

Matematika v proměnách věků. V

Ivan Saxl; Lucia Ilucová

Historie grafického zobrazování dat

In: Martina Bečvářová (editor); Jindřich Bečvář (editor): Matematika v proměnách věků. V. (Czech). Praha: Matfyzpress, 2007. pp. 97–136.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/400889>

Terms of use:

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

HISTORIE GRAFICKÉHO ZOBRAZOVÁNÍ DAT

IVAN SAXL, LUCIA ILUCOVÁ

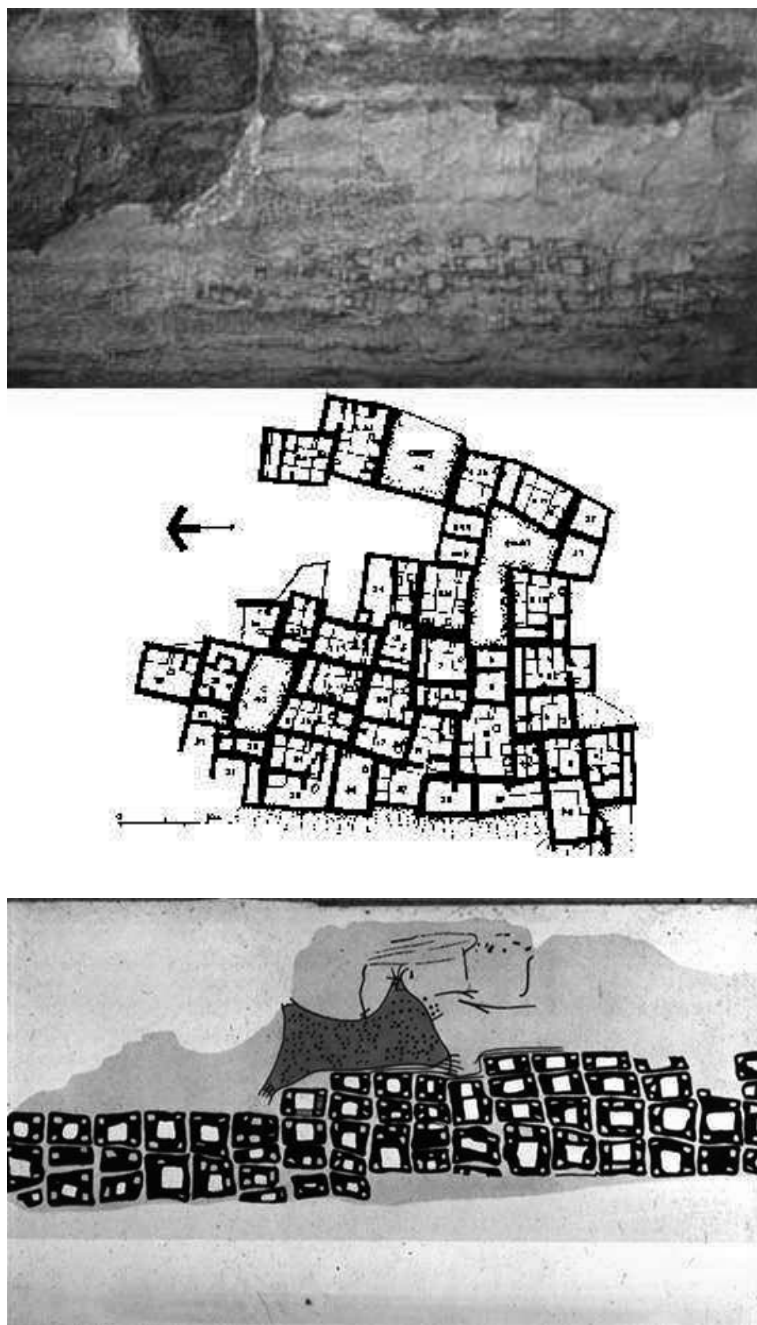
1. Úvod

Grafická reprezentace dat nejrůznějšího druhu se v současné době těší mimořádné pozornosti. Výrazně se na ní podílejí media, především televize a denní tisk. Vedle jejího praktického rozvíjení počítačovými programy probíhá také podrobné studium její minulosti. Vede k překvapivému zjištění, že s výjimkou nejstarší oblasti – kartografie, došlo k podstatnému rozvinutí grafických metod až v XIX. století a že po dlouhou dobu byly přijímány se značnou nedůvěrou. Dnes lze na internetu nalézt skoro každý významnější graf z minulosti a existuje řada adres obsahujících detailní chronologické přehledy umožňující prohlédnutí a obvykle i stažení stovek komentovaných grafů včetně popisu okolností jejich vzniku a životopisných medailonů jejich autorů. Na požadavek *data visualization* poskytne vyhledávač Google přes půl druhého miliónu odkazů, další statisíce produkují hesla *graphical statistics*, *statistical graphs* atd. Některé nejdůležitější a nejrozsáhlejší internetové stránky uvádějí odkazy [1 – 5]. Vyšla rovněž řada přehledových článků, např. [6, 14, 16, 21] i úžeji specializovaných prací a knih [7, 10, 11, 18, 30]. Zejména o dějinách kartografie vycházejí reprezentativní díla, především je třeba zmínit plánovaný mnohadílný soubor jako výsledek projektu *History of cartography* (dosud vyšly 4 svazky), podrobně na <http://www.maphistory.info/>, i přehledná popularizující díla (např. [8]).

