, který je od chlapcovy ruky vzdálen L a jeho vzdálenost od draka je l?

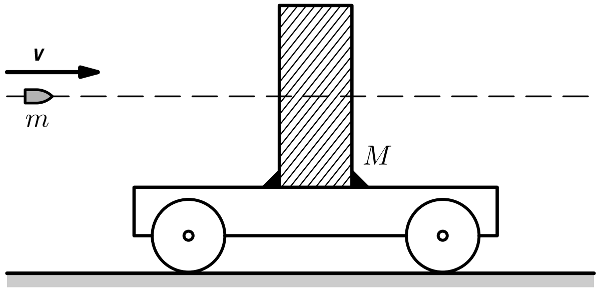


Obr. 1

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty: $u = 2{,}00\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$, $v = 1{,}0\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$, $l = 8{,}00$ m, $L = 12{,}00$ m, $\alpha = 60°$.

2. Proražená deska

Do středu svislé dřevěné čtvercové desky upevněné na vozíku, který stojí na vodorovné podložce, dopadne vodorovně letící střela o hmotnosti m (obr. 2). Aby střela prorazila desku, musí být velikost její rychlosti alespoň v_0. Hmotnost vozíku s deskou je M.



Obr. 2

a) Určete přírůstek ΔU vnitřní energie střely a desky při proražení desky.
b) Jaká bude velikost u rychlosti, kterou se začne pohybovat vozík s deskou, bude-li rychlost střely $v \geq v_0$?
c) Jakou největší rychlostí $u_{\max}$ se může vozík s deskou po průstřelu pohybovat?

Odporová síla dřeva nezávisí na rychlosti střely. Valivý odpor mezi vozíkem a podložkou je zanedbatelný. Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty: $m = 20$ g, $M = 500$ g, $v_0 = 150\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, $v = 250\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

3. Válec s plyny

Uzavřený, vodorovně položený, tepelně izolovaný válec je rozdělen na dvě části lehkým dobře tepelně vodivým pístem, který se může uvnitř válce pohybovat bez tření. Na počátku je systém v mechanické rovnováze. V levé části válce o objemu V_1 je ideální plyn o teplotě t_1, jehož tepelná kapacita při stálém objemu je C_{V1}, v pravé části válce o objemu V_2 je ideální plyn o teplotě t_2 a o tepelné kapacitě při stálém objemu C_{V2}.

a) V jakém poměru jsou látková množství obou plynů $\frac{n_1}{n_2}$?
b) Jaký bude tlak plynů p v porovnání s původním tlakem p_0 a jaká bude výsledná teplota t po dostatečně dlouhém čase, když se teploty vyrovnají?

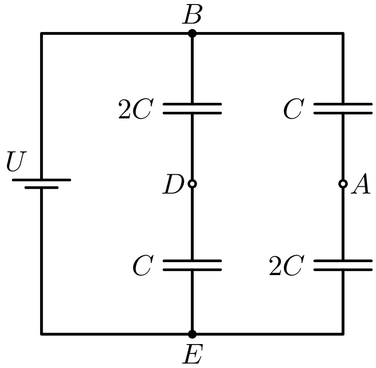
Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty: $V_1 = 10{,}0$ l, $V_2 = 5{,}0$ l, $C_{V1} = 70\ \mathrm{J \cdot K^{-1}}$, $C_{V2} = 320\ \mathrm{J \cdot K^{-1}}$, $t_1 = 100\ ^\circ\mathrm{C}$, $t_2 = 0\ ^\circ\mathrm{C}$.

4. Elektrické kmity

Čtyři kondenzátory v zapojení podle obr. 3 jsou připojeny ke zdroji s napětím U, jehož vnitřní odpor je zanedbatelný. Cívku o vlastní indukčnosti L připojíme

a) mezi body A a D,
b) mezi body A a B,
c) mezi body A a E.

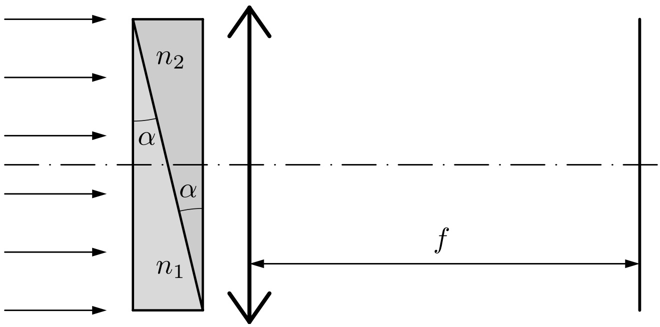
Za předpokladu, že cívka a kondenzátory jsou ideální, vzniknou pokaždé v obvodu harmonické kmity. Určete jejich úhlovou frekvenci a amplitudu proudu procházejícího cívkou. Návod: Můžete použít zákon zachování energie.



Obr. 3

5. Dva hranoly s čočkou

Dva tenké skleněné hranoly s lámavým úhlem $\alpha = 5°$ o indexech lomu $n_1 = 1{,}5$ a $n_2 = 1{,}7$ položené na sebe tvoří destičku, kterou umístíme před tenkou spojnou čočkou s ohniskovou vzdáleností $f = 100$ cm kolmo k její optické ose. V ohniskové rovině čočky je stínítko. Destička je osvětlená svazkem paprsků rovnoběžným s optickou osou čočky (obr. 4).



