

# Učitel matematiky

---

Alena Prídavková; Jana Holdoková

Rozvoj schopnosti učiť sa v matematike u nadaných žiakov

*Učitel matematiky*, Vol. 26 (2018), No. 4, 205–219

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/148590>

## Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2018

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ*:  
*The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

## ROZVOJ SCHOPNOSTI UČIŤ SA V MATEMATIKE U NADANÝCH ŽIAKOV

JANA HOLDOKOVÁ, ALENA PRÍDAVKOVÁ<sup>1</sup>

Vzdelávanie žiakov identifikovaných ako intelektovo nadaných vyžaduje aplikovanie špecifických edukačných metód, foriem a prostriedkov. Príkladom môže byť vopred vytvorený systém gradovaných úloh v zmysle ich kognitívnej náročnosti. Napriek dobre rozvinutým kognitívnym schopnostiam intelektovo nadaných žiakov je potrebné venovať pozornosť aj metakognitívnej stránke ich myslenia a stimulácii autoregulatívnych stratégií uplatňovaných v procese učenia sa. Portešová (2011) uvádza medzi paradoxnými školskými výkonmi nadaných detí s dyslexiou aj hlboké premýšľanie, ktoré sa prejavuje ako nesústredenosť. Jedným zo spôsobov posilnenia spomenutej dimenzie myslenia je verbalizácia myšlienkových postupov využitých pri riešení matematických úloh. Všetky tieto aspekty môžu byť súčasťou individuálnych stimulačných programov, ktorých základným elementom by boli matematické úlohy, zadania ktorých sú doplnené o metakognitívne inštrukcie vo forme otázok alebo pokynov. Skúmanie riešiteľských stratégií využitých pri riešení problémových matematických úloh nadanými žiakmi prináša cenné informácie o myslení, ktoré môžu tvoriť východisko pri tvorbe stimulačných programov z matematiky.

### Metakognitívne uvažovanie v matematike

Cieľom vyučovania matematiky je okrem osvojenia si obsahu, aj vytváranie podmienok pre edukáciu tak, aby mali všetci žiaci príležitosť riešiť problémy (matematika je prostriedkom na riešenie

---

<sup>1</sup>Príspevok je čiastkovým výstupom grantového projektu APVV-15-0273 Experimentálne overovanie programov na stimuláciu exekutívnych funkcií slaboprospeievajúceho žiaka (na konci 1. stupňa školskej dochádzky) – kognitívny stimulačný potenciál matematiky a slovenského jazyka.

problémov), zdôvodňovať a dokazovať (matematika by mala byť orientovaná na zdôvodňovanie, nie na memorovanie), komunikovať (v matematike by mali mať žiaci priestor na komunikovanie matematických myšlienok použitím rôznych reprezentácií), hľadať súvislosti (matematika by mala dávať zmysel) a vytvárať reprezentácie (matematika by sa mala týkať reálneho života) (Harmon & Jones, 2005, In Kovalčíková et al., 2016). Matematická edukácia na primárnom stupni vzdelávania má obsahovať činnosti zamerané na rozvíjanie uvedomeného a zámerného uvažovania o vlastnom myslení, argumentácii, znalostiach a zručnostiach (Frobisher & Frobisher, 2015). Takýto spôsob premýšľania predstavuje metakognitívne procesy, ktoré sa aktivizujú, len keď je žiakom zadaná úloha, ktorá pre nich predstavuje výzvu a časom sa tieto procesy stávajú zručnosťami. Metakognitívne procesy sú aktivované v procese riešenia matematických problémov (Frobisher & Frobisher, 2015), keď žiaci zaznamenávajú, ako premýšľali a argumentovali, sú schopní rozpoznať prekážku v postupe, uvedomujú si, že niečomu neporozumeli, zámerne sa rozhodnú zamietnuť a nahradiť neúspešnú stratégiu, znova premyslia svoj postup a skúmajú prepojenia so súvisiacimi konceptmi a znalosťami. Metakognitívne riadenie je tak jedným zo znakov dobrého myslenia a učenia sa (Fisher, 2011). Rozvoj týchto schopností je podľa Frobishera & Frobisherovej (2015) najdôležitejšou súčasťou učenia sa a hľadania riešení úloh rôznych úrovní náročnosti. Typy problémov a úloh sú prepojené so stratégiami ich riešenia, čo napomáha k smerovaniu žiakov riešiť skupiny podobne štruktúrovaných (aj neznámych) úloh s využitím rovnakých stratégií pre hľadanie riešenia. (Kovalčíková et al., 2017).

