

Učitel matematiky

Jiří Břehovský; Jana Čerychová

Možnosti rozvíjení logického myšlení žáků v hodinách matematiky – 2.
část

Učitel matematiky, Vol. 33 (2025), No. 2, 66–82

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/153011>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2025

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ*:
The Czech Digital Mathematics Library <http://dml.cz>

MOŽNOSTI ROZVÍJENÍ LOGICKÉHO MYŠLENÍ ŽÁKŮ V HODINÁCH MATEMATIKY – 2. ČÁST

JIŘÍ BŘEHOVSKÝ, JANA ČERYCHOVÁ

Úvod

Tento příspěvek navazuje na článek Možnosti rozvíjení logického myšlení žáků v hodinách matematiky 1. část (Břehovský & Čerychová, 2025). Je druhým ze čtyř článků věnovaných dalším možnostem rozvíjení logického myšlení žáků v hodinách matematiky. V rámci těchto článků postupně představujeme vytvořenou sbírku úloh, úlohy jsme rozdělili do čtyř kategorií. V tomto článku se budeme věnovat druhé kategorii, úlohám založeným na uplatnění vztahů. Mezi ně zařazujeme tyto typy úloh: *číselné a obrázkové posloupnosti, číselná schémata, algebrogramy, útržky úloh* a úlohy, které nazýváme *patří/nepatří*. Kategorii a každý typ krátce představíme. Uvedeme sedmáct úloh s krátkým komentářem, které tuto kategorii reprezentují. Dovednost řešit problémy tvoří základ úspěšného matematického vzdělávání. Hledání řešení vybraných problémů pomáhá rozvíjet, zdokonalovat a kultivovat matematické myšlení. Řešení úloh mohou žáci realizovat jedním ze tří způsobů v závislosti na jejich angažovanosti, schopnostech a dovednostech. Řešit mohou pokusem, přímým způsobem (aplikací naučené znalosti či algoritmu) nebo užitím heuristické strategie (Eisenmann et al., 2015). Klasifikaci a možnostem, jak využít heuristických strategií k řešení matematických problémů, je věnováno mnoho publikací (Eisenmann et al., 2015; Kopka, 1999; Polya, 2004).

Pojem logického myšlení byl zkoumán a definován řadou autorů. V kontextu našeho článku a představovaných úloh chápeme pojem logické myšlení žáků jako „nástroj“, který žákům umožňuje

správně analyzovat danou situaci ve všech souvislostech. Poskytuje jim možnosti a schopnosti vysvětlit, proč se něco děje, a to na základě faktů a znalostí, o nichž vědí, že jsou pravdivé. Dále žákům umožňuje správně využívat matematická odůvodnění tak, aby dosáhli očekávaného závěru, a v neposlední řadě nalézt a využít efektivní strategii vedoucí k řešení předloženého problému. Tam, kde není uvedeno jinak, jsou úlohy a obrázky dílem autorů. Pokud je citován zdroj inspirace pro úlohu, znamená to, že byl pro tvorbu úlohy využit princip uvedený ve zmíněné literatuře.

Úlohy založené na objevení a uplatnění vztahů

Tyto úlohy mají více podob. Jejich společným rysem je pravidlo či vztah, který je třeba objevit. Může se jednat například o objevení pravidla, které platí pro číselné schéma, vztah mezi členy posloupnosti nebo znaky v algebrogramu či nalezení společného znaku zadaných pojmů. Při hledání zmíněného vztahu se žáci učí experimentovat a analyzovat zadanou situaci. Tento typ úloh lze dobře využít při zdokonalování početních i vizuálních schopností žáků, rozvíjení jejich schopnosti argumentovat a při zpřesňování a systematizaci matematických pojmů. Řešení těchto úloh také nabízí vhodný prostor pro využívání různých heuristických strategií (Eisenmann et al., 2015).