Obr. 4

a) V jaké vzdálenosti y od optické osy čočky bude světelná stopa na stínítku?
b) V jaké vzdálenosti y_1 od optické osy čočky bude světelná stopa na stínítku, odstraníme-li druhý hranol?
c) V jaké vzdálenosti y_2 od optické osy čočky bude světelná stopa na stínítku, ponecháme-li druhý a odstraníme první hranol?

V úloze pracujeme s malými úhly. Zjistěte, jak se změní výsledky, jestliže místo přesného výpočtu použijeme v zákoně lomu aproximaci $\sin x \approx x$.

6. *Praktická úloha*:
Měření vlnové délky světla a hustoty záznamu na CD a DVD

Úkoly:
a) Pomocí optické mřížky určete vlnovou délku světla laserového ukazovátka.
b) Pomocí laserového ukazovátka určete hustotu záznamu (počet drážek na 1 mm) na CD a DVD.

Pomůcky:

Laserové ukazovátko nebo školní laser, optická mřížka o známé periodě b, CD, DVD, milimetrové měřítko (milimetrový papír), pásmo, stativový materiál.

Teorie:

Určení vlnové délky optické mřížky s periodou b:

$$\lambda = \frac{b \sin \alpha}{k},$$

kde α určuje směr, ve kterém vzniká interferenční maximum, a k je řád difrakce. Pro úhel α platí

$$tg\,\alpha = \frac{y}{l},$$

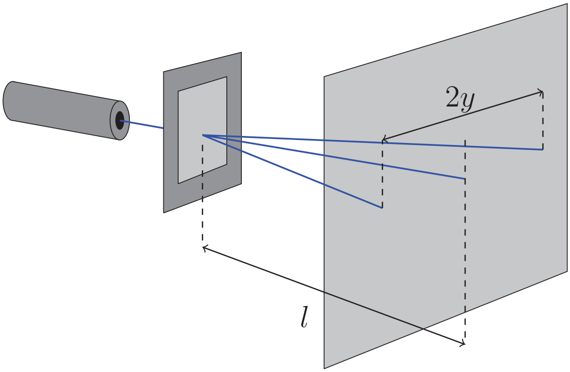
kde y je vzdálenost maxima k-tého řádu od maxima nultého řádu a l je vzdálenost stínítka od mřížky.

Drážky na CD a DVD tvoří tzv. ohybovou mřížku. Hustotu záznamu určíme ze vztahu

$$\frac{1}{b} = \frac{\sin \alpha}{k\lambda}, \quad \text{kde } tg\,\alpha = \frac{y}{l}.$$

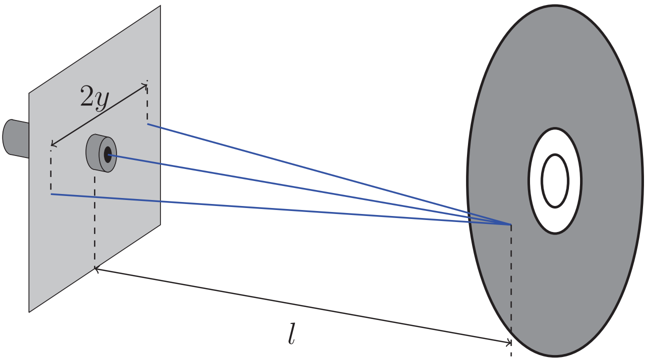
Postup práce:

a) Světlo laseru nechte dopadat kolmo na optickou mřížku o známé mřížkové konstantě. Interferenční obrazec zachycujte na čtvrtce pokryté milimetrovým papírem, umístěné ve vzdálenosti l (viz obr. 5). Navrhněte tabulku naměřených hodnot, do které budete zapisovat vzdálenosti y maxima k-tého řádu od maxima nultého řádu. Proveďte nejméně 5 měření, určete průměrnou hodnotu vlnové délky λ a odchylku měření.



Obr. 5

b) Ukazovátko, disk a čtvrtku sestavte podle obrázku 6. Naměřené hodnoty zapisujte do podobné tabulky jako v předchozím případě, za λ dosaďte průměrnou hodnotu.



Obr. 6

Totéž opakujte s DVD diskem a vypočítejte pro oba nosiče výslednou hodnotu včetně chyby měření.

Při práci s laserovým ukazovátkem je třeba dodržovat bezpečnostní pravidla a vyvarovat se přímého osvětlení oka.

7. Radioaktivní thorium

V lékařství se při hledání vad prokrvování srdce používá izotop $^{231}_{90}\mathrm{Th}$. Aplikuje se ve formě rozpustné soli a jeho aktivita se měří po dobu 50 hodin. Naměřené hodnoty jsou zaznamenány v tabulce.

$\frac{t}{\mathrm{h}}$	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
$\frac{A}{10^8\ \mathrm{Bq}}$	2,89	2,52	2,21	1,92	1,68	1,47	1,28	1,12	0,98	0,85	0,74

a) $^{231}_{90}\mathrm{Th}$ je β^- zářič. Napište rovnici rozpadu.

b) Sestrojte graf závislost aktivity na čase, určete poločas rozpadu T a rozpadovou konstantu λ.

c) Kolik atomů $^{231}_{90}\mathrm{Th}$ obsahoval původní vzorek a jaká byla hmotnost radioaktivního thoria v původním vzorku?

d) Jaká bude aktivita původního vzorku thoria po 30 dnech??