## **Interpretácia čiastkových výsledkov realizovaného výskumu**

Jedným z cieľov realizovaného výskumu, ktorého výstupy budú prezentované, bolo vytvoriť a v praxi aplikovať individuálny obohacujúci program pre žiakov s intelektovým nadaním zameraný na rozvíjanie matematických schopností a na uplatňovanie metakognitívnych stratégií v procese riešenia úloh. Prostredníctvom ko-

lektívnej prípadovej štúdie boli skúmané vybrané prípady piatich intelektovo nadaných žiakov individuálne integrovaných v bežných triedach 1. stupňa základných škôl, pre ktorých boli vytvorené obohacujúce programy vo forme súboru úloh. Úlohy zaradené do programov neboli identické pre všetkých piatich žiakov, boli prispôbené a vytvárané na základe záujmov konkrétnych žiakov. Pri riešení matematických úloh bola pozornosť orientovaná predovšetkým na zaznamenávanie a skúmanie prejavov ich kognitívnych a metakognitívnych stratégií. Okrem analýzy žiackych riešení matematických úloh obohacujúceho materiálu boli skúmané sprievodné behaviorálne prejavy žiakov, ich schopnosť verbalizovať myšlienkové postupy pri riešení úloh z pohľadu prejavov metakognitívnych a autoregulačných procesov. V príspevku sú prezentované prípadové štúdie dvoch skúmaných žiakov. Prezentovaná dvojica žiakov bola zvolená predovšetkým z toho dôvodu, že do ich programov boli zaradené niektoré identické úlohy, čo predstavuje východisko pre komparáciu riešiteľských postupov. Pri zbere dát boli využité viaceré metódy: participačné pološtruktúrované pozorovanie, kde administrátor úloh bol súčasne v pozícii pozorovateľa, rozhovor, analýza dokumentov, anamnéza žiaka.

## Charakteristika skúmaných žiakov

Pred samotnou realizáciou stimulácie boli spracované informácie týkajúce sa charakteristiky žiakov (žiak A, žiak B), ktoré uvádzame v ďalšej časti. Informácie boli získané od učiteľov, na základe rodinnej, osobnej a školskej anamnézy a na základe výsledkov testovania.

Pani učiteľka žiaka A, s vyše tridsaťročnou pedagogickou praxou, nemá vzdelanie z oblasti špeciálnej pedagogiky, aj napriek tomu má v triede zaradených troch individuálne integrovaných žiakov s intelektovým nadaním. Individuálnu integráciu žiakov vníma ako pozitívnu pre rozvoj žiaka v intelektovej aj sociálnej oblasti, na druhej strane si to vyžaduje zvýšené nároky na prípravu na vyučovanie. Intelektovo nadaným žiakom pravidelne pripravuje matematické úlohy, ktoré vyhľadáva na internete, v učebniciach, zbierkach úloh. Zameriava sa predovšetkým na úlohy, ktoré by

sa dali charakterizovať ako problémové alebo projektové, aplikačné. Hoci má okrem prístupu k internetovým portálom s matematickými úlohami vytvorený aj vlastný zásobník úloh, ocenila by dostupný obohacujúci materiál s matematickými úlohami pre intelektovo nadaných žiakov.

Podľa jej názoru má žiak A rozvinuté logické myslenie na vysokej úrovni, čo dokáže dobre uplatniť pri riešení matematických úloh, má veľmi dobrú pamäť. K riešeniu úlohy pristupuje s rozvahou, premýšľa nad plánom, akým bude k riešeniu pristupovať. Získané vedomosti a naučené stratégie dokáže uplatniť v podobných či analogických úlohách. Zúčastňuje sa na mnohých matematických a logických súťažiach dostupných pre žiakov prvého stupňa.

Žiak A pochádza z úplnej rodiny, rodičia sú vysokoškolsky vzdelaní, má mladšieho brata. Na začiatku realizácie výskumu dosahoval žiak A vek 9;1. Je rozvážny a zodpovedný, neprejavuje sa dominantne ani autoritatívne, v niektorých prípadoch je však súťaživý. Je zdravo sebavedomý, uvedomuje si svoju odlišnosť od ostatných spolužiakov. V sociálnom kontakte je prirodzený, v komunikácii je strohý, v závislosti od komunikačného partnera či situácie je však veľmi výrečný. Žiak A je spoločenský typ, ktorý si ľahko hľadá kamarátov, v kolektíve detí je obľúbený a rešpektovaný. Má pozitívny vzťah k športu a pohybovým aktivitám a silný záujem o techniku, počítače, roboty. Navštevuje šachový krúžok a zúčastňuje sa aj na šachových turnajoch.