Číselné a obrázkové posloupnosti

V případě číselných a obrázkových posloupností je úkolem doplnit následující člen posloupnosti tak, aby posloupnost pokračovala podle daného logického principu. U číselných posloupností se můžeme setkat například se zvětšením nebo zmenšením následujícího členu o stejné číslo nebo s násobky či mocninami předcházejícího členu. Následující člen také může vznikat jako součet či rozdíl dvou předcházejících členů. Obtížné bývá odhalení principu posloupností, které jsou tzv. vnořené do sebe, tj. členy posloupností se pravidelně střídají podle dvou i více pravidel. Řešení obrázkových posloupností může být pro žáky snazší a tím i více motivující. Při jejich řešení může docházet kromě jiného i k roz-

víjení vizuálně prostorových dovedností. V podobě obrázků lze za členy posloupnosti použít i rovinné geometrické útvary či různá tělesa (3D objekty). V takovém případě lze při řešení využívat reálné modely a zapojovat tak manipulativní činnost žáků.

V úloze číslo 1 je zadáno několik číselných posloupností rozdělených dle doporučených ročníků základní školy a podle náročnosti úlohy (počet $\star$ určuje náročnost úlohy). V tabulce 1 uvádíme ke každé posloupnosti také řešení a popisujeme princip, který k řešení vede.

Úloha 1. V tabulce 1 jsou uvedeny jednotlivé číselné posloupnosti. Objevte princip, podle kterého jsou členy posloupnosti vytvářeny. Doplňte následující člen posloupnosti.

Tab. 1

náročnost	posloupnost	řešení	princip
<i>úlohy pro 6. a 7. ročník</i>			
$\star$	3, 7, 11, 15, 19, ...	23	přičítáme 4
	1, 5, 11, 19, 29, ...	41	postupně přičítáme násobky dvou: 4, 6, 8, 10, 12, ...
$\star\star$	2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, ...	23	posloupnost je tvořena prvočíslly
	1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...	21	součet dvou předchozích členů
$\star\star\star$	2, 6, 3, 9, 6, 18, 15, 45, ...	42	střídáme násobení třemi a odečtení tří
	120, 24, 6, 2, ...	1	dělíme postupně pěti, čtyřmi, třemi, dvěma
<i>úlohy pro 8. a 9. ročník</i>			
$\star$	1, 4, 9, 16, 25, ...	36	druhé mocniny čísel 1, 2, 3, 4, ...
	-324, 108, -36, 12, ...	-4	dělíme číslem -3

náročnost	posloupnost	řešení	princip
⊛⊛	1, 4, 10, 19, 31, 46, ...	64	přičítáme násobky tří: 3, 6, 9, 12, ...
	1, 1, 2, 6, 24, 120, ...	720	násobíme jednou, dvěma, třemi, čtyřmi ...
⊛⊛⊛	1, 2, 5, 14, 41, ...	122	násobíme třemi a odečteme 1
	1, 3, 3, 6, 5, 9, 7, 12, 9, 15, ...	11	2 vnořené posloupnosti: 1. lichá čísla, 2. násobky tří

Komentář: Uvedené posloupnosti slouží převážně k inspiraci pro vytváření podobných úloh. Do takové aktivity je vhodné zapojit i žáky. Další vhodnou aktivitou pro žáky v tomto kontextu je hledání vlastností daných posloupností (monotonie, omezenost, případně maximum, minimum a podobně). Například u zadané posloupnosti $-324, 108, -36, 12, \dots$ lze diskutovat o tom, jak a zda bude po nalezení dalšího členu (-4) pokračovat (nikde v zadání není uvedeno, že členy posloupností musí být celá čísla). Hledání a popis či argumentační odůvodnění nalezených pravidel mezi žáky jsou hlavními benefity řešení těchto úloh.

Úloha 2. Který symbol zadané obrázkové posloupnosti bude 75. v pořadí?