Tento příspěvek má charakter základní přehledné informace o osmitisícileté historii grafické reprezentace dat. V ní ovšem kartografie zabírá téměř celou dobu a musí být s ohledem na omezený rozsah příspěvku pojednána dosti stručně. Hlavní pozornost je věnována datům statistického charakteru především společensko-vědního typu a vývoji jejich zobrazování v XVII. až XIX. století¹.

Proč graficky zobrazovat statistická data? W. S. Jevons komentuje své časové diagramy, v nichž sleduje změny cen základních i méně běžných produktů v závislosti na „komerčních bouřích“ typu objevení australského zlata v roce 1849 takto [9]: „Jejich smyslem není ani odkaz ke konkrétním číslům, která lze lépe zjistit z odpovídajících tabulek, jako předvést očím obecné výsledky vyplývající z velkého množství čísel, jež nemohou být zachyceny jinak než graficky. Mé diagramy ukazují i ty nejmenší detaily tabulek, ale předčí i výpočty středních hodnot, protože oko či mysl samy zaznamenají obecný trend číselných souborů. Pouze tato reprezentace může být základem politicko-ekonomických debat a přesto většina statistických zdůvodnění závisí na pár číslech více či méně náhodně vybraných.“

¹ Příspěvek vychází z již publikované práce [23] a zahrnuje podstatné části z [22]. Rozšíření je především o kapitolu věnovanou kartografii, jež do obou těchto prací byla zahrnuta jen okrajově.



Obr. 1: Freska nalezená v Catal Hüyük, rekonstrukce jejího detailu a její podstatné části (6 200 ± 100 př. Kr.).

Samotné slovo *graf* je poměrně nové (objevilo se až koncem XIX. století), předtím se pro grafickou prezentaci dat převážně používalo slov *mapa* a *diagram*.

Soustavnými odkazy na výše zmíněné prameny by se příspěvek stal málo přehledným a proto jsou zmiňovány jen výjimečně ve zcela konkrétních případech; obrazová část byla získána vesměs z výše uvedených internetových zdrojů [1 – 5] a z internetové prezentace Hankinsova článku [16].

