

Petr Emanovský

Jak Frank Wilcoxon pomohl statistikům objevit neparametrické testy II

Učitel matematiky, Vol. 32 (2024), No. 3, 129–139

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/152658>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2024

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ*:
The Czech Digital Mathematics Library <http://dml.cz>

JAK FRANK WILCOXON POMOHL STATISTIKŮM OBJEVIT NEPARAMETRICKÉ TESTY II

PETR EMANOVSKÝ¹

Úvod

Neparametrické testy představují významnou a široce použitelnou třídu testů statistické významnosti. Tyto testy jsou užitečné zejména v situacích, kdy neznáme rozdělení pravděpodobnosti zkoumané veličiny, nebo má toto rozdělení tvar, který není vhodný pro použití některého z běžných parametrických testů. U zrodu neparametrického testování stál významný americký statistik Frank Wilcoxon (1892–1965). Ve svém článku *Individual Comparisons by Ranking Methods*, který vyšel v časopisu *Biometrics Bulletin* v roce 1945, popisuje dvě nové metody neparametrického testování, dnes známé jako dvouvýběrový Wilcoxonův test (Wilcoxon rank sum test) a párový Wilcoxonův test (Wilcoxon signed-rank test) (Bradley, 1967). Hlavní myšlenka Wilcoxonova neparametrického testování spočívá v tom, že se netestují přímo pozorovaná data, ale jejich pořadí v uspořádaném souboru dat. Tímto originálním přístupem inspiroval Wilcoxon řadu statistiků, kteří pokračovali v dalším rozvíjení neparametrických metod. Tento článek obsahově navazuje na článek (Emanovský, 2023), který popisuje život a dílo Franka Wilcoxona s bližším zaměřením na vznik a podstatu Wilcoxonova testu pro dva závislé výběry (párový test). Nyní se zaměříme na druhý z testů, a sice na Wilcoxonův test pro dva nezávislé výběry.

¹Článek vznikl za podpory projektu Univerzity Palackého Olomouc „Algebraické a geometrické struktury“ IGA PrF 2023 010.

Wilcoxonův test pro dva nezávislé výběry

Wilcoxonův test pro dva nezávislé výběry, nazývaný též dvouvýběrový test, příp. součtový pořadový test pracuje podobně jako párový test s pořadími dat v uspořádaném datovém souboru.

Postup při přesném Wilcoxonově dvouvýběrovém testu je následující:

1. Ze dvou nezávislých výběrů (s rozsahy n_1 , resp. n_2) vytvoříme jeden sdružený soubor o rozsahu $n = n_1 + n_2$ uspořádaný vzestupně podle velikosti.
2. Každé hodnotě sdruženého souboru přiřadíme pořadí, přičemž stejným hodnotám přiřadíme průměrné pořadí.
3. Určíme součet pořadí pro první výběr W_1 a součet pořadí pro druhý výběr W_2 . Snadno lze ukázat, že $W_1 + W_2 = 1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$.
4. Nulovou hypotézou je zde tvrzení, že mezi hodnotami obou vzorků není statisticky významný rozdíl, a alternativní hypotéza naopak předpokládá, že tento rozdíl statisticky významný je. Jedná se tedy o dvoustranný test. Jako testovací kritérium použijeme statistiku $W = \min(W_1, W_2)$. Můžeme samozřejmě uvažovat i jednostranný test, a sice levostranný s alternativní hypotézou předpokládající, že hodnoty prvního vzorku jsou statisticky významně menší než hodnoty druhého vzorku, nebo pravostranný s alternativní hypotézou, kde je tomu naopak. V prvním případě bereme za testové kritérium W_1 , ve druhém W_2 .
5. Pro malé hodnoty n jsou kritické hodnoty $w(\alpha, n_1, n_2)$ tzv. přesného testu tabelovány (např. Hendl, 2004; Anděl, 2007). Je-li vypočtená hodnota W menší nebo rovna tabulkové kritické hodnotě $w(\alpha, n_1, n_2)$, zamítáme nulovou hypotézu na hladině významnosti α .