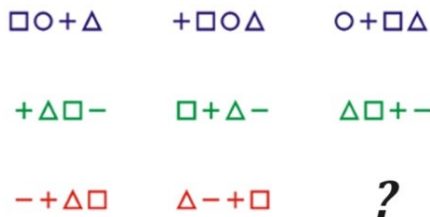


Obr. 1

Komentář: Úloha má potenciál k rozvíjení žákovy schopnosti hledat efektivní cestu k řešení problému. Úlohu lze řešit i vypsáním všech jejích 75 členů. Důležitým aspektem k vyřešení je objevení skutečnosti, že posloupnost se skládá ze stále se opakující šestice symbolů. Proto je třeba určit, kolik ze 75 členů posloupnosti vytvoří celé šestice a kolik symbolů obsahuje poslední seskupení symbolů.

Řešení: zelený rovnoramenný trojúhelník.

Úloha 3. Do obrázku doplňte na místo otazníku správnou čtveřici symbolů (obr. 2). Na výběr máte ze čtyř možností a), b), c) a d) uvedených na obrázku 3.



Obr. 2



Obr. 3

Komentář: Jedná se o obrázkovou posloupnost, ve které je třeba se zaměřit na pohyb jednotlivých symbolů v každém řádku. Žákům můžeme poradit, aby se zaměřili na to, jakým způsobem mění svoji polohu symboly v řádku, a aplikovali tento způsob na poslední řádek. Řešení je možné ztížit tím, že žákům nenabídneme výběr ze čtyř možností.

Řešení: d).

Číselná schémata

Do kategorie číselná schémata zařazujeme ty úlohy, ve kterých je cílem doplnit chybějící číslo podle určitého pravidla. Úlohy bývají obvykle zadány pomocí několika shodných obrazců a v nich vepsaných čísel. V rámci všech obrazců funguje mezi čísly stejný matematický princip. Nejčastěji se jedná o kombinaci různých matematických operací. Úkolem řešitele je odhalit tento princip a na jeho základě doplnit chybějící číslo v neúplném obrazci.

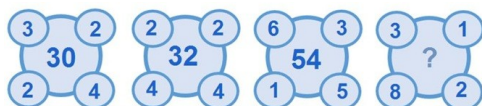
Úloha 4. V rámci této úlohy nabízíme tři sady obrázků (obr. 4, 5 a 6). V každé sadě tři obrázků čísla v rohových kruzích nějakým způsobem určují číslo uprostřed. Jaká čísla se skrývají pod otazníky v jednotlivých zadáních?



Obr. 4: Zadání a)



Obr. 5: Zadání b)

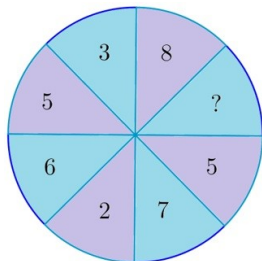


Obr. 6: Zadání b)

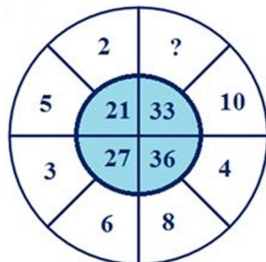
Komentář: Úloha dává žákům příležitost zkoumat a objevovat závislosti mezi čísly a prohlubuje znalosti početních operací. Také rozvíjí jejich vytrvalost a schopnost systematicky experimentovat. Úlohy doporučujeme předkládat žákům ve stanoveném pořadí. Úloha a) je velmi snadná a slouží především k tomu, aby žáci pochopili zadání těchto úloh; každá další je o něco obtížnější.

Řešení: a) 16, číslo uprostřed je rovno součtu čísel v rohových kruzích; b) 15, číslo uprostřed je největší společný dělitel čísel v rohových kruzích; c) 30, číslo uprostřed je rovno součinu součtu čísel v horních rozích a součtu čísel v dolních rozích, tedy $(3 + 2) \cdot (4 + 2) = 30$, $(2 + 2) \cdot (4 + 4) = 32$ atd.

Úloha 5. Na obrázcích 7 a 8 jsou dvě zadání číselných schémát. V každém zadání se zápis čísel řídí určitým logickým principem. Objevte tento princip a doplňte do každého ze zadání číslo na místo otazníku.



