

Učitel matematiky

Tomáš Zdráhal; Yanming Wang

Několik úvah v souvislosti s projektem mezinárodní srovnávací studie
vzdělávání učitelů matematiky

Učitel matematiky, Vol. 24 (2016), No. 1, 17–28

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/149378>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2016

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ*:
The Czech Digital Mathematics Library <http://dml.cz>

NĚKOLIK ÚVAH V SOUVISLOSTI S PROJEKTEM MEZINÁRODNÍ SROVNÁVACÍ STUDIE VZDĚLÁVÁNÍ UČITELŮ MATEMATIKY

YANMING WANG, TOMÁŠ ZDRÁHAL¹

1. Porovnávání výsledků žáků v matematických testech podle zemí

V poslední době se na celém světě (pomalu, ale přesto) dostávají mezi klíčové kompetence pro zaměstnatelnost ve znalostní společnosti i kompetence matematické. Nebudeme tuto skutečnost nikterak komentovat – snad jen dodejme, že bylo načase, a přejdeme rovnou k tomu, že se v této době začala provádět mezinárodní šetření znalostí žáků v matematice – nejznámější jsou TIMSS a PISA. Šetření PISA se týkalo matematiky v letech 2003 a 2012 a TIMSS je věnován matematice každé 4 roky už od 1995. Závěry těchto šetření jsou dostatečně známy. V češtině o nich detailně pojednává např. studie „Matematické vzdělávání v Evropě: společná úskalí a politiky jednotlivých zemí“² (http://eacea.ec.europa.eu/education/eurydice/documents/thematic_reports/132CS.pdf). Na straně 22 se zde uvádí (citujme doslova, je to pro náš příspěvek podstatné):

„Mezinárodní výzkumy zaměřené na výsledky žáků se často používají ke srovnávání zemí. Přesto podle výzkumu PISA z roku

¹Tento příspěvek vznikl díky projektu CZ.1.07/2.3.00/20.0166 „Centrum teorie vzdělávání přírodovědných oborů“, který je financován z prostředků ESF prostřednictvím Operačního programu Vzdělávání pro konkurenceschopnost a státního rozpočtu ČR.

²Education, Audiovisual and Culture Executive Agency, P9 Eurydice, Avenue du Bourget 1 (BOU2), B-1140 Brussels, <http://eacea.ec.europa.eu/education/Eurydice>

2009 rozdílů mezi evropskými zeměmi vysvětlují pouze 10,5 % celkového rozptylu výkonů žáků v matematice, zatímco na vrub rozdílů mezi školami připadá přibližně 35,4 % a na vrub rozdílů v rámci škol přibližně 54,1 % celkového rozptylu. Míra, v níž jsou šance žáků na vzdělání ovlivněny tím, v jaké zemi žijí, by se proto neměla zveličovat. Přesto však lze u vzdělávacích systémů rozlišit určité rysy, které mohou být spojovány s obecnou úrovní výkonů žáků či s podíly žáků, kteří mají obtíže s matematikou.“

Konstatujeme, že veřejnost (bohužel nejenom laická) si všimá hlavně toho, jaké je pořadí jednotlivých zemí, co se týče úspěšnosti v řešení testových úloh, čili ignoruje shora citovanou skutečnost o neprokazatelné závislosti na zemi. Tato studie byla publikována v říjnu 2011.