Wilcoxon dokázal, že při dostatečném rozsahu zkoumaných vzorků mají náhodné veličiny W_1, W_2 asymptoticky normální rozdělení se středními hodnotami $E_1(W) = \frac{n_1(n+1)}{2}$, resp. $E_2(W) = \frac{n_2(n+1)}{2}$ a rozptylem $D(W) = \frac{n_1 n_2 (n+1)}{12}$. Pro praktické testování toho lze využít již v případě, že oba vzorky obsahují více než

20 prvků. Pokud by například platilo $W = \min(W_1, W_2) = W_1$, pak rozdělení statistiky W se asymptoticky blíží normálnímu rozdělení se střední hodnotou $E(W) = \frac{n_1(n+1)}{2}$ a rozptylem $D(W) = \frac{n_1 n_2 (n+1)}{12}$. Jako testové kritérium pro toto asymptotické testování použijeme testovou statistiku $T = \frac{W - E(W)}{\sqrt{D(W)}}$ získanou normováním statistiky W . Kritické hodnoty pak najdeme v tabulce standardizovaného normálního rozdělení (Papica, 1992; Blatná, 1996; Hendl, 2004). Určitým zdokonalením dvouvýběrového Wilcoxonova testu vznikl Mannův-Whitneyův U-test (Mann & Whitney, 1947). Tento test pracuje se statistikou $U = \min(U_1, U_2)$, kde $U_1 = n_1 n_2 + \frac{n_1(n_1+1)}{2} - W_1$ a $U_2 = n_1 n_2 + \frac{n_2(n_2+1)}{2} - W_2$. Poznamenejme, že v některé literatuře se používá Mannův-Whitneyův U-test pod názvem Wilcoxonův dvouvýběrový test (Blatná, 1996).

Příklad. Dvě desetičlenné skupiny náhodně vybraných žáků 8. ročníku školy dosáhly výsledků vědomostního testu z matematiky uvedených v tabulce 1. Maximální počet bodů v testu byl 100. Zajímá nás, jestli je rozdíl ve výsledcích obou skupin statisticky významný.

Tab. 1: Výsledky testů z matematiky dvou nezávislých skupin

i (žák)	x_i (Skupina 1)	k (žák)	y_k (Skupina 2)
1	82	11	63
2	69	12	42
3	63	13	54
4	42	14	37
5	58	15	54
6	94	16	91
7	96	17	94
8	58	18	42
9	76	19	71
10	88	20	82

Postup při Wilcoxonově dvouvýběrovém testu je následující:

1. Ze dvou nezávislých výběrů (s rozsahy $n_1 = n_2 = 10$) vy-

tvoríme jeden sdružený soubor o rozsahu $n = n_1 + n_2 = 20$ uspořádaný vzestupně podle velikosti (tab. 2).

Tab. 2: Sdružený uspořádaný soubor výsledků testu

žák	Uspořádané výsledky x_i (skupina 1)	Uspořádané výsledky y_k (skupina 2)	Sdružené pořadí výsledků (skupina 1)	Sdružené pořadí výsledků (skupina 2)
14		37		1
4	42		3	
12		42		3
18		42		3
13		54		5,5
15		54		5,5
5	58		7,5	
8	58		7,5	
3	63		9,5	
11		63		9,5
2	69		11	
19		71		12
9	76		13	
1	82		14,5	
20		82		14,5
10	88		16	
16		91		17
6	94		18,5	
17		94		18,5
7	96		20	
			$W_1 = 120,5$	$W_2 = 89,5$

1. Každé hodnotě sdruženého souboru přiřadíme pořadí, přičemž stejným hodnotám přiřadíme průměrné pořadí (4. a 5.

sloupec tabulky 2). Například žáci 13 a 15 dosáhli stejného výsledku (54 bodů) a jsou v celkovém vzestupném pořadí na 5.–6. místě. Každému z nich je tedy přiřazeno průměrné pořadí $\frac{5+6}{2} = 5,5$.

2. Určíme součet pořadí pro první výběr $W_1 = 120,5$ a součet pořadí pro druhý výběr $W_2 = 89,5$. Vidíme, že opravdu platí $W_1 + W_2 = 210 = \frac{20(20+1)}{2}$.
3. Hodnota testovacího kritéria je v tomto případě $W = \min(W_1, W_2) = 89,5$. Vzhledem k tomu, že je tato hodnota větší než kritická tabulková hodnota pro Wilcoxonův dvoustranný test pro dva nezávislé výběry $w(0,05, 10, 10) = 78$ (Hendl, 2004), nezamítáme nulovou hypotézu na hladině významnosti 5 %. Vzhledem k tomu, že $w(0,01, 10, 10) = 71$, nezamítli bychom nulovou hypotézu ani na hladině významnosti 1 %.