Žiak riadne navštevoval materskú školu, povinnú školskú dochádzku začal absolvovať vo veku 5 rokov. Diagnostické vyšetrenie realizované v druhom ročníku školskej dochádzky potvrdilo okrem jeho vysoko nadpriemernej sociability aj jeho intelektové nadanie. Individuálny výchovno-vzdelávací program žiaka A je zostavený bez akcelerovania v jednotlivých predmetoch. Modifikácia obsahu a edukačných prístupov je v predmetoch slovenský jazyk a matematika. V rámci obohatenia obsahu vzdelávania navštevuje hodiny fyziky na druhom stupni ZŠ.

Triedna učiteľka žiaka B má 15-ročnú pedagogickú prax a špeciálno-pedagogické vzdelanie. Pozitívne vníma vzdelávanie nadaných žiakov v bežných triedach, pričom však podľa jej názoru

nemusi byť individuálna integrácia vždy prospešná pre celý kolektív triedy. Úlohy rozširujúceho charakteru pre intelektovo nadaných žiakov vytvára na základe vlastných nápadov alebo ich vyhľadáva v odbornej literatúre. Prevažne sú to úlohy zamerané na rozvoj logického a tvorivého myslenia, uplatňovanie rôznych stratégií riešenia úloh a transfer matematického problému do reálnej životnej situácie. Zadania majú prevažne podobu problémových úloh určených na individuálnu, ale aj skupinovú prácu žiakov a sú tematicky prispôbené ich záujmom. Hoci má učiteľka vytvorený bohatý zásobník matematických úloh, rovnako by privítala dostupný obohacujúci materiál matematických úloh pre intelektovo nadaných žiakov.

Podľa učiteľky, žiak B nemá pozitívny vzťah k matematike, má nedostatky v oblasti pamäťového a písomného počítania. Základným princípom početných operácií rozumie, ale základné spoje u neho nie sú zautomatizované a to ho spomaľuje pri riešení úloh, ktoré ho zaujímajú. Z toho dôvodu sa mu často prestáva dariť, stráca trpezlivosť aj motiváciu, jeho pozornosť je hlavne pri povinných úlohách stále viac rozptýlená. Sám o sebe tvrdí že matematiku má celkom rád, niekedy sa mu však nechce pracovať, vôbec nemá rád počítanie príkladov, vyžaduje argumenty, prečo sa má venovať aritmetickým operáciám sčítanie, odčítanie, násobenie a delenie, ktoré pre neho v matematike nie sú dôležité.

Žiak B pochádza z úplnej rodiny, rodičia riadia rodinnú firmu a má staršieho brata. V čase realizácie výskumu dosahoval vek 9;2 a navštevoval štvrtý ročník základnej školy. Veľmi rád číta, prejavuje záujem o zahraničnú politiku. Je veľmi komunikatívny, ľahko nadväzuje kontakty, no špecifickosť jeho rečového prejavu vyžaduje náročného komunikačného partnera. Okrem iného, je aj hudobne talentovaný, hrá na hudobnom nástroji, spieva a tancuje vo folklórnom súbore. Zaujíma ho chémia a fyzika, (chcel by stať sa nanofyzikom). Navštevuje viacero záujmových krúžkov, v dôsledku čoho býva podľa vlastných slov unavený.

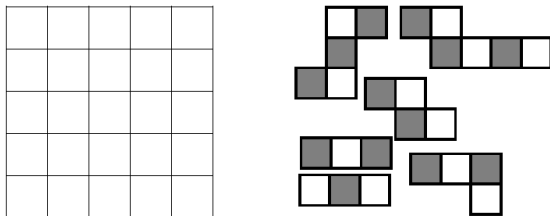
Pri nástupe do základnej školy bol schopný plynule čítať text s porozumením, písať veľkými tlačnými písmenami, koncentrovať sa pomerne dlhý čas na pracovnú úlohu a verbalizovať svoje

myšlienkové postupy použité pri riešení úloh. Diagnostická správa psychologického vyšetrenia potvrdzuje úroveň jeho intelektových schopností v pásme vysokého nadpriemeru, preto bol od prvého ročníka ZŠ začlenený do triedy ako žiak s intelektovým nadaním. Individuálny výchovno-vzdelávací program bol vypracovaný s ohľadom na rozšírenie požiadaviek zo slovenského jazyka a matematiky, obsah programu je doplnený aj o učivo z ďalších prírodovedných predmetov.