2. Kartografie

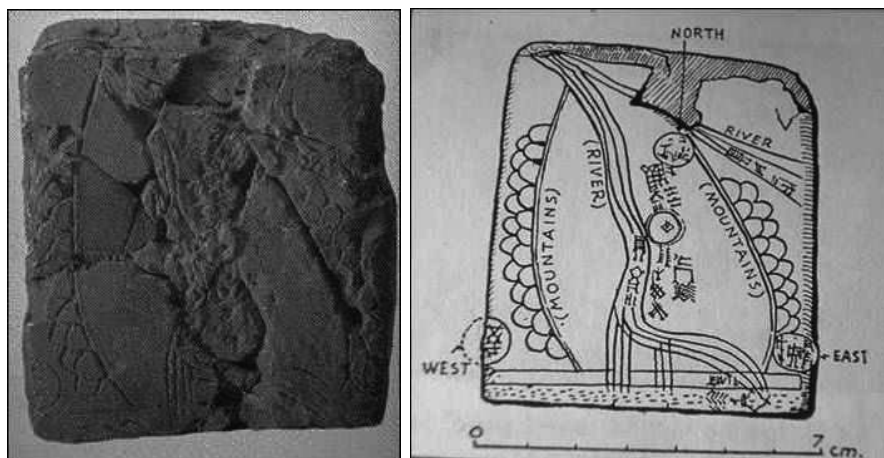
Pozemské oblasti a výřezy hvězdné oblohy jsou nejstarším objektem grafického zobrazování. Jak upozorňuje Black [8], má ovšem pojem mapy v lidské historii význam poněkud širší než odpovídá současnému pojetí. Kromě zobrazování zeměpisných dat byly jimi vyjadřovány také ideje, náboženské či kosmologické, a rovněž lidské aktivity v zobrazených oblastech. Definici mapy jako obrazu pozemské či vesmírné reality lze tedy přijmout pouze v rámci současnosti převzatých tradic. Specifickým případem jsou idealizované mapy ve formě grafů zachycující jen některou stránku reality, například porovnávají rozlohu států v unifikovaném tvaru (viz obr. 27). Vybrané ukázky map s obecnější koncepcí jsou rovněž v dalším textu uvedeny.

Na počátku dlouhé historie kartografie donedávna stály babylonské hliněné destičky z doby kolem 2000 až 3000 let př. Kr. Před čtyřiceti lety však došlo k výraznému posunu této časové hranice, když James Mellart objevil (roku 1963) při vykopávkách na anatolské pláni Konya, asi 300 km jižně od Ankary, fresku s plánem města Catal Hüyük a jeho pozadím. Freska (obráz. 1) je skoro 3 m dlouhá a jsou na ní půdorysy plástově položených domů, do nichž se vstupovalo shora. Za plánem města je nakreslena místní sopka Hasan Dag. Radiouhlíkové datování fresky je 6200 ± 100 let př. Kr., datování založené na letokruzích dává stáří téměř o tisíc let vyšší.

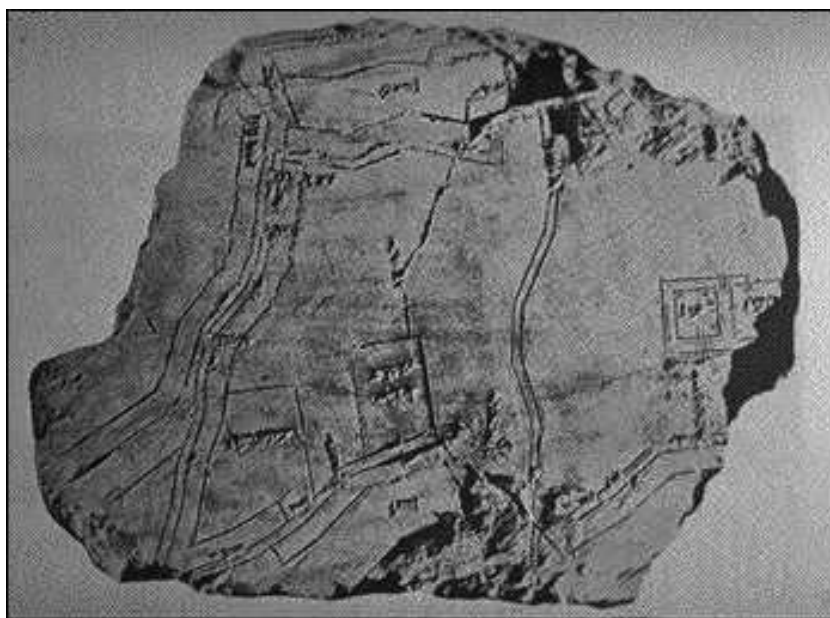
Před nálezem fresky byla za nejstarší kartografický nález považována hliněná destička vykopaná ve zničeném městě Ga-Sur (asi 300 km severně od Babylonu), jejíž stáří se klade do poloviny třetího tisíciletí př. Kr., podle jiných odhadů do počátku tisíciletí čtvrtého – obr. 2. Jsou na ní dvě hory oddělené vodním tokem vlévajícím se do jiné řeky nebo kanálu. Místo, k němuž se mapa vztahuje, nebylo dosud určeno.