Obr. 7: Zadání a)



Obr. 8: Zadání b)

Komentář: Úlohu lze učinit obtížnější výměnou přirozených čísel za desetinná čísla či zlomky.

Řešení: a) 4, součet čísel na protilehlých výsečích je 10; b) 1, trojnásobek součtu čísel na dvou vnějších výsečích je roven číslu ve vnitřní výseči.

Úloha 6. Na obrázcích 9 a 10 jsou dvě zadání číselných schémat. V každém zadání se zápis čísel řídí určitým logickým principem. Objevte tento princip a doplňte do každého ze zadání číslo na místo otazníku.

20	25	?	35
15	55	50	25
10	30	50	5
5	0	30	15

Obr. 9: Zadání a)

2	0	3	5
7	4	1	4
6	2	3	7
9	5	2	?

Obr. 10: Zadání b)

Komentář: V úloze a) je důležité zachovat barvy buněk, tedy úlohu není možné tisknout černobíle. Případně doporučujeme přepsat čísla na tabuli tak, že čísla ve stejné barevných buňkách napíšeme na tabuli stejnou barvou. V úloze b) nehrají barvy buněk žádnou roli, naopak jejich vynecháním úlohu zjednodušíme. Možné nápovědy k úloze a): *Zaměřte se na čísla v buňkách se stejnou barvou. Jaký je jejich součet?* Možné nápovědy k úloze b): *Nevšimajte si barev a zaměřte se na vztahy mezi jednotlivými čísly v každém řádku. Jaké matematické operace musíme provést s čísly v jednotlivých sloupcích, abychom získali číslo v posledním sloupci?*

Řešení: a) 30, součet čísel v buňkách stejné barvy je 100; b) 6, číslo v prvním sloupci minus číslo ve druhém plus číslo ve třetím se rovná číslu v posledním sloupci.

Algebrogramy

Algebrogramy jsou matematickými výrazy, ve kterých jsou číslice nahrazeny písmeny, symboly či obrázky. Algebrogramy tvořené písmeny mohou vytvářet celá slova či dokonce věty. Úkolem řešitele je dosadit za písmena či obrázky číslice tak, aby vznikla čísla, pro která matematický výraz dává smysl. Při tomto dosazování platí, že za stejná písmena či obrázky dosazujeme stejné číslice 0–9, za různá písmena či obrázky dosazujeme různé číslice a žádné číslo (kromě nuly) nezačíná číslicí nula.

Úloha 7. Pavel odečetl dvě dvojciferná čísla. Potom přes jednu číslici nakreslil srdce a přes druhou kruh, jak je uvedeno na obrázku 11. Určete součet čísel, které reprezentují zakryté číslice.

$$\heartsuit 3 - 2 \bullet = 25$$

Obr. 11

Komentář: Jedná se o jednoduchý algebrogram, na kterém žáci snadno pochopí, jak algebrogramy fungují, než začnou řešit obtížnější úlohy. Správný výsledek mohou žáci sami ověřit jednoduchou zkouškou. Nejčastější chybou může být to, že žáci odhalí zakrytá čísla, ale zapomenou uvést jejich součet.

Řešení: nepřekrytý příklad je $53 - 28 = 25$ a hledaný součet je $5 + 8 = 13$.

V následující úloze číslo 8 zadáme několik algebrogramů rozdělených dle doporučených ročníků základní školy a podle jejich náročnosti (počet $\otimes$ určuje náročnost úlohy). V tabulce 2 ke každému z nich uvedeme i řešení.

Úloha 8. Nahraďte písmena v algebrogramech číslicemi 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 tak, aby vznikla čísla, pro která dává příklad smysl. Stejná písmena nahraďte stejnými číslicemi, různá různými.