2. Mezinárodní srovnávací studie vzdělávání učitelů matematiky

V dubnu 2011 byly zveřejněny výsledky Mezinárodní srovnávací studie vzdělávání učitelů matematiky (International comparative study in mathematics teacher training (ICSMTT)), jejímž cílem bylo zjistit, jaké matematické kompetence mají studenti učitelství matematiky na základních školách vybraných zemí světa. Jednalo se o tyto země: Anglie, Finsko, Česká republika, Čína, Irsko, Japonsko, Maďarsko, Rusko, Singapur a Ukrajina. Jejich výběr byl dán pouze tím, že se v minulosti zúčastnily celé řady výzkumů organizovaných Centrem pro inovaci učitelství matematiky (Centre for Innovation in Mathematics Teaching) v rámci aktivit Centra pro britské učitele CfBT a právě toto Centrum bylo organizátorem ICSMTT. Z výsledků ICSMTT (dostupných na <http://www.cfbt.com/en-GB/Research/Research-library/2011/r-international-comparative-study-in-mathematics-teacher-training-2008>) vyplývá něco podobného jako ze studie Eurydice – rozdílů mezi zeměmi vysvětlují necelých 10 % celkového rozptylu výsledků matematických testů studentů učitelství. Tedy ani u nich, podobně jako u žáků základních škol, by se závislost jejich matematických kompetencí na tom, v jaké zemi žijí, neměla

přeceňovat. Tolik hlavní výsledek studie ICSMTT, o jejíž existenci ví ve světě zcela jistě daleko méně lidí než o studiích typu TIMSS a PISA. Proč tomu tak je, naznačíme dále.

Současní studenti učitelství matematiky se co do počtu ani postavení v žebříčku priorit znalostní společnosti nemohou srovnávat s obrovskou masou školou povinných dětí, z jejichž řad musí vyrůst noví „kapitáni průmyslu“, má-li se naše společnost dále „udržitelně“ rozvíjet. (Zde to pochopitelně zjednodušujeme a trochu také parafrázujeme současná klišé – ale snad je jasné, co tím máme na mysli; ještě se k tomu vrátíme níže, kde uvedeme hlavní priority vzdělávání učitelů v Číně.) Proto mohou být vládní projekty na nejvyšší úrovni financované ministerstvy pro žáky (TIMSS, PISA, . . .), a proto nemohou podobné projekty být i pro studenty učitelství.

Proč tedy, v tomto smyslu malý, projekt ICSMTT vznikl? Ze shora uvedených výzkumů CfBT byla skutečnost, že závislost výsledků testování žáků v matematice na zemích, odkud pocházejí, není pravděpodobně signifikantní, známá už před výsledky prvního šetření TIMSS. Proto řešitelský tým ICSMTT, jehož členy byli také oba autoři tohoto článku, hledal závislost jinde – chtěl v nadnárodním měřítku testovat učitele matematiky těch žáků, kteří byli účastníky šetření TIMSS. Je celkem logické, proč chtěli testovat učitele: Myšlenkové schéma regresní analýzy více než jen naznačuje, že úroveň znalostí učitelů pozitivně koreluje s úrovní znalostí jejich žáků. Testovat učitele však není tak jednoduché jako testovat žáky. Mezi žáky a učiteli je rozdíl. Žákům matematický test prostě zadáme a žák řeší. Řeší, protože musí. Ale zadat test učitelům? A navíc s tím, že také jeho žáci absolvují nějaký svůj test a bude se zjišťovat korelace výsledků? Jak velký by byl asi zájem učitelů? A byl by to „řádný“ (ve smyslu náhodného výběru) výběrový soubor? A hlavně, například v České republice, podobně jako ve všech zemích s výjimkou Číny, kde šetření ICSMTT mělo probíhat (tedy Anglie, Finsko, Česká republika, Čína, Irsko, Japonsko, Maďarsko, Rusko, Singapur a Ukrajina) není možné takové testování učitelů povinně nařídit.

Zkrátka, organizátoři ICSMTT výběrový soubor učitelů nenašli a asi ani najít nemohli, a proto místo učitelů matematiky testovali budoucí učitele matematiky – tedy studenty, kterým se takové testování může „nařídít“. V tomto případě ale nemohli provádět žádnou regresní analýzu, neboť studenti učitelství ještě nemají své žáky.

Jinak řečeno, výsledky ICSMTT bohužel nemohou při analýze výsledků testování žáků základních škol příliš pomoci. Protože testování jejich učitelů je nereálné, můžeme se těžko dočkat statistického ověření korelace mezi matematickou úrovní učitelů (tím máme na mysli jisté matematické znalosti, které organizátoři ICSMTT prověřovali) a mezi výsledky testů jejich žáků.

