

# Učitel matematiky

---

Milan Hejný

PME a NCTM konference 1992

*Učitel matematiky*, Vol. 1 (1993), No. 1, 13–17

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/152154>

## Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1993

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

zákonitostí jejich jazyka. Na jedné straně to umožňovalo seznámit se s úrovní a charakterem komunikace v některých zemích, na druhé straně to brzdilo formulace obecnějších závěrů. Je třeba upozornit na to (pokud se vám dostane do rukou sborník závěrů), že právě z těchto důvodů byly leckdy závěry pracovních skupin ovlivněny osobností vedoucích podskupin a neodrážejí současné stanovisko všech přítomných učitelů matematiky k otázkám komunikace.

Ze zajímavých příspěvků vybírám: Jaké je základní pojetí modelů? Jakou roli hrají metafory při práci se symboly? Je práce se symboly pouze mechanickým procesem? Jaká je efektivita zavádění a užívání symbolů? Od rozšiřování slovní zásoby k symbolice - a co interpretace symboliky? Z argumentů použitých v bohaté diskusi vyplynulo, že v mnoha školských systémech jsou tyto otázky vážným problémem zejména proto, že učivo je osnováno stupňovitě, že příprava učitelů není vždy na takové úrovni, aby chápali v právě probírané látce základy dalších nových kapitol.

Před ukončením konference se účastníci W7 sešli k porovnání výsledků práce ve skupinách. Většinou se závěry týkaly užití jazyka i symboliky, bez specifikace pojmu jazyk. Jednou je totiž použít v širším slova smyslu a zahrnuje i problematiku symboliky, podruhé je pojat úžeji jako mluvené slovo. Komunikativní prostředky se nehodnotily komplexně, chyběl pokus o vytvoření struktur komunikačních prostředků, případně jejich hodnocení. V jistém smyslu se o to pokusila skupina vedená dr. Arzarellem orientovaná na práci se symboly. Výsledky pracovní skupiny řízené prof. Janvierem obsahovaly promyšlenou baterii otázek, na které by se měl zaměřit výzkum v dalším období. Např. Jak komunikují studenti - budoucí učitelé? Jaké situace je nutné vytvářet pro rozvoj komunikace budoucích učitelů matematiky? Kromě skupiny W7 jsem měla prezentaci ve skupině W5, kde mne v diskusi zaujala myšlenka **předurčenosti** motivačního typu a nutnosti respektovat jej a rozvíjet. Snad příliš to zjednodušuje celou problematiku motivací v matematice. Teprve v tomto kontextu pak člověk jinak hodnotí učebnice zemí, které se o tuto tezi opírají. Vzniká otázka, z čeho se můžeme poučit pro příště. Například z práce italské delegace, která v rámci národních dnů prezentovala své výzkumy jako celek. Navíc sebou přivezla sborník článků k současným problémům vyučování matematice, takže se nepřímo mohli představit i ti, kteří do Quebecu nepřijeli. Sborník se dostal do rukou všem, kteří o něj projeví zájem. Je to jeden z prostředků, jak navázat odborné kontakty, jak propagovat práci učitele.

Za pražskou Pedagogickou fakultu jsme rozdávaly informační leták fakulty a katedry matematiky v angličtině. Těm, kteří se chtěli o naší práci dozvědět víc, jsme dávaly sborník mezinárodní konference SEMT Praha 91 a pozvánku na SEMT 93 - vyučování matematice na 1. stupni a příprava učitelů pro tuto školu.

## **PME a NCTM konference 1992**

doc. dr. Milan Hejný, Bratislava

V auguste 1992 sa vo východnej časti Severnej Ameriky uskutočnila séria štyroch významných, k vyučovaniu matematiky sa viažucich podujatí:

Šestnásta medzinárodná konferencia o psychológii vo vyučovaní matematiky (PME) v Durhame, New Hampshire, USA, 6. -11. 8. 1992



Medzinárodný míting o histórii a pedagogike matematiky (HPM) v Toronte, Ontario, Kanada, 12. -14. 8. 1992

Siedmy medzinárodný kongres o vyučovaní matematiky (ICME-7) v meste Quebec, provincia Quebec, Kanada, 17. -23. 8. 1992

Regionálny míting NCTM v Montreáli, provincia Quebec, Kanada, 23. -25. 8. 1992

Nosným z uvedených podujatí bol nepochybne ICME-7, prevyšujúci svoje tri satelitné konferencie nielen významom, ale i počtom účastníkov a šírkou tématiky. Na druhej strane komornejšie a tematicky zovretejšie stretnutia boli žižlivé na nadviazanie cielených pracovných kontaktov.