Wilcoxonovy výpočty

Wilcoxonovy výpočty spočívají v určování tzv. kritických hodnot testového kritéria W a jim odpovídajících pravděpodobnostních hladin. Jejich porovnání s pozorovanou hodnotou nám pak umožní rozhodnout o zamítnutí či nezamítnutí nulové hypotézy na zvolené hladině významnosti. Zkusme naznačit alespoň základní úvahy směřující k tomuto cíli.

Předpokládejme, že $W = W_1$ a pro jednoduchost uvažujme všechna pořadí uspořádaných dat navzájem různá a dále, že $n_1 = n_2$. Označme $F_W(w/n)$ počet všech možností, kterými lze vybrat z množiny $\{1, 2, \dots, n\}$ takovou n_1 -prvkovou podmnožinu, že součet všech čísel této podmnožiny je právě w . Nejmenší možnou hodnotou w je zřejmě $1 + 2 + \dots + n_1 = \frac{n_1(n_1+1)}{2}$ a největší možnou hodnotou w je $(n_1 + 1) + (n_1 + 2) + \dots + 2n_1 = \frac{n_1((n_1+1)+2n_1)}{2} = \frac{n_1(3n_1+1)}{2}$. Například pro $n_1 = n_2 = 3$ ($n = 6$) máme celkem 20 možných vzestupných pořadí (počet kombinací třetí třídy z šesti prvků). Přitom nejmenší možnou hodnotou w je $\frac{3(3+1)}{2} = 6$ a největší možnou hodnotou w je $\frac{3(3 \cdot 3 + 1)}{2} = 15$. Potom $F_W(6/6) = 1$,

neboť máme právě jedno vzestupné pořadí $(1, 2, 3)$, pro něž $w = 6$. Podobně $F_W(7/6) = 1$ (pořadí $(1, 2, 4)$), $F_W(8/6) = 2$ (pořadí $(1, 2, 5)$, $(1, 3, 4)$), $F_W(9/6) = 3$ (pořadí $(1, 2, 6)$, $(1, 3, 5)$ a $(2, 3, 4)$), $F_W(10/6) = 3$ (pořadí $(1, 3, 6)$, $(1, 4, 5)$ a $(2, 3, 5)$), $F_W(11/6) = 3$ (pořadí $(1, 4, 6)$, $(2, 3, 6)$ a $(2, 4, 5)$), $F_W(12/6) = 3$ (pořadí $(1, 5, 6)$, $(2, 4, 6)$ a $(3, 4, 5)$), $F_W(13/6) = 2$ (pořadí $(2, 5, 6)$ a $(3, 4, 6)$), $F_W(14/6) = 1$ (pořadí $(3, 5, 6)$) a $F_W(15/6) = 1$ (pořadí $(4, 5, 6)$). Statistika W má tedy na množině hodnot $\{6, 7, 8, \dots, 15\}$ (tzv. kritických hodnot) rozdělení pravděpodobností $\{\frac{1}{20}, \frac{1}{20}, \frac{2}{20}, \frac{3}{20}, \frac{3}{20}, \frac{3}{20}, \frac{3}{20}, \frac{2}{20}, \frac{1}{20}, \frac{1}{20}\}$. Pokud by nás např. zajímala pravděpodobnost $P(W \leq 7)$ toho, že pozorovaná hodnota statistiky W bude menší nebo rovna 7 (tzv. pravděpodobnostní hladina pro $w = 7$), vypočteme $P(W \leq 7) = \frac{1}{20} + \frac{1}{20} = 0,10$ (Carine et al., 2010).