První plán města patrně zakreslený v měřítku je na hliněné destičce datované do let kolem 1500 př. Kr., zobrazující sumerské náboženské centrum Nippur s hradbami, řekou Eufrat, parkem a půdorysem chrámu nejvyššího boha Enlila (uprostřed vpravo) – obr. 3.

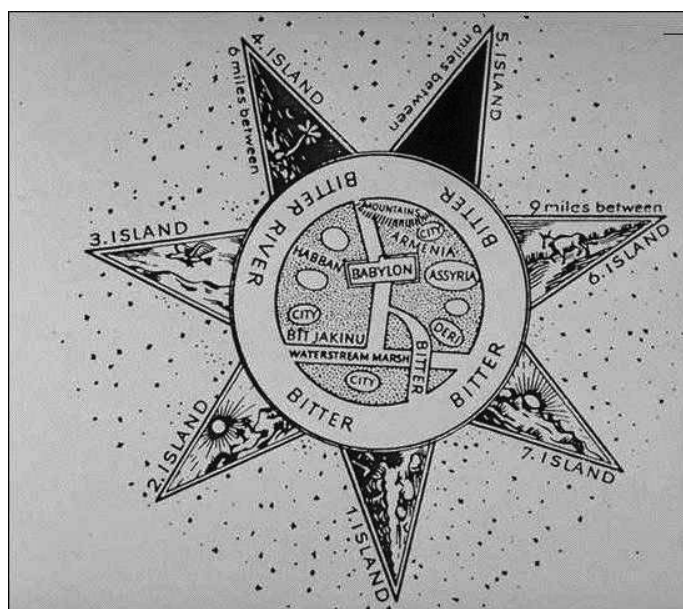
Třetím příkladem babylonské kartografie je destička z V. až VI. století př. Kr. se symbolickým znázorněním celého světa – obr. 4. Destička je doplněna textem, babylonská říše je téměř uprostřed, zakreslena jsou některá města a ze zemí Armenie a Asyrie. Kruhová Země je obklopena zemským oceánem (Bitter River), za nímž leží sedm ostrovů znázorněných trojúhelníky, na nichž měla žít bájeslovná zvířata a dít se podivné věci: na jednom z nich bylo světlo jasnější než hvězdné i sluneční, na jiném naopak vládla naprostá tma, na dalším rohatý býk napadal všechny příchozí.



Obr. 2: Hliněná tabulka z Ga-Sur a její rekonstrukce (kolem 2 500 př. Kr.).



Obr. 3: Hliněná tabulka s plánem města Nippur (kolem 1 500 př. Kr.).



Obr. 4: Babylonská hliněná destička s mapou světa a její rekonstrukce (V. až VI. století př. Kr.).