### Kvalitatívna analýza postupov riešenia úloh

Ako už bolo vyššie spomenuté, pre oboch žiakov bol vytváraný stimulačný program, ktorého východisko tvorili matematické úlohy. V nasledujúcej časti bude uvedená charakteristika a zadanie vybraných úloh z jednej skupiny, spolu s kvalitatívnou analýzou riešiteľských postupov použitých pri riešení dvoch úloh oboma žiakmi. V závere analýzy budú komparované špecifické prejavy žiakov z pohľadu verbalizácie použitých myšlienkových postupov pri riešení úloh zaradených do stimulačného programu. Súčasťou zadania úloh zaradených do stimulačného programu boli aj formulácie inštrukcií zameraných na verbalizáciu myšlienkových postupov použitých pri riešení úlohy, ako aj otázky orientované na metakognitívnu zložku uvažovania (v zadaní úloh nižšie, sú uvedené kurzívou). Tieto otázky boli žiakom zadávané v procese riešenia úloh tak, aby išlo o procesuálne orientovanú mediáciu (Partanen et al., 2015).

**Zadanie úlohy U1.** Pozri sa pozorne na obrázok. Umiestni tvary do štvorca tak, aby si vytvoril šachovnicu. (Dispezio, 2002, s. 26)



Obr. 1: Zadanie úlohy U1

*Povedz, čo je tvojou úlohou.*

*Ako si myslíš, že budeš postupovať?*

*Na čo musíš dávať pozor (aby si úlohu vyriešil správne)?*

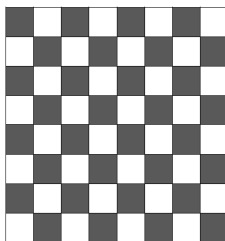
*Je úloha pre teba jednoduchá? Kedy by bola náročnejšia?*

*Čo ti pri riešení pomáha?*

*Povedz, ako si úlohu riešil. Čo je potrebné si všímať?*

*Čomu sa musíš vyhnúť? Čo nesmieš spraviť?*

**Zadanie úlohy U2.** Každý vie, že hraciu plochu šachovnice tvorí 64 štvorcov. V skutočnosti ich je tam ale omnoho viac. Vieš povedať, koľko?



Obr. 2: Zadanie úlohy U2

*Je jednoduché určiť počet všetkých štvorcov na šachovnici? Ako by sa tento počet dal určiť?*

*Ako si tento počet určil ty?*

*Ako si si zaznačil všetky štvorce, ktoré si na šachovnici našiel?*

*Políčka šachovnice sú označené číslami a písmenami pre lepšiu orientáciu v hre. Zaznač do šachovnice označenie jej políčok. Vysvetli, ako toto označenie v orientácii na šachovnici hráčom môže pomôcť.*

*Povedz, ako si úlohu riešil. Čo je potrebné si všímať?*

*Čo ti pri riešení pomohlo?*

*Čomu sa musíš vyhnúť? Čo nesmieš spraviť?*

**Analýza riešiteľského postupu, ktorý využil žiak A pri riešení úlohy U1**

Postup pri riešení úlohy: žiak si zadanie úlohy prečítal a bez akýchkoľvek otázok a komentárov sa začal zamýšľať nad jej riešením. Po



krátkej chvíli sa opýtal, či je možné jednotlivé dieliky otáčať a zrkadlovo prevracať a znova ticho premýšľal nad riešením. Riešenie zaznamenal na priložený papier, jednotlivé dieliky postupne prekresľoval, pričom nevyfarboval celú plochu štvorcov (v zadaní sivé), ale označil ich len bodkou. Nebol schopný orientovať sa vo svojich náčrtoch, no aj napriek tomu hľadal riešenie vytrvalo ďalej. Pri analýze svojich čiastkových riešení uvažoval nad tým, že v úlohe je zadaných príliš veľa dielikov na to, aby ich mohol všetky uložiť do štvorcovej siete. Po rozbere riešenia s administrátorom objavil priestor pre umiestnenie posledného chýbajúceho dielika.