Každé kritické hodnotě w lze tedy přiřadit pravděpodobnostní hladinu $P(W \leq w)$ (tab. 3). Pokud bychom uvažovali i případy, kdy mohou být některá pořadí stejná, výpočet by byl poněkud složitější (Lehman, 1998). Podobnými úvahami Wilcoxon dospěl k tabulce některých vybraných kritikých hodnot a jim příslušejících pravděpodobnostních hladin (tab. 4). Většinou nás budou zajímat kritické hodnoty odpovídající konvenční hladině významnosti 0,05, případně 0,01. Tím dostaneme tabulku kritických hodnot, kterou používáme při rozhodování o zamítnutí či nezamítnutí nulové hypotézy na příslušné hladině významnosti (tab. 5). V našem příkladu jsme použili kritickou hodnotu $w(0,05, 10, 10) = 78$, kterou lze přečíst v tabulce 5. Znamená to, že při $n_1 = n_2 = 10$ je pravděpodobnost $P(W \leq 78) \leq 0,05$, přičemž 78 je největší ze všech kritikých hodnot, které tuto nerovnost splňují, neboli hodnota 78 je největší hodnota, která nás ještě opravňuje zamítnout nulovou hypotézu na hladině významnosti 0,05. Pro každou větší hodnotu je již příslušná pravděpodobnostní hladina (a tedy riziko chyby 1. druhu) větší než 0,05. To vede k nezamítnutí nulové hypotézy na hladině významnosti 0,05. Podobně pro hladinu významnosti 0,01 máme kritickou hodnotu $w(0,01, 10, 10) = 73$, což je největší hodnota ze všech kritikých hodnot w , pro něž je pravděpodobnost $P(W \leq w) \leq 0,01$. Poznamenejme, že uvedené

Tab. 3: Kritické hodnoty a pravděpodobnostní hladiny pro
 $n_1 = n_2 = 3$

Pořadí	Součet pořadí w (kritické hodnoty)	$F_W(w/6)$ Počet pořadí se součtem w	Pravděpodobnostní hladina $P(W1 \leq w)$
(1, 2, 3)	6	1	$\frac{1}{20} = 0,05$
(1, 2, 4)	7	1	$\frac{1}{20} + \frac{1}{20} = 0,10$
(1, 2, 5) (1, 3, 4)	8	2	$\frac{1}{20} + \frac{1}{20} + \frac{2}{20} = 0,20$
(1, 2, 6) (1, 3, 5) (2, 3, 4)	9	3	$\frac{1}{20} + \frac{1}{20} + \frac{2}{20} + \frac{3}{20} = 0,35$
(1, 3, 6) (1, 4, 5) (2, 3, 5)	10	3	$\frac{1}{20} + \frac{1}{20} + \frac{2}{20} + \frac{3}{20} + \frac{3}{20} = 0,50$
(1, 4, 6) (2, 4, 5) (2, 3, 6)	11	3	$\frac{1}{20} + \frac{1}{20} + \frac{2}{20} + \frac{3}{20} + \frac{3}{20} + \frac{3}{20} = \frac{7}{8} = 0,65$
(1, 5, 6) (2, 4, 6) (3, 4, 5)	12	3	$\frac{1}{20} + \frac{1}{20} + \frac{2}{20} + \frac{3}{20} + \frac{3}{20} + \frac{3}{20} + \frac{3}{20} = 0,80$
(2, 5, 6) (3, 4, 6)	13	2	$\frac{1}{20} + \frac{1}{20} + \frac{2}{20} + \frac{3}{20} + \frac{3}{20} + \frac{3}{20} + \frac{3}{20} + \frac{2}{20} = 0,90$
(3, 5, 6)	14	1	$\frac{1}{20} + \frac{1}{20} + \frac{2}{20} + \frac{3}{20} + \frac{3}{20} + \frac{3}{20} + \frac{3}{20} + \frac{2}{20} + \frac{1}{20} = 0,95$
(4, 5, 6)	15	1	$\frac{1}{20} + \frac{1}{20} + \frac{2}{20} + \frac{3}{20} + \frac{3}{20} + \frac{3}{20} + \frac{3}{20} + \frac{2}{20} + \frac{1}{20} + \frac{1}{20} = 1,00$

kritické hodnoty přibližně souhlasí s hodnotami v původní Wilcoxonově tabulce. Na posledním řádku tabulky 5 lze přičíst, že pro $n_1 = n_2 = 10$ odpovídá kritické hodnotě 79 pravděpodobnostní hladina 0,052. Podobně pro kritickou hodnotu 72 máme pravděpodobnostní hladinu 0,0115.