Z počátků egyptské kartografie se dochoval turinský papyrus, pocházející patrně z doby 3100 př. Kr., mapa na něm je datována do doby kolem roku 1150 př. Kr. Je nejvýznamější egyptskou kartografickou památkou a jedná se patrně o geologickou mapu. V jejích dvou částech jsou vyznačeny jednak hory s nalezišti zlata (obr. 5), jednak oblast s výskytem krystalické břidlice (na několika fragmentech navazujících na hlavní část). Přesné umístění zobrazeného místa není známo, název památky je podle místa uložení v turinském muzeu; nalezena byla v roce 1824.

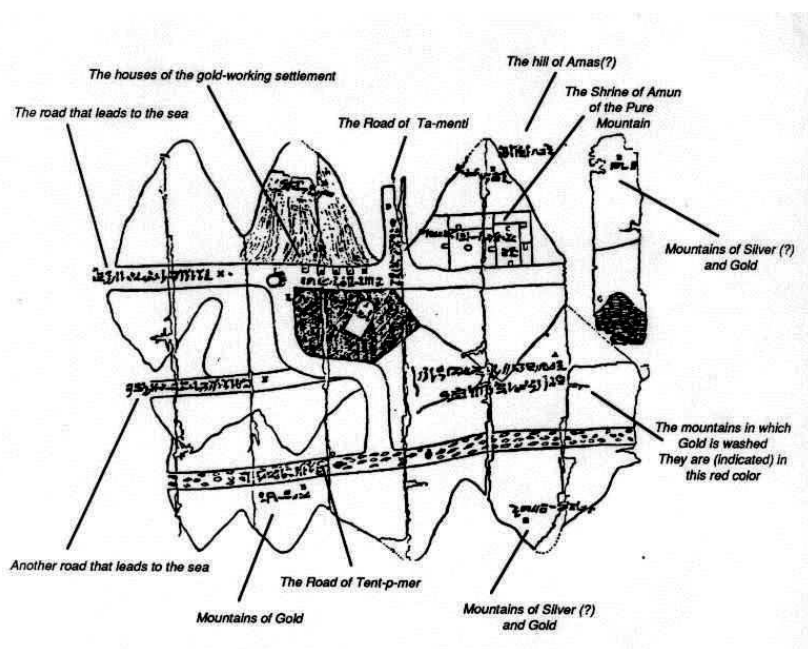
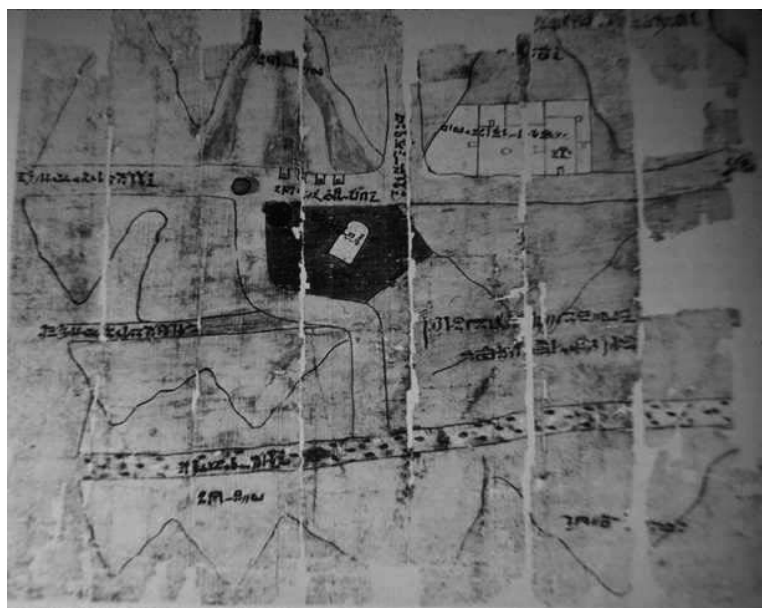
Z literárních pramenů je zřejmé, že kartografie byla silně rozvinutá i ve starověké Číně, dochovaných památek je však málo. Podle Blacka [8] byla nedávno nalezena první známá čínská mapa z doby kolem 2000 př. Kr. na vnější straně nádoby na vaření. K výraznému rozvoji čínské kartografie došlo za dynastie Chan (II. století př. Kr. až IX. století po Kr.), ve XIII. století se objevily také čínské námořní mapy. Rané indické mapování bylo silně ovlivněno náboženskými idejemi a převažují v něm astronomické nákresy a mytologické obrazy (např. znázornění světa jako lotosového květu). Vliv dálně východních map na evropskou kartografii však byl zřejmě minimální a nebude jim vzhledem k omezenému rozsahu příspěvku dále věnována pozornost.