Prejavy metakognície žiaka pri riešení úlohy a argumentácia: žiak bol počas riešenia úlohy ticho, až keď úlohu v mysli vyriešil, vyhlásil, že to už vie. Pri zakresľovaní však urobil chybu, ktorá narúšala obrazec a povedal: „Ach, zas som to posunul, ten má ísť tu.“ Ďalšie riešenia ho ale priviedli k zisteniu, že má k dispozícii viac dielikov a teda aj štvorcov ako je ich v štvorcovej sieti: „Tu je viac kociek ako tu.“ V následnom rozhovore s administrátorom sa žiak vyjadril, že pre iných úlohách je jednoduchšie zakresľovať riešenie, ale on má radšej náročnejšie úlohy, preto sa snažil riešiť zadanie na mentálnej úrovni.

Behaviorálne prejavy žiaka pri riešení úlohy: žiak riešil úlohu pokojne, s rozvahou, pozornosť sústredoval výlučne na riešenie úlohy.

### **Analýza riešiteľského postupu, ktorý využil žiak B pri riešení úlohy U1**

Postup pri riešení úlohy: žiak sa pri pohľade na dieliky, ktoré ukladal do štvorcovej siete, uistil, či môže jednotlivé dieliky otáčať a zrkadlovo prevracať. Pri pamäťovom riešení úlohy mal potrebu pomôcť si grafickým znázornením riešenia. Po krátkom čase, kedy sa úlohu pokúšal riešiť výlučne na základe mentálnej predstavy, sa opýtal, či si to môže zakresliť. Náčrtu venoval veľkú pozornosť, nebol však so svojim prejavom spokojný. Spočiatku sa snažil postupovať systematicky, analyzoval jednotlivé dieliky, kombinoval a rotoval nimi na mentálnej úrovni, neskôr však začal hádať a tipovať. Úlohu sa mu nepodarilo vyriešiť, neprehľadnosť jeho

vlastných grafických záznamov riešenia spôsobila stratu jeho trpezlivosti a motivácie.

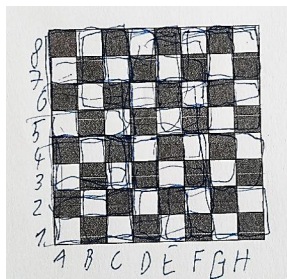
Prejavy metakognície žiaka pri riešení úlohy a argumentácia: po zakreslení prvého čiastkového riešenia (uložení troch dielikov) povedal: „Vyzerá to hrozne, ja sa v tom nevyznám.“ Spočiatku pri riešení úlohy uvažoval nad svojim postupom, svoje myšlienky verbalizoval a pracoval so svojou chybou a neistotou pri riešení: „Ani toto nemôžem dať tu, lebo tu je biela, čierna . . . aha, môžem!“ Mal potrebu priebežnej kontroly od administrátora, ktorý by ho uistil, že postupuje vo svojom riešení správne.

Behaviorálne prejavy žiaka pri riešení úlohy: žiak sa neprejavoval motorickým nepokojom, pokles trpezlivosti a pozornosti venovanej riešeniu úlohy nastal v momente, keď si uvedomil, že jeho nápady nie sú pre riešenie úspešné.

### **Analýza riešiteľského postupu, ktorý využil žiak A pri riešení úlohy U2**

Postup pri riešení úlohy: žiak mal potrebu si všetky štvorce znázornené na šachovnici zakresľovať. Celkový počet štvorcov sa snažil určiť ich postupným sčítaním. Riešenie si uľahčoval tak, že postupne určoval počet štvorcov nachádzajúcich sa v jednotlivých riadkoch. Pri vyhľadávaní a určovaní počtu štvorcov postupoval systematicky, no aj napriek tomu sa vo svojom zápise po čase už nevedel zorientovať, nedokázal udržať v pamäti priebežné súčty identifikovaných počtov štvorcov. Pristúpil k metóde zápisu a na základe analýzy počtu štvorcov rôznej veľkosti v jednotlivých riadkoch si vytvoril systém zápisu tohto riešenia. Z úvahy, že štvorcov s rozmerom  $1 \times 1$  je 64 (t. j.  $8 \cdot 8$ ), počet štvorcov s rozmermi  $2 \times 2$  je 49 (pretože v riadku je 7 takých štvorcov), s rozmermi  $3 \times 3$  je 36 atď., dospel k celkovému počtu štvorcov v šachovnici – 204. Na obrázku 3 je znázornené ako si žiak označoval štvorce rôznej veľkosti.