Tab. 4: Wilcoxonova tabulka kritických hodnot
a pravděpodobnostních hladin (Wilcoxon, 1945)

TABLE I
For Determining the Significance of Differences
in Unpaired Experiments

No. of replicates	Smaller rank total	Probability for this total or less
5	16	.016
5	18	.055
6	23	.0087
6	24	.015
6	26	.041
7	33	.0105
7	34	.017
7	36	.038
8	44	.0104
8	46	.021
8	49	.050
9	57	.0104
9	59	.019
9	63	.050
10	72	.0115
10	74	.0185
10	79	.052

Wilcoxon (1945) a Wilcoxon et al. (1963) později sestavili rozsáhlejší tabulky kritických hodnot a pravděpodobnostních hladin. Rozšířené tabulky vytvořil McCornack (1965). Je třeba si uvědomit, že tabulky vznikaly v době, kdy sice již existovaly počítače, ale nebyly zdaleka tak výkonné jako ty dnešní.

Závěr

Wilcoxonovy originální výsledky ve statistice a zejména jeho nejvýznamnější článek z roku 1945 představují nesporné obohacení statistických metod. Objev Wilcoxonových testů přinesl novou širou použitelnou alternativu jednovýběrového a dvouvýběrového studentova t -testu. O originalitě a aplikovatelnosti tohoto přístupu ve statistice svědčí mimo jiné citovanost článku (Wilcoxon, 1945). Uvádí se, že od roku 1946 do roku 2015 byl počet citací tohoto článku 4 229 (Borja & Stander, 2016). Wilcoxonův článek představuje významný impuls k dalšímu rozvoji a běžnému používání neparametrických metod ve statistice. Tyto metody se uplatňují

Tab. 5: Dnešní podoba tabulky kritických hodnot Wilcoxonova dvouvýběrového testu (Hendl, 2004)

Tab. VII Kritické hodnoty na hladině významnosti 1 % a 5 % pro Wilcoxonův pořadový test (dvoustranný test pro dvě nezávislé skupiny)																				
n	α	m																		
		3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
3	0,05	–	–	6	7	7	8	8	9	9	10	10	11	11	12	12	13	13	14	
	0,01	–	–	–	–	–	–	6	6	6	7	7	7	8	8	8	9	9		
4	0,05	–	10	11	12	13	14	14	15	16	17	18	19	20	21	21	22	23	24	
	0,01	–	–	–	10	10	11	11	12	12	13	13	14	15	15	16	16	17	18	
5	0,05	15	16	17	18	20	21	22	23	24	26	27	28	29	30	32	33	34	35	
	0,01	–	–	15	16	16	17	18	19	20	21	22	22	23	24	25	26	27	28	
6	0,05	22	23	24	26	27	29	31	32	34	35	37	38	40	42	43	45	46	48	
	0,01	–	21	22	23	24	25	26	27	28	30	31	32	33	34	36	37	38	39	
7	0,05	29	31	33	34	36	38	40	42	44	46	48	50	52	54	56	58	60	62	
	0,01	–	28	29	31	32	34	35	37	38	40	41	43	44	46	47	49	50	52	
8	0,05	38	40	42	44	46	49	51	53	55	58	60	62	65	67	70	72	74	77	
	0,01	–	37	38	40	42	43	45	47	49	51	53	54	56	58	60	62	64	66	
9	0,05	47	49	52	55	57	60	62	65	68	71	73	76	79	82	84	87	90	93	
	0,01	45	46	48	50	52	54	56	58	61	63	65	67	69	72	74	76	78	81	
10	0,05	58	60	63	66	69	72	75	78	81	84	88	91	94	97	100	103	107	110	
	0,01	55	57	59	61	64	66	68	71	73	76	79	81	84	86	89	92	94	97	
11	0,05	69	72	75	79	82	85	89	92	96	99	103	106	110	113	117	121	124	128	
	0,01	66	68	71	73	76	79	82	84	87	90	93	96	99	102	105	108	111	114	
12	0,05	82	85	89	92	96	100	104	107	111	115	119	123	127	131	135	139	143	147	
	0,01	79	81	84	87	90	93	96	99	102	105	109	112	115	119	122	125	129	132	
13	0,05	95	99	103	107	111	115	119	124	128	132	136	141	145	150	154	158	163	167	
	0,01	92	94	98	101	104	108	111	115	118	122	125	129	133	136	140	144	147	151	
14	0,05	110	114	118	122	127	131	136	141	145	150	155	160	164	169	172	179	183	188	
	0,01	106	109	112	116	120	123	127	131	135	139	143	147	151	155	159	163	168	172	
15	0,05	125	130	134	139	144	149	154	159	164	169	174	179	184	190	195	200	205	210	
	0,01	122	125	128	132	136	140	144	149	153	157	162	166	171	175	180	184	189	193	
16	0,05	142	147	151	157	162	167	173	178	183	189	195	200	206	211	217	222	228	234	
	0,01	138	141	145	149	154	158	163	167	172	177	181	186	191	196	201	206	210	215	
17	0,05	159	164	170	175	181	187	192	198	204	210	216	220	228	234	240	246	252	258	
	0,01	155	159	163	168	172	177	182	187	192	197	202	207	213	218	223	228	234	239	
18	0,05	178	183	189	195	201	207	213	219	226	232	238	245	251	257	264	270	277	283	
	0,01	173	177	182	187	192	197	202	208	213	218	224	229	235	241	246	252	258	263	
19	0,05	197	203	209	215	222	228	235	242	248	255	262	268	275	282	289	296	303	309	
	0,01	193	197	202	207	212	218	223	229	235	241	246	253	259	264	271	277	283	289	
20	0,05	218	224	230	237	244	251	258	265	272	279	286	293	300	308	315	322	329	337	
	0,01	213	218	223	228	234	240	246	252	258	264	270	277	283	289	296	302	309	315	