KATEGORIE B

1. Rozjezd automobilů

Dva automobily s motory o stejném maximálním výkonu $P = 110$ kW mají stejný rozvor náprav $d = 2{,}5$ m a těžiště ve výšce $h = 0{,}6$ m nad vozovkou ve stejné vzdálenosti od obou náprav. Hmotnost obou automobilů je $m = 1\,300$ kg. První automobil má náhon na přední nápravu, druhý automobil má náhon na zadní nápravu. Automobily se rozjíždí z klidu tak, aby vzdálenost $s = 20$ m urazily v co nejkratší době. Součinitel smykového tření mezi koly a vozovkou je $f = 0{,}80$. Valivý odpor kol a odpor vzduchu zanedbejte.

a) Určete velikosti a_1, a_2 maximálních dosažitelných zrychlení obou automobilů.

b) Který automobil bude u značky 20 m dříve a jaké budou časy obou automobilů?

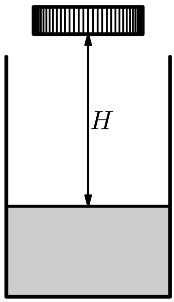
c) Stačí uvedený maximální výkon automobilů na dosažení těchto časů?

2. Padající kotouč

Na hladinu vody o hustotě ϱ_0 ve válcové nádobě s poloměrem R je z výšky H puštěn dřevěný kotouč tvaru nízkého válce s poloměrem podstavy r, o výšce h a o hustotě ϱ (viz obr. 1). Určete:

a) hloubku h_1, do které bude kotouč ponořen po ustálení hladiny,
b) zvýšení h_2 hladiny vody ve válci po jejím ustálení,
c) změnu vnitřní energie celé soustavy při tomto ději.

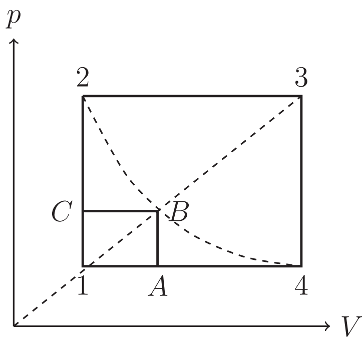
Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty: $R = 12$ cm, $H = 30$ cm, $r = 8$ cm, $h = 4$ cm $\varrho_0 = 1\,000\ \mathrm{kg\cdot m^{-3}}$, $\varrho = 740\ \mathrm{kg\cdot m^{-3}}$.



Obr. 1

3. Kruhový děj

S ideálním plynem s dvouatomovými molekulami byl proveden kruhový děj 1-2-3-4-1 (obr. 2). Během jednoho cyklu přijal plyn od ohřívače teplo Q. Jaké teplo Q_1 přijme plyn od ohřívače při jednom cyklu 2-3-4-A-B-C-2, víme-li, že teplota $T_3 = 4T_1$ a bod 2, bod 4 a bod B leží na stejné izotermě? Přímka spojující body 1, B a bod 3 prochází počátkem. Určete teploty $T_2 = T_4 = T_B$ a teploty T_C a T_A. Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $T_1 = 300$ K a $Q = 25$ kJ. Vnitřní energie plynu s dvouatomovými molekulami $U = \frac{5}{2}nRT$.



Obr. 2

4. Harfa

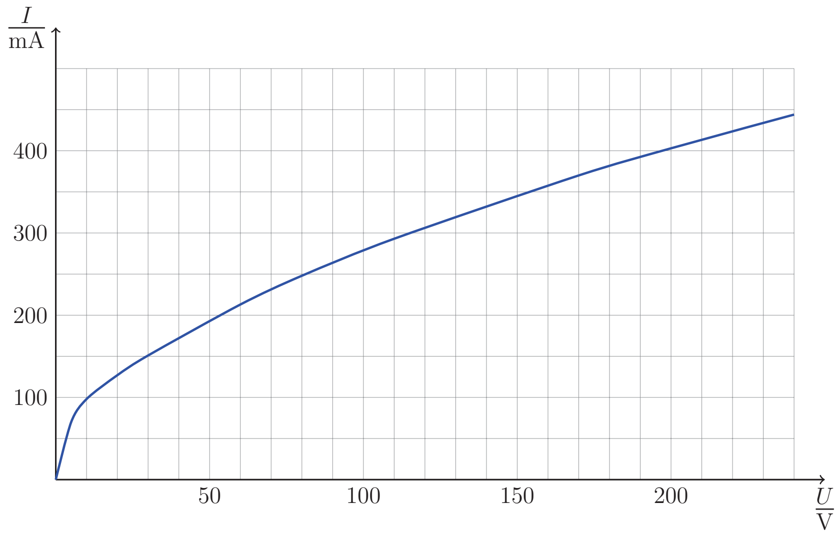
Malou harfu tvoří pevný rám, na němž je vypnuto 13 strun. Struny jsou rovnoběžné ve stejných vzájemných vzdálenostech. Délky strun tvoří aritmetickou posloupnost, nejkratší má délku l_0, nejdelší $2l_0$. Krajní struny jsou napínány každá silou stejné velikosti F_0. Struny jsou naladěny tak, že jejich základní tóny tvoří temperovanou chromatickou stupnici v rámci jedné oktávy. To znamená, že frekvence základních tónů strun se řídí geometrickou posloupností s kvocientem $\sqrt[12]{2}$. Frekvence tónu napnuté struny je přímo úměrná druhé odmocnině velikosti napínající síly a nepřímo úměrná délce struny: $f = K\frac{\sqrt{F}}{l}$.