Tab. 2

náročnost		algebrogram	řešení
<i>úlohy pro 6. a 7. ročník</i>			
(★)	a)	$A \cdot A = B + B$	$A = 4, B = 8$
(★)(★)	b)	$STU + ST + S = 260$	$S = 2, T = 3, U = 5$
(★)(★)	c)	$C9 - DC = DD$	$C = 6, D = 3$
<i>úlohy pro 8. a 9. ročník</i>			
(★)(★)	d)	$OKO + OKO = ZRAK$	$O = 8, K = 6,$ $A = 3, R = 7, Z = 1$
(★)(★)	e)	$ \begin{array}{rcccc} O & S & E & L & \\ & S & E & L & \\ & & E & L & \\ & & & L & \\ \hline 1 & 0 & 0 & 3 & 4 \end{array} $	1. řešení: $O = 8, S = 9,$ $E = 7, L = 6$ 2. řešení: $O = 9, S = 4,$ $E = 7, L = 6$
(★)(★)(★)	f)	$ \begin{array}{rcccc} B & O & T & A & \\ & O & T & A & \\ & & T & A & \\ & & & A & \\ \hline B & B & B & B & \end{array} $	1. řešení: $B = 2, O = 0,$ $T = 7, A = 3$ 2. řešení: $B = 8, O = 4,$ $T = 2, A = 7$

Komentář: Algebrogramy můžeme řešit metodou pokus – ověření – korekce (Eisenmann et al., 2015). Častou chybou může být to, že žáci nahradí různá písmena stejnými číslicemi. Ke každému algebrogramu ještě uvedeme několik poznámek:

- Algebrogram je možné převést do slovní podoby: *Součet čísla se sebou samým je roven součinu jiného čísla se sebou samým.* Častou chybou bývá, že za písmena dosadíme: $A = 2, B = 2$. V tomto případě výraz dává smysl, ale různá písmena nejsou nahrazena různými číslicemi.
- Algebrogram je vhodné přepsat pod sebe. Z tohoto zápisu snadno odhalíme, že $S = 2$ a jednoduše určíme i zbylé číslice.

- c) Algebrogram je vhodné přepsat pod sebe a objevit tak snáze jednodušší vztahy, tj. $D + C = 9$, $D + D = C$.
- d) Algebrogram je vhodné přepsat pod sebe a systematicky měnit čísla pod písmeny O a K . Důležité je si uvědomit, že součet dvou O je roven K a zároveň součet dvou K je větší než 9.
- e) Při řešení tohoto algebrogramu je zapotřebí žákům zopakovat, že různá písmena představují různé číslice, úloha svádí k chybnému řešení $L = 1$, $E = 1$, $S = 5$, $O = 9$. Možná náповěda pro žáky: Písmeno L ani E nepředstavují číslo jedna.
- f) Úlohu lze zlehčit tím, že žákům prozradíme číslici, které odpovídá jedno písmeno, např. že $T = 7$.

Úloha 9. Jednotlivé obrázky ve čtvercové síti zastupují různá jednociferná čísla. Číslo na konci každého řádku (sloupce) je součtem daných čísel v příslušném řádku (sloupci). Určete, která čísla zastupují jednotlivé obrázky v tabulce a otazník na konci druhého řádku (viz obr. 12).

(Inspirováno Campbell & Morgan, 2010)

				23
				?
				31
				10
21	15	24	22	

Obr. 12

Komentář: Žákům můžeme při řešení doporučit, aby se nejprve zaměřili na ty části tabulky, kde se vyskytují právě dva různé typy obrázků. V takovém případě jde nejlépe metodou pokus – ověření – korekce (Eisenmann et al., 2015) určit jejich hodnoty na základě uvedeného výsledku v řádku či sloupci. Jejich objevení je nejobtížnější částí.

Řešení: slunce zastupuje 9; mrak zastupuje 4; měsíc zastupuje 1; hvězda zastupuje 5 a otazník zastupuje 18.)