Poznámka: n je počet objektů ve skupině s menším součtem pořadí, m je počet objektů ve druhé skupině.

mimo jiné rovněž v sociologickém, psychologickém a pedagogickém výzkumu, kde se často setkáváme se statickými znaky, na které nelze aplikovat parametrické testy.

Literatura

- [1] Anděl, J. (2007). *Statistické metody*. MatfyzPress.
- [2] Blatná, D. (1996). *Neparametrické metody*. VŠE.
- [3] Bradley, R. A. (1967). Obituary: Frank Wilcoxon. *Biometrics*, 22(1), 192–194.
- [4] Borja, M. C., & Stander, J., (2016) How Frank Wilcoxon helped statisticians walk the non-parametric path, *Significance*, 13(6).
- [5] Carine A. B., Marilyse J., & James A. H. (2010). Normal approximations to the distributions of the Wilcoxon statistics: Accurate to what N ? Graphical Insights. *Journal of Statistics Education*, 18(2). <https://doi.org/10.1080/10691898.2010.11889486>
- [6] Emanovský, P. (2023). Jak Frank Wilcoxon pomohl statistikům objevit neparametrické testy. *Učitel matematiky*, 31(3), 164–177.
- [7] Hendl, J. (2004). *Přehled statistických metod – zpracování dat*. Portál.
- [8] Lehmann, E. (1998). *Nonparametrics–Statistical methods based on ranks* (Revised First Edition). Holden-Day Inc.
- [9] Mann, H. B., & Whitney, D. R. (1947). On a test of whether one of two random variables is stochastically larger than the other. *Annals of Mathematical Statistics*, 18, 50–60. <http://dx.doi.org/10.1214/aoms/1177730491>
- [10] McCornack, R. L. (1965). Extended tables of the Wilcoxon matched pair signed rank statistic. *Journal of the American Statistical Association*, 60, 864–871. <https://doi.org/10.1080/01621459.1965.10480835>

- [11] Papica, J. (1992). *Neparametrická statistika*. Filozofická fakulta UP.
- [12] Wilcoxon, F. (1945). Individual comparisons by ranking methods. *Biometrics Bulletin*, 1(6), 80–83. <https://doi.org/10.2307/3001968>
- [13] Wilcoxon, F., Katti, S. K., & Wilcox R. (1963). *Critical values and probability levels for the Wilcoxon rank sum test and the Wilcoxon signed rank test*. American Cyanamid.

Abstract

One of the frequently used nonparametric tests of statistical significance are Wilcoxon tests. The author of the mathematical model on which these tests are based is the American statistician Frank Wilcoxon (1892–1965). The article describes the essence and origin of these tests, especially Wilcoxon rank sum test, in mathematical and historical context.

Petr Emanovský

Přírodovědecká fakulta Univerzity Palackého v Olomouci

17. listopadu 1192/12

771 46 Olomouc

e-mail: petr.emanovsky@upol.cz