a) Označme pořadí strun $n \in \{0, 1, 2, 3, \ldots, 12\}$ od nejdelší k nejkratší. Odvoďte funkční závislost poměru $\frac{F_n}{F_0}$ na pořadí n struny.

b) Určete, která struna je nejvíce a která nejméně napínána, a velikost celkové síly, kterou struny působí na rám harfy. K řešení využijte např. Excel.

5. Žárovka v sérii s kondenzátorem

Na obr. 3 je nakreslena voltampérová charakteristika žárovky o jmenovitém výkonu $P_\mathrm{j} = 100$ W určená pro síťové napětí o frekvenci 50 Hz a efektivní hodnotě $U_0 = 230$ V

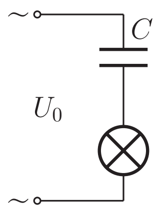


Obr. 3

Tato voltampérová charakteristika je sestrojená podle tabulky změřených hodnot:

U/V	0	5	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110
I/mA	0	70	98	127	151	173	194	213	231	248	264	279	293
U/V	120	130	140	150	160	170	180	190	200	210	220	230	240
I/mA	307	320	333	346	358	370	381	392	403	414	424	434	444

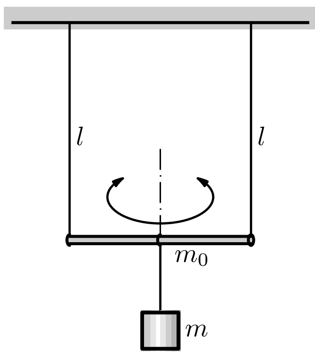
Žárovku připojíme k síti sériově s kondenzátorem o kapacitě $C = 8$ μF (obr. 4).



Obr. 4

a) Jaký proud bude obvodem procházet a jaké bude napětí na žárovce? Řešte graficky nebo pomocí vhodné tabulky.
b) Jaký bude výkon žárovky a celkový výkon v obvodu?

6. *Praktická úloha*: **Kmity zatížené tyče**
Homogenní tyč o hmotnosti m_0 na svých koncích zavěsíme na vzájemně rovnoběžné nitě délky l zanedbatelné hmotnosti do vodorovné polohy. Ve středu tyče na další nit zavěsíme závaží s měnitelnou hmotností m. Vodorovnou tyč nepatrně vychýlíme otočením kolem svislé osy, po uvolnění bude konat rotační kmity, přičemž se rotace nesmí přenášet na zavěšené závaží (obr. 5).



Obr. 5

Lze odvodit, že perioda kmitů je určena vztahem

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m_0 l}{3(m_0 + m)g}}.$$

Vztah experimentálně ověříme.

Úkoly:

a) Ze vztahu odvoďte, že druhá mocnina frekvence f kmitů je lineární funkcí hmotnosti m závaží, tj. že platí

$$f^2 = Am + B,$$

kde A, B jsou konstanty. Obě konstanty vyjádřete.

b) Sestavte aparaturu, délku závěsů volte aspoň pětkrát větší, než je délka tyče. Změřte délku l závěsů a hmotnost m_0 tyče.

c) Pro 8 až 10 různých hmotností m (včetně nulové) změřte N period rotačních kmitů, výsledky zapište do tabulky.

Číslo měření	$\frac{m}{\text{kg}}$	$\frac{NT}{\text{s}}$	$\frac{T}{\text{s}}$	$\frac{f^2=T^{-2}}{\text{s}^{-2}}$
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

d) Sestrojte graf závislosti kvadrátu f^2 frekvence kmitů na hmotnosti m závaží. Graf vytvořte počítačem (např. v Excelu). V případě Excelu si vytvořte tabulku, zapište do ní naměřené údaje a v dalších dvou sloupcích proveďte výpočty periody a kvadrátu frekvence pomocí vložené funkce. Kurzorem označte dvojici sloupců m a f^2 s daty a vložte *Graf*. Volte typ grafu *XY bodový*, podtyp *bodový* (tj. bez spojnic datových bodů) – zobrazí se soustava izolovaných bodů. Po kliknutí pravým tlačítkem myši na libovolný z nich z nabídky zvolte *Přidat spojnici trendu* a dále vyberte vhodný *Typ trendu a regrese lineární*. Tím se zobrazí přímka, která proloží zobrazené body v grafu. Zobrazte též *Rovnici regrese*, tj. rovnici získané přímky.

e) Porovnejte hodnoty A, B získané měřením s hodnotami v rovnici regrese a zformulujte závěr.

Pomůcky: Stativová souprava, závitová tyč, sada závěsných závaží, nit, stopky, délkové měřidlo, váhy.