Testování studentů³ se řídilo pravidly, která centrum CfBT pro všechny zúčastněné státy navrhlo takto (vzhledem k rozdílnému způsobu vzdělávání učitelů v zúčastněných zemích mohlo být první doporučení modifikováno):

- celkem cca 100 až 200 studentů minimálně ze dvou univerzit (u nás jsme testovali 200 studentů bakalářského studijního oboru Matematika se zaměřením na vzdělávání; testu se zúčastnili i další studenti, ale to není pro účely tohoto článku podstatné);
- testování on-line formou.

Testové úlohy jsme vložili do open source LMS Claroline a testovali jsme na podzim roku 2008 převážně studenty Univerzity Palackého a Univerzity J. E. Purkyně; hlavní organizátorkou byla tehdejší doktorandka D. Blažková. (V rámci studie ICSMTT se dále sledovali studenti na praxi, ale i v tomto případě se jednalo pouze o studenty a nikoliv učitele s „vlastními“ žáky, a proto také zde platí, že testování studentů učitelství nemůže odpovědět na to, zda úspěchy žáků v řešení matematických úloh závisejí především na úrovni matematických kompetencí jejich učitelů. My jsme testovali pouze studenty bakalářského studia, kteří ještě oborovou praxi nemají; této části výzkumu se tedy Česká republika nezúčastnila.)

³Testování, o kterém zde pojednáváme. V rámci ICSMTT se vyšetřovaly i jiné skupiny respondentů.

Níže uvádíme některé testové úlohy. Jedná se jen o jejich ukázkou, takže zde neuvádíme žádnou popisnou statistiku výsledků našich ani jiných studentů (tu je možné najít ve výše uvedené zprávě). Neuvádíme ani „porovnávání“ států, neboť, jak již bylo řečeno, vliv zemí na výsledky testování není dominantní.

3. Ukázka testů

ČÍSLO

- Kolik existuje v dekadické soustavě číslic? Vypište je.
- Kolik existuje v dekadické soustavě čísel? Vlastními slovy vysvětlíte rozdíl mezi číslem a číslicí.
- V krátké větě použijte „4“ tak, aby se jednalo:
 - o číslici
 - o číslo.
- Jaké jsou vlastnosti zbytku při dělení se zbytkem? Označte správnou odpověď:

Zbytek může být kladný i záporný.	Ano	Ne
Zbytek je vždy kladný.	Ano	Ne
Zbytek může být větší než číslo, kterým dělíme.	Ano	Ne
Zbytek nemusí být celé číslo.	Ano	Ne

MOCNINA A ODMOCNINA ČÍSLA

- Co je druhá mocnina čísla a ?
- Co je třetí mocnina čísla b ?
- Co je druhá odmocnina z čísla c ?
- Druhou mocninu čísla a je možné geometricky znázornit jako čtverec (resp. obsah čtverce), jehož strana má délku a . Jakou geometrickou interpretaci může mít:
 - druhá odmocnina z čísla b ?
 - třetí mocnina čísla c ?
 - třetí odmocnina z čísla d ?

ZLOMEK

1. Jaké znáte způsoby porovnávání zlomků? ($a > b$, $a < b$, $a = b$ jsou možné výsledky porovnání, nikoli způsoby). Stručně запиšte princip každého způsobu.
2. Vymyslete konkrétní příklad z reálného života, kterým je možné názorně ukázat násobení zlomku zlomkem.
3. Jak převedeme zlomek na desetinné číslo? Stručně napište a ukažte na příkladu.
4. Jaká je souvislost mezi zlomky a procenty? Stručně napište a ukažte na příkladu.