Úloha 10. Na obrázku 13 je algebrogram. Nahradejte písmena různými číslicemi 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 tak, aby všechny uvedené příklady na obrázku dávaly smysl. (Inspirováno Loukota, 1998)

2B	.	CB	=	DED
.		-		-
C2	-	BF	=	FF
D66	+	F2	=	DHE

Obr. 13

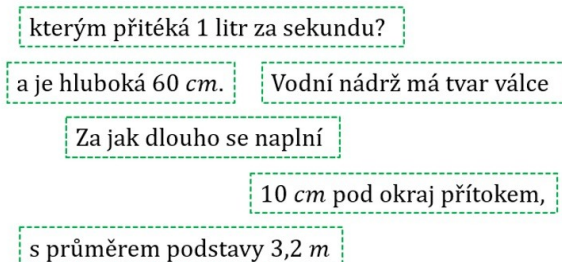
Komentář: Zásadním krokem je objevení místa, od kterého je vhodné začít algebrogram řešit. V tomto případě se jedná o první sloupec, ve kterém je zadáno nejvíce číslic. Po vyřešení této první části je řešení pro žáky, kteří jsou zvyklí řešit algebrogramy, již snadné.

Řešení: $B = 3$, $C = 4$, $D = 9$, $E = 8$, $F = 1$, $H = 7$.

Útržky úloh

Úlohy tohoto typu se mezi úlohami „rekreační“ matematiky nevyskytují. Jsme ale přesvědčeni, že mají svou nezastupitelnou roli nejen při řešení slovních úloh. Základem těchto úloh je libovolná slovní úloha, jejíž text učitel záměrně rozdělí na několik částí. Úkolem řešitele je ze zadaných „útržků“ úlohu sestavit a následně vyřešit. V našem kontextu jde primárně o sestavení úlohy, při kterém musí žák správně rozpoznat předkládané informace, pochopit z nich kontext úlohy a správně je seřadit za sebe. Náročnější modifikací je situace, kdy žák obdrží útržky více úloh najednou. Výhodou je, že tyto úlohy lze využít při výuce libovolného tématu, ve kterém lze řešit slovní úlohy. Útržky úloh je dobré zadávat žákům na vystřižených kartičkách, nebo interaktivně, aby bylo možné s útržky pohybovat.

Úloha 11. Zadání vybrané slovní úlohy jsme rozdělili na šest částí. Tyto části uvádíme na obrázku 14. Z těchto částí správně sestavte původní úlohu a následně ji vyřešte.

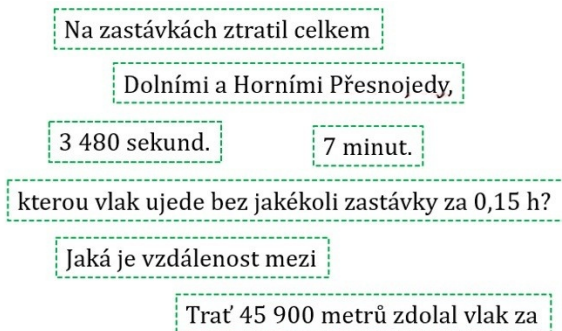


Obr. 14

Komentář: Tato úloha je rozdělena jednodušším způsobem. V podstatě je text jen rozdělen na jednotlivé části, které lze k sobě správně přidělit jen díky pochopení kontextu úlohy.

Řešení: Vodní nádrž má tvar válce s průměrem podstavy 3,2 m a je hluboká 60 cm. Za jak dlouho se naplní 10 cm pod okraj přítokem, kterým přitéká 1 litr za sekundu? Řešení úlohy ponecháme na čtenáři.

Úloha 12. Zadání vybrané slovní úlohy jsme rozdělili na sedm částí. Tyto části uvádíme na obrázku 15. Z těchto částí správně sestavte původní úlohu a následně ji vyřešte.

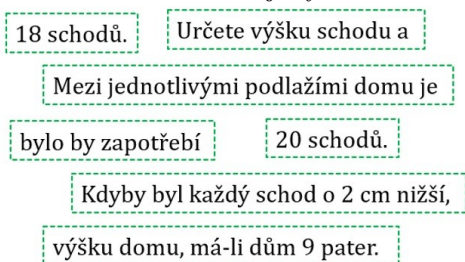


Obr. 15

Komentář: Tato úloha je rozdělena tak, že z kontextu není na první pohled jasné, na jaké místo textu patří každý ze dvou časových údajů. Řešitel si musí uvědomit, že kdyby vlak zdolal trať 45 900 metrů za 7 minut, musel by jet průměrnou rychlostí 393,4 kilometrů za hodinu (maximální povolená rychlost v ČR je 160 kilometrů za hodinu). Druhou možností je nechat každého žáka sestavit úlohu dle sebe a teprve z řešení dojít k rozporu. Při nesprávném sestavení této úlohy dojdeme při určování doby jízdy k zápornému času ($7 - 58$).