7. Elektrický kalorimetr

V tepelně izolované nádobě (kalorimetru) jsou dvě topné spirály a určité množství vody o hmotnosti m. Při připojení první spirály na zdroj stálého napětí U se za určitou dobu τ vypaří 60 % vody. Při zapojení druhé spirály ke stejnému zdroji se za stejnou dobu odpaří 20 % vody. Počáteční teplota vody je v obou případech 20 °C. Tepelnou kapacitu kalorimetru a topných spirál můžeme zanedbat. Topné spirály jsou vyrobeny z drátu o malém teplotním součiniteli odporu, jejich odpor a elektrický výkon můžeme považovat za konstantní. Měrná tepelná kapacita vody je $c = 4\,200\ \mathrm{J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$, měrné skupenské teplo varu vody za normálního atmosférického tlaku je $l_\mathrm{v} = 2{,}26 \cdot 10^6\ \mathrm{J \cdot kg^{-1}}$.

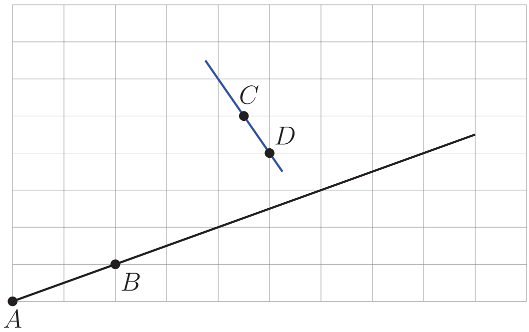
a) Kolik % vody se odpaří, když zapojíme obě spirály sériově?
b) Kolik % vody se odpaří, když zapojíme obě spirály paralelně?
c) Jak se změní výsledek v části a), použijeme-li dvojnásobné množství vody?

KATEGORIE C

1. Autobus a chodec

Na obr. 1 je mapa. Měřítko na obou osách je stejné. Dlouhá čára je silnice, po které jede stálou rychlostí autobus. Ve 12:30 h je v bodě A, po 20 minutách v bodě B. Z chaty k zastávce autobusu na silnici míří po nejkratší cestě stálou rychlostí chodec, který se v 8:00 h nacházel v bodě C a po 2 hodinách cesty v bodě D.

a) Porovnejte rychlosti autobusu a chodce.
b) Jak dlouho bude čekat chodec na zastávce na příjezd autobusu?
c) V zimě je cesta namáhavější. Chodec musí jít pomaleji, proto vyjde dříve. V bodě C je v 7:15 h, v bodě D je pak v 10:00 h. Stihne autobus, který jede přesně na čas?



Obr. 1

2. Jízda nákladního automobilu

a) Nákladní automobil, který má hmotnost $m = 5{,}0\,\mathrm{t}$ a jede po vodorovné silnici, začne rovnoměrně brzdit. Během doby brzdění $t_\mathrm{b} = 4{,}5$ s se jeho rychlost sníží z $v_1 = 18\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ na $v_2 = 12\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Určete velikost F_1 brzdné síly, která k tomu byla zapotřebí, a dráhu s_1, kterou automobil během brzdění urazí.

b) Pak automobil začne zase zrychlovat s konstantním zrychlením o velikosti $a_2 = 1{,}6\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$ na dráze $s_2 = 80$ m. Určete velikost v_3 jeho rychlosti na konci této dráhy a dobu t_3, za kterou tuto dráhu projel.

c) Sestrojte graf závislosti výkonu motoru na čase během zrychlování, víte-li, že velikost odporové síly působící na automobil závisí na rychlosti podle vztahu

$$\{F_\mathrm{o}\} = 700 + 20\,\{v\}^2.$$

d) Řidič automobilu, který jede rychlostí v_3, uvidí před sebou traktor jedoucí stejným směrem rychlostí $v_\mathrm{T} = 4\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Protože ho nemůže předjet, začne brzdit s maximálním možným zrychlením o velikosti $a_3 = 3{,}6\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$. V jaké nejmenší vzdálenosti d za traktorem musí řidič začít brzdit, má-li brzdění skončit ve vzdálenosti $s_0 = 15$ m za traktorem?

3. Potápění kotouče

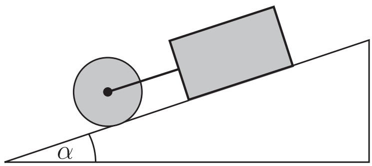
Do široké nádoby nalijeme rtuť o hustotě $\varrho_2 = 13\,600\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$ do výšky $h_2 = 5{,}0$ cm a na ni nalijeme vodu o hustotě $\varrho_1 = 1\,000\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$ do výšky $h_1 = 10{,}0$ cm nad hladinu rtuti. Na hladinu vody položíme kotouč o výšce $h = 2{,}0$ cm, průměru $d > h$ a hustotě ϱ. Určete, v jaké hloubce H pod hladinou vody se bude nacházet spodní podstava kotouče, je-li

a) $\varrho = 600\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$,
b) $\varrho = 7\,800\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$.
c) Nakreslete graf závislosti H na hustotě $\varrho \in (0; 15\,000)\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$.

Zvýšení hladiny vody v nádobě při potápění kotouče zanedbejte.