Prejavy metakognície žiaka pri riešení úlohy a argumentácia: žiak si uvedomoval, že ak bude jednotlivé štvorce označovať systematicky, bude riešenie prehľadnejšie a dokáže sa v ňom zorientovať. V situácii, keď sa vo svojich záznamoch nedokázal zorientovať,



Obr. 3: Riešenie úlohy U2 žiakom A

sa však už nevedel k riešeniu vrátiť a musel pristúpiť k voľbe inej stratégie: „Nie je to ľahká úloha, lebo je tam milión štvorcov.“

Behaviorálne prejavy žiaka pri riešení úlohy: situácie, v ktorých žiak nedokázal nadviazať na predchádzajúce čiastkové riešenia úlohy boli sprevádzané mimickými prejavmi diskomfortu, ako aj zmenou intonácie hlasu.

### **Analýza riešiteľského postupu, ktorý využil žiak B pri riešení úlohy U2**

Postup pri riešení úlohy: žiak spočiatku pristupoval k riešeniu úlohy nesystematicky, náhodne navrhoval, použitím akých aritmetických operácií by mohol dospieť k výsledku. Jeho nápady neboli podložené žiadnym logickým argumentom, navrhoval určiť počet všetkých štvorcov pomocou násobenia čísel 64.4, k čomu by neskôr prirátal súčin 4.4. Až po ďalších úvahách začal postupovať pomocou určovania počtu štvorcov rôznej veľkosti. Uvažoval však iba o štvorcoch, ktoré sú v obrázku umiestnené vedľa seba (o štvorcoch, ktoré majú v obraze prienik v zmysle spoločných malých štvorcov neuvažoval), čo ho viedlo k nesprávnym riešeniam.

Prejavy metakognície žiaka pri riešení úlohy a argumentácia: obrazec šachovnice sa podľa vyjadrení žiaka rozplýval pred jeho očami, kvôli čomu nedokázal vnímať všetky štvorce zobrazené v štvorcovej sieti. Po neúspešných pokusoch o určenie počtu štvorcov žiak B pripomenul: „Hovoril som, že nechcem počítať!“

Behaviorálne prejavy žiaka pri riešení úlohy: v jednotlivých fázach práce prejavoval žiak rôznu úroveň pozornosti a sústred-

nosti. Tváril sa znudene a nebol schopný sa sústrediť na podnety, ani na otázky administrátora týkajúce sa riešenia úlohy.

## Metakognitívne prejavy skúmaných prípadov

Na základe skúseností z priamej práce s oboma žiakmi bola vypracovaná SWOT analýza oboch skúmaných prípadov, z ktorej vyberáme niekoľko poznámok.

Za najsilnejšiu stránku osobnosti žiaka A považujeme jeho rozvážnosť, s ktorou k riešeniu problémov pristupuje, jeho logické myslenie a tvorivosť pri riešení problémov. Schopnosť spracovať veľké množstvo dát v pracovnej pamäti pomáha žiakovi pohotovo generovať riešenie úloh. Žiak A je jazykovo a komunikačne schopný argumentovať a zdôvodňovať svoje názory. Autoregulačné mechanizmy u žiaka A dokážu efektívne potlačiť nežiadúce prejavy, predovšetkým inhibovať vplyv podnetov, ktoré odpútavajú jeho pozornosť.

Slabou stránkou žiaka je fakt, že aj napriek dobrým komunikačným schopnostiam nie je vždy schopný popísať svoje myšlienkové postupy, jeho okolie teda nemá možnosť posúdiť ich adekvátnosť vzhľadom na situáciu. Jeho mlčanie a zdanlivá nezaujatosť môže byť prejavom nesústredenosti.

Príležitosti, ktoré by podporili rozvoj intelektových schopností a metakognície žiaka A by mohli vychádzať z jeho osobných a školských voľnočasových aktivít. Matematika aplikovaná na jednoduché fyzikálne problémy by mohla v žiakovi podporiť záujem a bola by reprezentantom jej využiteľnosti v reálnom živote. Práca na problémových úlohách je efektívna vzhľadom k tomu, že žiak v istých fázach riešenia problému potrebuje vonkajší stimul, aby prejavil všetky svoje schopnosti.

Ohrozenia rozvoja, predovšetkým postoja k matematike spočívajú najmä v predimenzovaných úlohách, ktoré nie sú adekvátne schopnostiam žiaka a ktoré nemajú dopad na ďalšie možnosti riešenia problémov v reálnom živote.