Řešení: Trať 45 900 metrů zdolal vlak za 3 480 sekund. Na zastávkách ztratil celkem 7 minut. Jaká je vzdálenost mezi Dolními a Horními Přesnojedy, kterou vlak ujede bez jakékoli zastávky za 0,15 h? Řešení úlohy ponecháme na čtenáři.

Úloha 13. Zadání vybrané slovní úlohy jsme rozdělili na sedm částí. Tyto části uvádíme na obrázku 16. Z těchto částí správně sestavte původní úlohu a následně ji vyřešte.



Obr. 16

Komentář: Tato úloha je opět rozdělena tak, že z kontextu není na první pohled jasné, na jaké místo textu patří každý ze dvou údajů o počtu schodů. Řešitel si musí uvědomit, že podstatná informace je v zadané podmínce: „Kdyby byl každý schod o 2 cm nižší.“ Pokud snížíme výšku schodu, musíme jich mezi jednotlivá patra postavit víc.

Řešení: Mezi jednotlivými podlažími domu je 18 schodů. Kdyby byl každý schod o 2 cm nižší, bylo by zapotřebí 20 schodů. Určete výšku schodu a výšku domu, má-li dům 9 pater. Řešení úlohy ponecháme na čtenáři.

Patří/nepatří

Jedná se o úlohy, ve kterých jsou zadány dvě skupiny slov (objektů). První skupina slov k sobě logicky patří, ale princip sounáležení nemusí být na první pohled zcela zřejmý. Úkolem je vybrat z druhé skupiny slov (objektů) ten prvek, který patří či nepatří do první skupiny. Tento typ úloh lze dobře použít při zdokonalování a zpřesňování matematického pojmosloví, které používají žáci.

Úloha 14. Vyberte, která z nabízených možností (A, B, C, D, E, F) logicky nejlépe patří mezi zadaná slova: PĚTIÚHELNÍK, OBDÉLNÍK, ŠESTIÚHELNÍK, TROJÚHELNÍK.

- | | |
|-------------|------------|
| A. KRUŽNICE | D. ČTVEREC |
| B. PŘÍMKA | E. ÚHEL |
| C. VRCHOL | F. ÚSEČKA |

Úloha 15. Vyberte, které z čísel (A, B, C, D) nepatří mezi ostatní:

121; 144; 169; 196; 256; 289; 324; 441

- | | |
|--------|--------|
| A. 400 | C. 361 |
| B. 225 | D. 525 |

Komentář: Úlohy 14 a 15 patří mezi jednodušší. Řešením úlohy 14 je slovo čtverec, jako jediný n-úhelník. Řešením úlohy 15 je číslo 525, které není druhou mocninou žádného celého čísla.

Úloha 16. Vyberte, které z nabízených možností (A, B, C, D, E, F) logicky nejlépe patří mezi tyto výrazy:

$$y > 3; x \in \langle -1; 5 \rangle; k < -\frac{1}{2}; a \in \mathbb{R}.$$

- | | |
|--------------------|-----------------------|
| A. $\frac{3-x}{2}$ | D. $-1 \leq x \leq 6$ |
| B. $m \neq 0$ | E. $2-5$ |
| C. $-1+x+5$ | F. 64 |