4. Válec a kvádr na nakloněné rovině

Plný homogenní válec o hmotnosti m_1 a kvádr o hmotnosti m_2 jsou vzájemně spojeny táhlem a pohybují se na nakloněné rovině. Táhlo je u obou podstav válce spojeno s osou válce, kolem níž se může válec volně otáčet. Rovina táhla je rovnoběžná s nakloněnou rovinou. Součinitel smykového tření mezi kvádrem a povrchem nakloněné roviny je f (obr. 2).



Obr. 2

a) Určete úhel sklonu α_1, při němž se soustava může pohybovat rovnoměrně.
b) Určete úhel sklonu α_2, při němž táhlo nebude napínáno ani stlačováno.
c) Určete obecně funkční závislost souřadnice zrychlení a_x soustavy na úhlu α sklonu nakloněné roviny. Osu x orientujeme ve směru nakloněné roviny šikmo dolů. Jak se bude soustava pohybovat na nakloněné rovině se sklonem $\alpha = 12°$?

Válec na nakloněné rovině neprokluzuje. Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $m_1 = 0{,}30$ kg, $m_2 = 0{,}80$ kg, $f = 0{,}40$.

5. Statika prázdného sudu

Prázdný ocelový sud tvaru válce a bez víka má hmotnost $m = 30$ kg. Průměr sudu je $D = 0{,}60$ m, výška $H = 0{,}85$ m. Tloušťku stěny a dna zanedbejte.

a) Určete výšku h těžiště nade dnem sudu.
b) Sud leží na svém plášti. Určete práci W_1 nutnou k postavení sudu do polohy s dnem dole a práci W_2 nutnou k postavení sudu do polohy s dnem nahoře.

c) Rozhodněte, do které z těchto dvou konečných poloh musíme vyvinout největší nutnou sílu. Určete polohu působiště, velikost a směr této síly.

Řešte nejprve obecně, pak pro číselné hodnoty.

6. *Praktická úloha*: **Měření Youngova modulu pružnosti**

Při zatěžování tělesa v podélném směru se mění jeho délkové rozměry. Při malých zatíženích, kdy je deformace pružná, platí Hookeův zákon

$$\frac{F}{S} = E\frac{\Delta l}{l_1},$$

Tento vztah lze rovněž zapsat jako

$$\sigma_n = E\varepsilon,$$

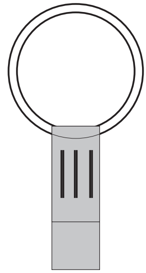
kde ε je relativní prodloužení vzorku, tj. poměr absolutního prodloužení při dané napínací síle F a počáteční délky l_1.

Úkoly:

a) Sestrojte křivku deformace, tj. závislost normálového napětí na relativním podélném prodloužení prádlové gumy.

b) Určete Youngův modul pružnosti daného vzorku gumy.

Pomůcky: Kousek prádlové gumy o délce asi 40 cm, dva kroužky na klíče nebo podobné kroužky, stojan, držák s háčkem, závaží, posuvka, délkové měřítko.



Obr. 3

Postup:

a) Změřte šířku s a tloušťku d vzorku gumy pomocí posuvného měřidla. Pro přesnější měření tloušťky je vhodné vzorek několikrát přeložit a změřit např. pět tlouštěk na sobě. Z naměřených hodnot vypočtěte průřez vzorku.

b) Na oba konce vzorku připevněte sešívačkou podle obrázku kroužky ke klíčům (obr. 3). Za jeden kroužek měřený vzorek zavěste na stojan.

c) Na druhý kroužek zavěste takové závaží, aby guma byla napjatá. Tíhu tohoto závaží v dalším postupu neuvažujte. Změřte počáteční délku l_1. Pak přidávejte další závaží a měřte velikost prodloužení Δl způsobené přidanou silou F. Pro každou zátěž vypočítejte napínací sílu a působící normálové napětí.

d) Vypočtené hodnoty normálového napětí vyneste do grafu jako funkci relativního prodloužení. Např. v Excelu si vytvořte tabulku, zapište do ní naměřené údaje a proveďte výpočty ε. Volte typ grafu *XY bodový*, podtyp *bodový* (bez spojnic datových bodů). Po kliknutí pravým tlačítkem myši na libovolný ze zobrazených bodů z nabídky zvolte *Přidat spojnici trendu* a dále vyberte vhodný *Typ trendu a regrese lineární*. Tím se zobrazí přímka, která proloží zobrazené body v grafu. Zobrazte též *Rovnici regrese*, tj. rovnici získané přímky. Pokud z deformační křivky zjistíte, že již deformace není pružná, proveďte další měření v lineární části křivky, abyste jich měli alespoň pět.

e) Z rovnice regrese určete Youngův modul pružnosti a porovnejte ho s hodnotou, uvedenou pro gumu v tabulkách nebo na internetu.

$\frac{m}{\mathrm{g}}$	$\frac{F}{\mathrm{H}}$	$\frac{\varrho_n}{\mathrm{Pa}}$	$\frac{\Delta l}{\mathrm{m}}$	$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_1}$

7. Dva tepelné stroje

Dva tepelné stroje pracují v cyklech $ABCDA$ a $A'B'C'D'A'$ podle obr. 4. Oba stroje pracují s ideálním plynem o stejném látkovém množství n s jednoatomovými molekulami. Při přechodech ze stavu C' do D' a ze stavu A' do B' je konstantní teplota.