V tomto článku podávame stručnú (a subjektívnu) informáciu o prvom a o poslednom z uvedených podujatí.

Každoročne usporadúvané konferencie PME sú výsledkom veľmi aktívnej a prudko sa formujúcej vednej disciplíny. Medzinárodná skupina odborníkov, ktorá pred šestnástimi rokmi začínala s niekoľkými desiatkami nadšencov má dnes širokú vedeckú základňu, najmä v anglofonnej časti sveta. Svedčí o tom i pohľad na zastúpenie jednotlivých krajín vo vedení PME a zbore odborníkov, ktorí pomáhali tvoriť koncepciu tohtoročnej konferencie: USA - 57, Veľká Británia - 9, Izrael - 7, Kanada - 7, Austrália - 5, Francie - 3, po dvaja zástupci z Mexika, Španielska a Japonska a po jednom z Talianska, Taiwanu, Portugalska a Grécka. Uvedené čísla nemožno chápať

ako hodnotenie odbornej erudície jednotlivých krajín, ale skôr ako početnosť odborníkov a mieru aktivity jednotlivých krajín pri organizácii stretnutia, ktoré sa uskutočnilo na pôde USA.

Heslovitý záznam reflexií PME konferencie:

Vo veľkej nateraz ešte nie dosť zreteľne hierarchizovanej variete otázok, ktoré si disciplína kladie, javov, ktoré skúma, pojmov, ktorými sa vyjadruje, experimentálnych i analytických metod, ktoré používa a rozpracúva a teórií, ktoré konštituuje je jasná mladosť i energia, aj netrpezlivosť.

Intenzívne sú rozvíjané konštruktivistické pohľady na problematiku. Konštruktivizmus vznikol na prelome šesťdesiatych a sedemdesiatych rokov v psychológii (Piaget) a lingvistike (Chomsky). Konštruktivizmus vychádza z predpokladu, že poznanie sa do vedomia dostáva nie prenosom, ale konštrukciou. Chomsky tvrdí, že nástroje, ktorými sa poznanie konštruuje sú nám vrodené. Piaget sa domnieva, že aj tieto sú výsledkom konštrukcií.

Všetky štyri plenárne prednášky boli myšlienково bohaté a dúfajme, že budú prístupné našim čitateľom v prekladoch:

M. Artique: Význam a šírka epistemologickej práce v didaktike,

G. Eryvncck: Matematika ako cudzí jazyk,

G. Goldin: O vývoji jednotného modelu pre psychológiu učenia (sa) matematiky a riešenie problémov,

C. Hoyles: Osvetľovanie a reflexie - Učiteľia, metodológie a matematika.

Ťažisko pracovnej náplne stretnutia bolo v dieľňach a diskusných seminároch. Tých bolo dovedna 17 (11 a 6). Uvedieme šesť ukážok. Najprv názov seminára, potom tri myšlienky či otázky tu vyslovené a diskutované:

Pokročilejšie matematické myslenie. Ako si študent v tématických celkoch "vektorové priestory" a "grupy" konštruuje pojmy na základe definícií, viet a dôkazov. Aký je vzťah medzi operačnými a deklaratívnymi štruktúrami? Ako možno naučiť študenta tvoriť dôkazy a aké znalosti sú k tomu potrebné?

Geometria. Veľká názorová rôznosť na význam a oprávnenie, či dokonca nutnosť, opäť zaradiť do osnov Euklida (planimetriu i stereometriu). Geometria poskytuje osobitne vhodné prostredie na rozvoj konštruktívnych procesov v kognitívnej sieti. Ktoré partie geometrie, v akom veku a akou technológiou vyučovať?

Pomer a úmera. Čo je to zlomok (je  $\pi/2$  zlomok??) Čo je to pomer (je  $a:b = 3:4$  pomer??) Ako sa pojem zlomku, pomeru, úmery tvorí vo vedomí človeka?

Reprezentácia. Externý systém symbolov zahrnuje lingvistický systém, matematickú notáciu a prostredie tvorené počítačmi. Interný systém (kódovanie) zahrnuje reprezentáciu pojmov, myšlienok, schém (čo je to?) a plánov. Aké mechanizmy riadia súčinnosť externých a interných systémov?