Úloha 17 Vyberte, který z nabízených výrazů (A, B, C, D) logicky nejlépe patří mezi tyto výrazy:

$$\frac{1}{x-2}; \frac{1-x}{6(x-2)}; \frac{2-2x}{4x-8}; \frac{12}{2-x}$$

A. $x-2$	C. $\frac{2x-2}{3-x}$
B. $\frac{1-x}{6(x-3)}$	D. $\frac{3x}{4-2x}$

Komentář: Úlohy 16 a 17 patří mezi náročnější především proto, že se zde vyskytují výrazy. Řešením úlohy 16 jsou možnosti B a D. Hledanou společnou vlastností je skutečnost, že všechny zadané výrazy popisují množinu, ze které danou proměnnou vybíráme. Řešením úlohy 17 je možnost D. Kromě toho, že všechny zadané výrazy jsou lomené výrazy, mají další společnou vlastnost: shodný definiční obor ($x \neq 2$). Podstatným benefitem úloh 14–17 je možnost diskutovat se žáky o řešeních, ti se tak mohou učit věcně argumentovat. Výhodou takové diskuze je i zpětná vazba pro učitele.

Závěr

Cílem tohoto článku je nabídnout úlohy, se kterými se učitelé matematiky během své praxe nemuseli setkat a které žákům poskytují další příležitosti k rozvíjení logického myšlení. Především jsme se zaměřili na rozvíjení schopnosti žáků analyzovat danou situaci ve všech souvislostech a schopnosti vysvětlit proč se něco děje na základě dostupných faktů. Dále jsme chtěli poskytnout žákům další prostor, ve kterém mohou správně využívat matematická odůvodnění tak, aby dosáhli očekávaného závěru, a v neposlední řadě nalézat a využívat efektivní strategii vedoucí k řešení předloženého problému.

V tomto článku jsme popsali druhou ze čtyř kategorií námi vytvořené sbírky úloh (Úlohy založené na objevení a uplatnění vztahů). Popisovanou kategorii jsme reprezentovali sedmnácti vybranými úlohami. Tyto úlohy mají potenciál rozvíjet různé aspek-

ty logického myšlení. Zadání úloh a komentáře, které uvádíme, vycházejí z diplomové práce: Možnosti rozvíjení logického myšlení žáků v hodinách matematiky (Čerychová, 2023). Součástí diplomové práce bylo i pilotní ověřování úloh v praxi. Podrobnější zveřejnění výsledků pilotního testování není předmětem tohoto článku. Podobným způsobem plánujeme zveřejnit i ukázkové úlohy zbývajících dvou kategorií.

Literatura

- [1] Břehovský, J., & Čerychová, J. (2025). Možnosti rozvíjení logického myšlení žáků v hodinách matematiky 1. část. *Učitel matematiky*, 33(1), 1–20.
- [2] Campbell, G., & Morgan, P. (2010). *365 hlavolamů*. Slovart.
- [3] Čerychová, J. (2023). *Možnosti rozvíjení logického myšlení žáků v hodinách matematiky*. [Diplomová práce, Technická univerzita v Liberci]. Theses. <https://theses.cz/id/a18gc1/>
- [4] Eisenmann, P., Novotná, J., Příbyl, J., & Břehovský, J. (2015). The development of a culture of problem solving with secondary students through heuristic strategies. *Mathematics Education Research Journal*, 27(4), 535–562.
- [5] Kopka, J. (1999). *Hrozny problémů ve školské matematice*. UJEP.
- [6] Loukota, J. (1998). *Veselá matematika aneb kouzla, hříčky, hádanky, rébusy, lamohlavy*. Votobia.
- [7] Polya, G. (2004). *How to solve it: a new aspect of mathematical method*. Princeton University Press.

Abstract

In this article, we focus on the second of four categories of logic tasks – tasks based on the application of relationships. This category is represented by seventeen sample tasks, which underwent pilot testing in mathematics lessons. Key insights and suggestions

from this testing are included in brief comments accompanying the individual tasks.

Jiří Břehovský
Katedra matematiky a didaktiky matematiky
Technická univerzita v Liberci
Studentská 1402/2
461 17 Liberec 1
e-mail: jiri.brehovsky@tul.cz

Jana Čerychová
Základní Škola Sobotka
Jičínská 136
507 43 Sobotka