VÝRAZ S PROMĚNNOU

1. Zapište libovolný výraz s proměnnou.
2. Jak výrazy s proměnnou vytváříme?
3. Zapište ke každé možnosti 3 libovolné příklady:
 dvojčlen
 trojčlen
 čtyřčlen
4. Posuďte pravdivost tvrzení (pravdivé = P, nepravdivé = N). Označte zvolenou odpověď:
 O počtu členů v mnohočlenu rozhodují P N
 operace sčítání a násobení.
 O počtu členů v mnohočlenu rozhodují P N
 operace sčítání a umocňování.
 O počtu členů v mnohočlenu rozhodují P N
 operace sčítání a odčítání.
5. Zvolte si libovolný mnohočlen a upravte jej pomocí vytýkání.

ROVNICE

1. Ke každé možnosti запиšte 2 libovolné příklady:
 rovnost
 rovnice
2. Vysvětlete rozdíl mezi rovností a rovnicí.
3. Kolik řešení může mít rovnice? Vypište všechny možnosti.
4. Které úpravy řadíme k tzv. ekvivalentním úpravám? Vypište je.

5. Jaké znáte metody řešení soustavy 2 lineárních rovnic o 2 neznámých? Vypište je a stručně popište princip řešení. Metody očísľujte a každou začněte na novém řádku.

FUNKCE

1. Co je funkce?
2. Co je graf funkce?
3. Zapište rovnici libovolné přímé úměrnosti a načrtněte její graf.

ÚSEČKA

1. Napište, co si představujete pod pojmem úsečka.
2. Jaký je rozdíl mezi délkou úsečky a velikostí úsečky?
3. Jsou dány dvě úsečky AB a CD , které mají různou délku.
 - (a) Kolik bodů obsahuje úsečka AB ?
 - (b) Kolik bodů obsahuje úsečka CD ?
 - (c) Jaký problém vyplývá z řešení předchozích částí (pokud vyplývá). Pokuste se jej zformulovat.

PŘÍMKA

1. Napište, co si představujete pod pojmem přímka.
2. Jaké mohou být vzájemné polohy dvou přímek? Vypište je a načrtněte obrázky.
3. Načrtněte dvě vzájemně rovnoběžné přímky. Přidejte další přímku tak, aby byla kolmá k jedné z těchto přímek. Jaká je vzájemná poloha s druhou přímkou? Načrtněte obrázek.

ÚHEL

1. Napište „definici“ úhlu a nakreslete obrázek, který bude této definici odpovídat.
2. Jaký je rozdíl mezi úhlem a odchylkou?
3. Sečtěte: $63^{\circ}28' + 47^{\circ}51' =$

STŘEDOVÁ SOUMĚRNOST

1. Zvolte si libovolné dva body a označte je písmeny A a B . Najděte střed středové souměrnosti, v níž se bod A zobrazí do bodu B .
2. Najděte samodružné body libovolné středové souměrnosti. Kolik takových bodů existuje?

3. Načrtněte úsečku AB . Zvolte si bod S tak, aby $S \notin AB$. Najděte obraz úsečky AB ve středové souměrnosti se středem S .

OSOVÁ SOUMĚRNOST

1. Načrtněte přímkou p , zvolte libovolný bod a najděte jeho obraz v osové souměrnosti s osou p .
2. Najděte samodružné body libovolné osové souměrnosti. Kolik takových bodů existuje?
3. Načrtněte alespoň 5 rovinných útvarů, které jsou osově souměrné. Vyznačte osu souměrnosti.
4. Uveďte 2 příklady osové souměrnosti, které můžeme běžně vidět v každodenním životě.