Zmysluplné kontexty zavádzať do vyučovania matematiky. Treba skúmať procesy zužitkovávania životných (mimoškolských) skúseností žiaka pri konštrukcii pojmov. Ako prepojiť matematiku na iné predmety, aby sa zvýšila zmysluplnosť matematického poznávania? Učenie sa špirálovým spôsobom je vlastne permanentná re-konceptualizácia.

Budúca konferencia PME bude v Japonsku a osemnásť PME v roku 1994 v Španielsku.

NCTM - The National Council of Teachers of Mathematics je profesijná organizácia učiteľov USA a Kanady. Trojdenný regionálny míting NCTM prebiehal v prednáškových a konferenčných miestnostiach hotelu Hilton a bol

programovo neobyčajne bohatý. Rôznorodé plenárne prednášky, ale najmä mnohé dielne (workshopy) bežali paralelne od rána do večera. Boli zamerané výrazne prakticisticky: metodici, inšpektori, pracovníci výzkumu, vysokoškolskí učitelia, ale predovšetkým radoví učitelia z terénu hovorili o svojich skúsenostiach.

Účasť na dielňach bola "na vstupenky", limitovaná počtom 15 - 20 ľudí na jednu dielňu. Na rozdiel od prednášok, kde posluchači boli pasívni konzumenti predkladaných myšlienok, dielne mali výrazne pracovný charakter. Každá zo šiestich dielní, na ktorých som sa zúčastnil bola perfektne profesionálne pripravená: účastníci dielne dostali detailne pripravený písomný materiál, rýsovacie pomôcky, mapy, či listingy programov - proste všetko, čo bolo k práci dielne potrebné. O troch dielňach rozpoviem trochu podrobnejšie.

Nazov prvej zo spomínaných dielní mal dve časti: Mohli by sme učiť lepšie, ale vieme lepšie testovať? Treba testovať nielen zručnosti (skills), ale aj pojmy (concepts). Každý účastník dielne dostal deväť testov, ktoré boli v minulom roku predložené žiakom. Najprv sme sami riešili prvé dva testy. Potom sme sa dozvedeli ako vyzerali odpovede žiakov v týchto testoch a čo na základe tohto prieskumu autori testu zistili. Potom sme o testoch, ich konštrukcii, a ich možnom vylepšení diskutovali. Ukážka niektorých zaujímavých otázok z týchto testov:

1. Asi 0,92 z ..... sú .....
2. .... sa vyskytne asi v 0,01 prípadoch.
3. Nakresli obrázok, ktorý zdôvodňuje, prečo  $6 \times 8$  je o dvanásť viac ako  $6 \times 6$ .
4. Vysvetli prečo delenia  $126 : 4$  a  $63 : 2$  dajú rovnaký výsledok.
5. Ak číslo vynásobíš číslom 0,99, čo môžeš povedať o výsledku?

Druhá dielňa bola venovaná geometrickej optimalizácii. Vstupná motivačná úloha bola vzatá zo života: V roku 1960 firma Bell potrebovala káblom navzájom prepojiť tri mestá: Atlantu, Chicago a New York. Ako to urobiť, aby dĺžka káblu bola čo najkratšia?

Účastníci riešili uvedenú úlohu najprv skusmo na mape a každý povedal k akej dĺžke sa dopracoval. Potom vedúci dielne prezradil recept na riešenie úlohy (Steinerov bod trojuholníka). Spoločne sme meraním zistili, že recept pracuje. Potom sa rovnaká situácia modelovala na zariadení s mydlovými blanami čo bolo ďalším potvrdením receptu. Konečne bol recept exaktne dokázaný (ale táto časť dielne nebola pre väčšinu účastníkov prítažlivá). V závere bol bublinový prístroj využitý na hľadanie optimálneho prepojenia štyroch a piatich bodov. Treba dodať, že všetky bublinové pokusy, zobrazované špeciálnym projektorom na plátno boli veľmi názorné a vydarené a každý účastník dielne dostal brožúrku s návodom na výrobu bublinového prístroja aj so sériou úloh vhodných na vyučovanie tejto témy.