Osobnosť žiaka B sa vyznačuje viacerými silnými charakteristikami. Medzi najvýraznejšie patrí jeho tvorivosť v prístupe k logic-

kým problémom, ktorá súvisí s úrovňou rozvinutia jeho logického myslenia. Komunikačné a vyjadrovacie schopnosti žiaka B majú pozitívny prínos pre jeho komunikačného partnera, ktorý sa snaží pochopiť spôsob myslenia a uvažovania žiaka. Na druhej strane tieto schopnosti podporujú vlastné poznanie žiaka o svojom myslení, jeho metakogníciu. Silnou devízou žiaka B je jeho všeobecný prehľad, široký rozsah záujmov a schopnosť zachovať diplomatické správanie.

Medzi slabé stránky osobnosti žiaka B patrí rozptýlenosť jeho pozornosti, nedokáže inhibovať rušivé vplyvy, ktoré podvedome vychádzajú z informácií a problémov, na ktoré v danej chvíli myslí, z jeho bohatého vnútorného sveta. Rýchlosť jeho myslenia predbieha reč, čo spôsobuje, že riešenia rôznych úloh sú nesystematické a nekomplexné. V súvislosti s riešením matematických úloh oslabujú jeho výkon nedostatočne rozvinuté zručnosti pri práci s aritmetickými operáciami.

Príležitosti, ktoré by potenciálne mohli podporiť rozvoj intelektových schopností a metakognície žiaka B pramenia v samotnom prístupe a vnímaní odlišností jeho osobnosti a potrieb. Zo strany učiteľa pramení podpora rozvoja intelektových schopností žiaka B v posilňovaní deficitných oblastí pomocou úloh, ktoré vyžadujú ich uplatnenie, na druhej strane však nepôsobia invázne.

Vonkajšie faktory, ktoré majú potenciál ohroziť výkony žiaka B súvisia s príležitosťou neúspechu. Ten spôsobuje u žiaka výrazný pokles schopnosti koncentrovať sa, prejavuje sa u neho motorický nepokoj, nervozita, náznaky agresie.

## **Porovnanie analyzovaných prípadov intelektovo nadaných žiakov**

V nadväznosti na analyzované riešenia administrovanej skupiny úloh uvádzame vzájomné porovnanie špecifických prejavov oboch žiakov pozorovaných pri procese riešenia matematických úloh, pri ktorých vychádzame z kategorizácie matematických schopností podľa Kruteckého (In Dočkal et al., 1987) a prejavov uplatňovania metakognície v riešení úloh podľa Frobischera a Frobische-

rovej (2015).

Obaja žiaci sa pri uchopovaní úloh sústredia na význam a súvislosti vyplývajúce z ich zadaní a dokážu vhodne zmatematizovať popísanú situáciu. Záznam postupu riešenia úlohy vytvorený žiakom B bol chaotický, odrážal jeho rýchle myšlienkové procesy, zatiaľ čo žiak A vytváral prehľadný a dobre čitateľný zápis riešenia. Obaja žiaci sa vyznačujú strategickým myslením na vysokej úrovni, sú súťaživí a cieľavedomí, dokážu si dobre zapamätať matematické informácie potrebné k vyriešeniu úloh. Žiak A sa vyznačuje rýchlou počítačovou schopnosťou, pričom žiak B má v tejto oblasti pomerne významné obmedzenia. Obaja žiaci sa pri riešení úloh opierajú o ich vizualizáciu, pričom žiak A na vizualizovanom matematickom probléme odhaľuje zákonitosti a osvojuje si stratégiu, zatiaľ čo žiak B siaha po zobrazení problému vo fázach riešenia, kedy produkcia myšlienok nie je tak intenzívna a potrebuje na daný problém nazrieť iným spôsobom. Pre žiaka B je prirodzené presne verbalizovať myšlienkový proces a zdôvodňovať svoje riešenia, nevyžaduje preto nápovede pri hľadaní vhodných riešení, jeho slovné komentáre mu v úvahách o probléme pomáhajú úlohu vyriešiť. Žiak A sa však sústreďí na analýzu zadania úlohy, z ktorej vyplýva jeho ďalší postup. Pozornosť žiaka B je rozptýlená, často navodzuje iné komunikačné témy. Žiak A dokáže aj pri menej zaujímavých úlohách vďaka vysokej úrovni autoregulácie zámerne koncentrovať pozornosť na daný problém. Cieľavedomosť oboch žiakov sa prejavuje rôznym spôsobom: žiak A systematicky analyzuje zadanie aj vlastné neúspešné pokusy o riešenie, zatiaľ čo žiak B trpezlivo skúma platnosť náhodných riešení. Úlohy, ktoré žiak A vníma ako kognitívne výzvy sú charakterizované divergentnou povahou, výzvy dostatočne motivujúce pre žiaka B sú úlohy patriace k náročnejším matematickým problémom z vyšších ročníkov. Obaja žiaci mali možnosť uplatniť tvorivý prístup k riešeniu matematického problému.