TROJÚHELNÍK

1. Napište definici trojúhelníka a nakreslete obrázek, který bude této definici odpovídat.
2. Co je těžiště? Jaké jsou jeho vlastnosti?
3. Určete, zda jsou tvrzení pravdivá (P) nebo nepravdivá (N). Zakroužkujte zvolenou odpověď:

Střední příčky dělí trojúhelník na 3 shodné části. P N

Výšky pravoúhlého trojúhelníka se protínají ve středu nejdelší strany. P N

Těžnice ostroúhlého troj. se protínají ve stejném bodě jako jeho výšky. P N

Výšky trojúhelníka se vždy protnou v jednom bodě. P N

4. Jaké vlastnosti má kružnice trojúhelníku opsaná? Její střed leží... Velikost poloměru je...
5. Zapište vztah pro obvod trojúhelníka. Jak byl odvozen?
6. Zapište vztah pro obsah trojúhelníka. Jak byl odvozen?
7. Znáte ještě další vztahy? Pokud ano, zapište je.
8. Co je Thaletova kružnice? Jaké má vlastnosti? Načrtněte obrázek.

KRUŽNICE A KRUH

1. Načrtněte kružnici a napište, co to je.
2. Načrtněte kruh a napište, co to je.
3. Vysvětlete rozdíl mezi kružnicí a kruhem.

ROVINNÝ ÚTVAR

1. Napište, co si představíte pod pojmem rovinný útvar. Načrtněte libovolný rovinný útvar.
2. Načrtněte obdélník a vyznačte úhlopříčky. Jaké mají vlastnosti?
3. Načrtněte čtverec a vyznačte úhlopříčky. Jaké mají vlastnosti?
4. Co je obvod rovinného útvaru?
5. Co je obsah rovinného útvaru?
6. Je dán obdélník o rozměrech 5 cm a 4 cm. Jak dlouhá je výška kosodélníku, který má stejný obsah jako daný obdélník, je-li délka strany kosodélníku 10 cm?
7. Vypočítejte délku úhlopříčky obdélníku o rozměrech e a f .
8. Načrtněte libovolný lichoběžník a vyznačte jeho střední příčku.

TĚLESO

1. Napište, co si představíte pod pojmem těleso. Načrtněte libovolné těleso.
2. Načrtněte alespoň 2 různé sítě krychle.
3. Načrtněte síť kuželu.
4. Načrtněte 2 libovolné kvádry. V prvním kvádru vyznačte 3 různé stěnové úhlopříčky, v druhém kvádru vyznačte tělesovou úhlopříčku.
5. Co je povrch tělesa?
6. Co je objem tělesa?
7. Je dána krychle, jejíž objem je dvakrát menší než její povrch. Vypočítejte délku hrany, povrch i objem.
8. Jak se vypočítá velikost stěnových úhlopříček v kvádru?
9. Načrtněte kouli a vyznačte v ní libovolnou kulovou výseč.
10. Načrtněte kouli a vyznačte v ní libovolnou kulovou úseč.
11. Načrtněte komolý kužel a komolý jehlan.

4. Několik úvah o škole a vzdělávání učitelů v Číně

V Číně chápe veřejnost úlohu základní školy stejně, jako je tomu u nás a asi i v mnoha jiných zemích: Rodiče čínského (a českého) žáka se ho večer (sem tam, jestli vůbec někdy) ptají s úsměvem a trochou nadsázky: „Tak co ses dnes ve škole naučil?“

Ale např. v Singapuru se chlubí tím, že je docela běžné, když se rodiče ptají každý večer s vážnou tváří a bez ironie: „Na co ses dnes ve škole ptal?“ Bohužel nemůžeme tento nepochybně pozitivní „posun“ v chápání úlohy školy podrobněji rozebírat. Neměli jsme k tomu ani my, ani ostatní řešitelé projektu ICSMTT dostatečný prostor, protože tuto informaci nám Prof. Berinderjee Kaur z Národního Institutu Vzdělávání v Singapuru sdělila až v samotném závěru posledního workshopu. (Na tomto místě poznamenejme, že o žádné další zemi, kde by se rodiče takto ptali, jsme nikdy neslyšeli.)

Čína se v pohledu na úlohu školy od nás příliš neliší. Jinak je tomu v pohledu na učitele a jeho vzdělávání, jak je vidět z následující charakteristiky.