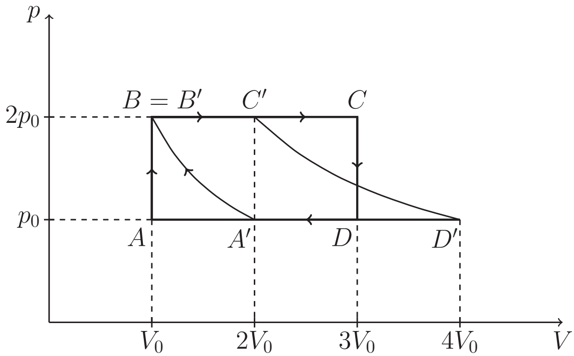
a) Určete teploty, se kterými stroje pracují v jednotlivých stavech A, B, C, D, A', B', C', D'.

b) Určete práci vykonanou při jednom cyklu prvním a druhým tepelným strojem.

c) Určete velikost přijatého tepla během jednoho cyklu prvním a druhým tepelným strojem.

d) Porovnejte účinnosti prvního a druhého tepelného stroje.

Řešte úlohu obecně a následně pro hodnoty: $n = 1{,}00$ mol, $V_0 = 10{,}0$ l, $p_0 = 1{,}00 \cdot 10^5$ Pa, $C_V = \frac{3}{2}R_\mathrm{m}$, $C_p = \frac{5}{2}R_\mathrm{m}$, $R_\mathrm{m} = 8{,}31\ \mathrm{J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}}$.



Obr. 4

KATEGORIE D

1. Dva cyklisté

Cyklisté Marek a Vašek trénovali na stejném okruhu tak, že ho projeli každý třikrát. Marek projel okruh poprvé průměrnou rychlostí $v_1 = 28{,}00\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$, zbytek trasy projel průměrnou rychlostí $v_2 = 30{,}00\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$. Vašek měl po prvních dvou okruzích průměrnou rychlost $v_1 = 28{,}00\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$, poté zvýšil tempo tak, že třetí okruh zvládl projet průměrnou rychlostí $v_3 = 32{,}08\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$.

a) Který z cyklistů projel tři okruhy za kratší čas? Určete časový rozdíl Δt mezi dojezdy cyklistů, je-li délka jednoho okruhu $s = 9{,}00$ km.

b) Jakou průměrnou rychlostí v_3' by musel Vašek projet třetí okruh, aby oba cyklisté měli celkový čas stejný?

Řešte nejprve obecně, pak pro číselné hodnoty.

2. Výtah

Výtah jezdí mezi přízemím a 6. patrem budovy s výškovým rozdílem $h = 29{,}16$ m. Provozní režim výtahu mezi libovolnými patry je nastaven tak, že se nejprve rozjíždí rovnoměrně zrychleným pohybem do dosažení rychlosti o velikosti $v_1 = 3{,}6\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, poté se touto rychlostí pohybuje a nakonec zastavuje rovnoměrně zpomaleným pohybem se zrychlením stejné velikosti. Dosáhne-li však již během rozjíždění poloviny dráhy mezi počáteční a cílovou polohou, druhou polovinu dráhy absolvuje uvedeným rovnoměrně zpomaleným pohybem. Doba pohybu mezi přízemím a 6. patrem je $T = 10{,}5$ s. Tíhové zrychlení je $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$. Všechna patra včetně přízemí mají stejnou výšku.

a) Určete dobu t_1 zrychleného pohybu a velikost zrychlení a. Řešte nejprve obecně, pak pro dané hodnoty.
b) Sestrojte do jednoho obrázku graf závislosti rychlosti na čase pro všechny jízdy z přízemí do 1., 2., 3., 4., 5. a 6. patra, tj. 6 grafů.

3. Svislý výstřel

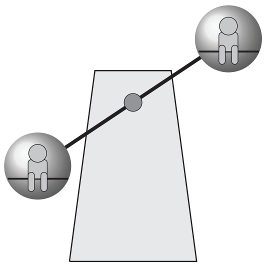
Střelec vystřelil z pušky náboj o hmotnosti $m_1 = 13$ g svisle vzhůru. Bezprostředně po výstřelu měl náboj kinetickou energii $E_0 = 470$ J. Puška má hmotnost $m_2 = 3{,}1$ kg.

a) Určete výšku h_1, v níž měl náboj rychlost $v_1 = 150\ \mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$, a výšku h_1', v níž měl náboj rychlost $v_1' = 300\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.
b) Určete maximální výšku $h_{\max}$, do níž může náboj vystoupat.
c) Určete rychlost v_2 zpětného rázu pušky způsobeného výstřelem.