Tretia a posledná z referovaných tu dielní mala názov "Zlepšenie porozumenia geometrii cez písanie". Bola prezentovaná manželským párom: manželka - učiteľka angličtiny, manžel - učiteľ matematiky. Najprv sme dostali krátku informáciu o tom, že keď sú žiaci nútení písomne formulovať svoje názory, ich poznanie sa stáva hlbšie, komplexnejšie a komunikatívnejšie. Potom sme všetci účastníci dielne, podobne ako v experimente žiaci, písali odpovede na 6 vybraných otázok, či tém.

Napríklad:

1. Čo je to súmernosť?
2. Napíš odstavec o tom ako súvisí osová a stredová súmernosť.



3. Popiš ako možno zistiť, že rovinný útvar je osovo súmerný, ale nepoužiť termín os súmernosti.

Naše odpovede vedúci dielne komentovali, porovnávali s odpovedmi žiakov a poukazovali na zaujímavé diferencie medzi prístupom učiteľov a žiakov k týmto otázkam. V nasledujúcom komentári boli prezentované konkrétne výsledky experimentu. Zdá sa mi, že uvedená forma výuky poskytuje mnoho priestoru pre medzipredmetové vzťahy nielen vo väzbe materinský jazyk - matematika, ale i materinský jazyk - iný predmet.

Súčasťou mítingu NCTM bola predajná výstava kníh, časopisov, učebníc a učobných pomôcok. Spomeňme aspoň jednu zaujímavú publikáciu: matematický kalendár. Na každý deň v roku tu nájdeme jednu zaujímavú úlohu, či informáciu, alebo udalosť. Napríklad úloha na 29. augusta znie: Pre ktoré prirodzené  $m$  sa  $m$ -tá mocnina čísla 1992 končí číslom 1992.

Míting NCTM bol aj spoločenskou udalosťou. Po roku, či rokoch sa opäť zvitáli kolegovia-priatelia, ktorí spolu chodili na univerzitu, alebo učili v tom istom meste. Z atmosféry, ktorá v priestoroch hotela Hilton vládla, bola cítiť spolupatričnosť a radosť z práce. Čo, keby sme sa aj my, učitelia matematiky rozpadajúcej sa republiky začali pravidelne stretať na mítingoch, ktoré by pomohli udržiavať náš pocit profesionálnej i kultúrnej spolupatričnosti?

## 1. Evropský matematický kongres

dr. J. Jarník, PedF UK Praha

Ve dňoch 6. - 10. července 1992 se v Paříži konal z iniciativy a pod záštitou Evropské matematické společnosti (EMS) první Evropský matematický kongres. Šlo o první velkou akci EMS, která byla založena v roce 1990. (Přípravy k jejímu založení probíhaly ovšem již několik let předtím a podílela se na nich, přes byrokraticko-politické překážky, i JČMF, např. uspořádáním zasedání Evropské matematické rady v Liblicích 1987). Evropské matematické kongresy by měly být jistým protějškem světových kongresů. Měly by klást důraz na specifika evropské matematiky a svým umístěním v Evropě dát i matematikům s omezenými prostředky možnost účastnit se opravdu reprezentativního setkání.

Celková účast na kongresu byla okolo 1200 matematiků, z toho asi čtvrtina z hostitelské země a asi stovka ze zemí mimoevropských (především z USA, Kanady a Izraele). Z Československa přijelo do Paříže 25 matematiků. Mnohým z nich to umožnila finanční podpora organizátorů, kterým se podařilo získat řadu sponzorů.

Těžiště vědeckého programu bylo v 9 plenárních přednáškách a 20 paralelních přednáškách. Krátká sdělení byla nahrazena možností přihlásit posters, což využila téměř čtvrtina účastníků. Jediný přednášející z Československa byl J. Nekovář z Prahy (tč. University of California v Berkeley - několikanásobný vítěz MO - poznámka red. kolektivu). Rozepisovat se podrobněji o vědeckém programu není v této stručné zprávě možné. Sborník kongresu by měl být po vyjití k dispozici v knihovnách MÚ ČSAV a MFF UK.

Vedle vědeckých přednášek uspořádali organizátoři 16 "kulatých stolů" - diskusí na různá témata spjatá s matematikou a jejími vztahy k různým oborům, jejími evropskými specifiky, s vyučováním matematice apod. Organizátory diskuse o koordinaci vědeckých hodnotí a o studentských výměnných programech byli I. Netuka a V. Souček z MFF UK v Praze.