## Záver

Prezentované prístupy k analýze použitých riešiteľských postupov konkrétnych žiakov predstavujú jednu z možností pre rozvíjanie

metakognitívnych stratégií u žiakov už v mladšom školskom veku. Stimulácia metakognitívnej zložky myslenia predstavuje dôležitý predpoklad pri rozvíjaní myslenia a schopnosti učiť sa. Ide o to, aby žiak bol schopný prezentovať a verbalizovať myšlienkové procesy a postupy, ktoré prebiehajú v jeho myslení pri riešení úlohy. Porozumenie mentálnym procesom žiaka pri učení sa matematiky umožňuje učiteľovi lepšie plánovať a vytvoriť produktívne učebné prostredie (Kamii, 2000). Pri výbere úloh je dôležité myslieť na to, aby pre žiakov predstavovali výzvu. Na základe skúseností z práce so skupinou intelektovo nadaných žiakov odporúčame, pre daný účel, využívať úlohy najvyššej úrovne kognitívnej náročnosti (podľa klasifikácie úloh Stein, 2009). Pre úlohy tohto typu je charakteristické, že pre ich úspešné riešenie je nutné využitie komplexného uvažovania o probléme a objavenie stratégie riešenia vyplývajúcej z pochopenia podstaty problému. Objavenie týchto stratégií od žiakov vyžaduje autoreguláciu vlastných myšlienkových postupov, ako aj vynaloženie kognitívnej námahy pri nepredvídaných krokoch riešenia úlohy.

## Literatura

- [1] Dispezio, M. (2002). *Hlavolamy pro rozvoj kritického myšlení*. Praha: Portál.
- [2] Dočkal, V., Musil, M., Palkovič, V. & Miklová, J. (1987). *Psychológia nadania*. Bratislava: SPN.
- [3] Fisher, R. (2011). *Učíme děti myslet a učit se*. Praha: Portál.
- [4] Frobisher, L. & Frobisher, A. (2015). *Didaktika matematiky I. Porozumieť. Riešiť. Počítať*. Bratislava: Raabe.
- [5] Kamii, C. (2000). *Young children reinvent arithmetic: implication of Piaget's theory*. 2. vyd. New York: Teachers Collage Press.
- [6] Kovalčíková, I. et al. (2016). *Diagnostika a stimulácia kognitívnych a exekutívnych funkcií žiaka v mladšom školskom veku*. (druhé, rozšírené vydanie) Prešov: Vydavateľstvo PU v Prešove.

- [7] Kovalčíková, I., Prídavková, A., Šimčíková, E. & Tomková, B. (2017). Psychodidaktické východiská mediácie exekutívneho fungovania slaboprosievajúceho žiaka. In Z. Zaclona, R. Bernátová (Eds.), *Obszary edukacji dzieci mlodszych. Tendencje-badania-praktyczne rozwiazania. Annales Paedagogicae Nova Sandes-Presoves*. (20–27). Nowy Sacz: Wydawnictwo Naukowe Panstwowej Wyzszej Szkoły Zawodowej.
- [8] Partanen, P., Jansson, B., Lisspers, J. & Sundin, Ö. (2015) Metacognitive Strategy Training Adds to the Effects of Working Memory Training in Children with Special Educational Needs. In *International Journal of Psychological Studies*, 7(3), 130.
- [9] Portešová, Š. (2011) *Rozumově nadané děti s dyslexií*. Praha: Portál.
- [10] Stein, M. K. et al. (2009). *Implementing Standards-based Mathematics Instruction. A casebook for Professional development*. New York: Teacher College Press.

## Abstract

Mathematical education should be focused not only on content but also on developing the ability to learn as well as stimulation of cognition and metacognition of a pupil. The paper presents possibilities of developing cognitive skills of intellectually gifted pupils on elementary level of education using mathematical tasks. Two cases of gifted pupils are analysed and compared. The process of solution and solving strategies is also analysed.

Jana Holdoková  
ZŠ Prostějovská  
080 01 Prešov  
Slovensko

Alena Prídavková  
Katedra matematickej edukácie  
Pedagogická fakulta  
Prešovská univerzita v Prešove  
Ul. 17. novembra 15  
080 01 Prešov  
Slovensko