Řešte obecně, pak pro dané hodnoty. Odpor vzduchu zanedbejte. Tíhové zrychlení je $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

4. Pouťová atrakce

Jednou z pouťových atrakcí je soustava dvou rotujících kabin. Těžiště pasažéra o hmotnosti m sedícího v kabině se pohybuje rovnoměrně po kružnici o poloměru $r = 4{,}5$ m.



a) Rotor se otáčí tak, že pasažér v nejvyšší poloze je přitlačován k sedačce celkovou silou, jejíž velikost je rovna třetině velikosti jeho tíhové síly. Určete periodu T otáčení rotoru a velikost síly F_1, kterou působí pasažér v nejnižší poloze kabiny na sedačku a velikost obdobné síly F_2 v poloze, kdy rameno je vodorovné.

b) Rotor se otáčí tak, že pasažér je v nejvyšší poloze ve stavu beztíže. Určete periodu T' otáčení rotoru a dobu Δt během jedné periody, během níž se pasažér nachází ve stavu přetížení, tj. cítí se težší, než když je kabina vzhledem k zemskému povrchu v klidu.

5. Cesta automobilem

Pan Veselý jezdí svým osobním automobilem na horskou chatu. Závěrečný úsek stoupání před odbočkou k chatě má stálý sklon, jeho délka je $s = 4{,}6$ km s výškovým rozdílem $h = 530$ m. Automobil má hmotnost $m_1 = 1500$ kg. Při jízdě působí proti pohybu odporová síla vzduchu závislá na rychlosti $F_{\text{odp}} = kv^2$, kde $k = 0{,}93\ \text{N} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-2}$, a konstantní síla valivého odporu $F_{\text{v1}} = 300$ N.

a) Určete celkovou tažnou sílu F_1, celkový výkon P_1 a vykonanou práci W_1 na tomto úseku, jestliže jej řidič projíždí stálou rychlostí $v_1 = 90\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$.

b) Jednou pan Veselý připojil za auto naložený vozík o hmotnosti $m_2 = 600$ kg. Síla valivého odporu vozíku je $F_{\text{v2}} = 60$ N, odporovou sílu vzduchu působící na vozík zanedbejte. Určete celkovou tažnou sílu F_2, celkový výkon P_2 a vykonanou práci W_2 na tomto úseku při stálé rychlosti $v_2 = 60\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$.

c) Určete v obou případech spotřebu paliva V_{sp1} a V_{sp2} (v přepočtu na 100 km), jestliže při jízdě po vodorovné silnici bez návěsu při rychlosti $v_0 = 80\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ má automobil spotřebu $V_{\text{sp0}} = 4{,}3$ l/100 km. Účinnost motoru považujte za nezávislou na jeho výkonu.

Řešte obecně, pak pro dané číselné hodnoty.

6. *Praktická úloha*: **Měření součinitele smykového tření**

Těleso, které zůstává ležet na nakloněné rovině, lze silou $\boldsymbol{F}_1$ táhnout rovnoměrným pohybem nahoru a silou $\boldsymbol{F}_2$ táhnout rovnoměrným pohybem dolů. Obě síly jsou rovnoběžné s nakloněnou rovinou.

Označíme-li l délku nakloněné roviny, h její výšku a $\boldsymbol{F}_\text{G}$ tíhovou sílu tělesa, pak součinitel smykového tření lze vypočítat ze vztahu

$$f = \frac{F_1 + F_2}{2F_\text{G}} \cdot \frac{l}{\sqrt{l^2 - h^2}}. \tag{1}$$

Úkoly:

a) Odvoďte vztah (1).

b) Změřte součinitel smykového tření mezi povrchem kvádru a povrchem nakloněné roviny pro dva různé povrchy nakloněné roviny. Volte raději drsnější povrchy.

Postup:

a) Zavěšením na siloměr zjistěte velikost tíhové síly F_G kvádru.
b) Sestavte nakloněnou rovinu s měnitelným sklonem a změřte její délku l.
c) Siloměrem změřte velikosti sil F_1 a F_2 při různých sklonech nakloněné roviny pro 6 různých sklonů (včetně nulového). Vypočtěte jednotlivé hodnoty součinitele pro každý sklon a jejich aritmetický průměr. Vypočtěte průměrnou a relativní odchylku měření.
d) Měření opakujte pro jiný povrch nakloněné roviny.

Číslo měření	$\frac{h}{\mathrm{cm}}$	$\frac{F_1}{\mathrm{N}}$	$\frac{F_2}{\mathrm{N}}$	f
1				
2				
3				
4				
5				
6				
Aritmetický průměr				

7. Vozíky na nakloněné rovině

Na nakloněné rovině se sklonem $\alpha = 35°$ se nachází pět za sebou spojených vozíků, každý o hmotnosti m_1. Soustavu vozíků přivážeme k závěsu vedenému přes pevnou kladku, na druhý konec závěsu přivážeme závaží.

a) Určete, při jaké hmotnosti m_2 závaží zůstane soustava v klidu.
b) Zavěšené závaží má hmotnost $2m_1$. Určete směr pohybu soustavy, velikost zrychlení a soustavy a velikost síly F, kterou je napínán závěs.
c) Určete minimální počet N vozíků v situaci b), které musíme překlopit, aby soustava zůstala v klidu. Součinitel smykového tření mezi překlopeným vozíkem a nakloněnou rovinou je $f = 0{,}30$. Tíhové zrychlení je $g = 9{,}81\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$. Tření v kladce, hmotnost kladky, hmotnost závěsu a valivý odpor zanedbejte. Řešte nejprve obecně, pak pro dané hodnoty.