Čínské sociální a vzdělávací reformy posledních 30 let měly a stále mají obrovský dopad na vzdělávání učitelů v Číně. V současné době jsou na tomto poli realizovány především následující dvě priority:

1. Zajistit, aby učitelé byli schopni kvalitně vzdělávat nadané studenty v oblasti vědy a technologií.
2. Zvýšit nedostatečný počet stávajících učitelů.

První prioritou je fundamentální pro modernizaci a konkurenceschopnost země z nejkompexnějšího pohledu. Jistě to souvisí s ještě nedávnou ekonomickou úrovní Číny. Na druhé straně to ale i tak může být pro nás minimálně důvod zamýšlení k tomu, zda je Česká republika opravdu takový ekonomicko-průmyslový gigant, že se s takovou prioritou – zdůrazněme, že se zde píše explicitně o vzdělávání pouze v oblasti vědy a technologií – u nás ani v náznaku nesetkáme.

Druhá prioritou souvisí s tím, že Čína postupně od roku 1986

přechází k povinné devítileté školní docházce (do té doby byla, co se délky týče, o jeden až dva roky kratší – v závislosti na provincii). Navíc se postupně v Číně uvolňuje „politika jednoho dítěte“, a proto je pochopitelné, že počet učitelů se musí navýšit.

Další profesní rozvoj čínských učitelů matematiky, kteří již ve školách působí, je organizován především univerzitami a probíhá v době školních prázdnin formou placeného jednoměsíčního souvislého kurzu. V rozvinutějších regionech platí kurzy učitelova škola, jinde školy hradí jenom dvě třetiny kurzovného a zbytek si musí učitelé zaplatit sami. Tato forma dalšího profesního rozvoje není pro učitele povinná, ale je nutná pro jeho další kvalifikační růst. A jak už bylo shora řečeno, učitelství má v Číně stoupající renomé, proto se kurzů zúčastňuje stále více a více učitelů. Jejich kompetence se běžně prověřují – učitelé se musí zúčastňovat testování!

Závěr

Dle závěrů příslušných šetření a našich úvah lze říci, že:

- Výsledky matematických testů TIMSS a PISA nejsou signifikantně ovlivněny zeměmi, kde žáci školy navštěvují.
- Výsledky matematických testů ICSMTT nejsou signifikantně ovlivněny zeměmi, kde studenti učitelství matematiky studují.
- Domněnku, že úspěšnost u žákovských testů je závislá na matematických kompetencích jejich učitelů v mnohem větší míře než na zemi, odkud žáci jsou, nelze zkoumat, protože testovat učitele se jeví obecně jako nereálné.
- V Číně se sice učitelé testům povinně podrobují, ale zatím se zde nezkoumala souvislost mezi výsledky učitelů a úspěšností jejich žáků.

Literatura

- [1] Burghes, D. (2012). *International comparative study in mathematics teacher training*. Plymouth: CfBT.

Abstract

International projects TIMSS, PISA and similar deal with testing pupils' knowledge, among others in mathematics. The public notices their results especially in terms of ranking countries according to their success in these tests. It turns out, however, that the dependence of success in tests on the country, from which pupils come, cannot be proved. Rather, there is a dependence on competence of these pupils' teachers. This competence, however, is difficult to test - both in the Czech Republic and in most other European countries, unlike China, there is no administrative way to introduce mandatory testing of teachers. Therefore some studies, such as International comparative study in mathematics teacher training (ICSMTT), are devoted to testing at least pre-service mathematics teachers. The article looks into some problems connected to this topic and also describes somewhat surprising priority (from the Czech point of view) in teacher education in China.

Yanming Wang

University of Science and Technology of Suzhou

Changjiang Rd, Wuzhong, Suzhou

Jiangsu, China

e-mail: yanmingwang@hotmail.com

Tomáš Zdráhal

Katedra matematiky PdF UP

Žižkovo nám. 5

771 40 Olomouc

e-mail: tomas.zdrahal@upol.cz