Na počátku řecké kartografie stojí Homérův popis Hefaistem ukutého Achillova štítu (Illias, 18. zpěv). Za něj si básník Illiady vysloužil titul otec geografie. Štít znázorňuje celý kosmos s plochou kruhovou Zemí se dvěma městy, horami a oceánem, na níž probíhá celá řada příběhů. Nad ní se klene hvězdné nebe s Orionem, Plejádami a Velkou medvědicí (zvanou též Vůz) jako hlavními souhvězdími a také se Sluncem a Měsícem v úplňku. Podle Homérova popisu byly následně konstruovány modely a mapy.

Autorem první řecké mapy světa je údajně Anaximandros z Milétu². Mapa se nedochovala, byla později rekonstruována patrně podle popisu uspořádání známého světa ve druhé knize Hérodotových dějin. Ten se opírá také o mapu Hekataiovu (asi 550–480 př. Kr.), který ve své *Περὶ γειγασίς* [Cesta kolem světa] podává zeměpis zemí kolem Středoziemního moře. Autorem patrně prvního pokusu o skutečnou mapu světa je Eratosthenés z Kyrény³. Žádné z jeho děl se nedochovalo, za řadu informací o něm vděčíme historikovi a zeměpisci Strabónovi (asi 64 př. Kr. – asi 21 po Kr.). Eratosthenés vycházel z tehdejší představy dokonale kulové Země a jako první rozdělil její povrch na oblasti nestejně velikosti analogické dělení našimi poledníky a rovnoběžkami. Především však provedl na svou dobu nikoliv první, zato však velmi přesný odhad průměru Země. Založil jej na měření délky stínu vrženého sloupem slunečních hodin ve dvou dostatečně vzdálených místech ležících na stejném poledníku (jednalo se o Alexandrii a Assuán vzdálené přibližně o 330 km). Přes různé nepřesnosti (města neleží přesně na stejném poledníku) byl Eratosthenův odhad délky rovníku přibližně 45 000 km, tj. vychýlený pouze o 11%. Mapa

² Anaximandros z Milétu (610 – po 546 př. Kr.), řecký filosof, údajně (podle Eratosthena) tvůrce řecké geografie.

³ Eratosthenés z Kyrény (275–195 př. Kr.), všestranný řecký vědec, etik a básník, především geograf. Jeho odhad obvodu Země 44 730 km je velmi blízký skutečnosti.



Obr. 5: Turinský papyrus a jeho rekonstrukce (1150 př. Kr.).

samozřejmě obsahuje řadu chyb v důsledku nedostatečných vědomostí Řeků o vzdálených zemích; nejnápadnější je propojení Kaspického moře se Severním oceánem [Oceanus Septentrimetis], který je posunut silně k jihu, přehnaná velikost Srí Lanky a malý rozměr Asie, jejíž délka je v mapě srovnatelná s délkou Středozemního moře, ačkoliv je ve skutečnosti trojnásobná. Paradoxně však přesnější Eratosthenovo dílo zdaleka nedosáhlo popularity pozdější a podstatně nepřesnější mapy Ptolemaiovy. Přehled vybraných řeckých kartografických koncepcí světa podává obr. 6.

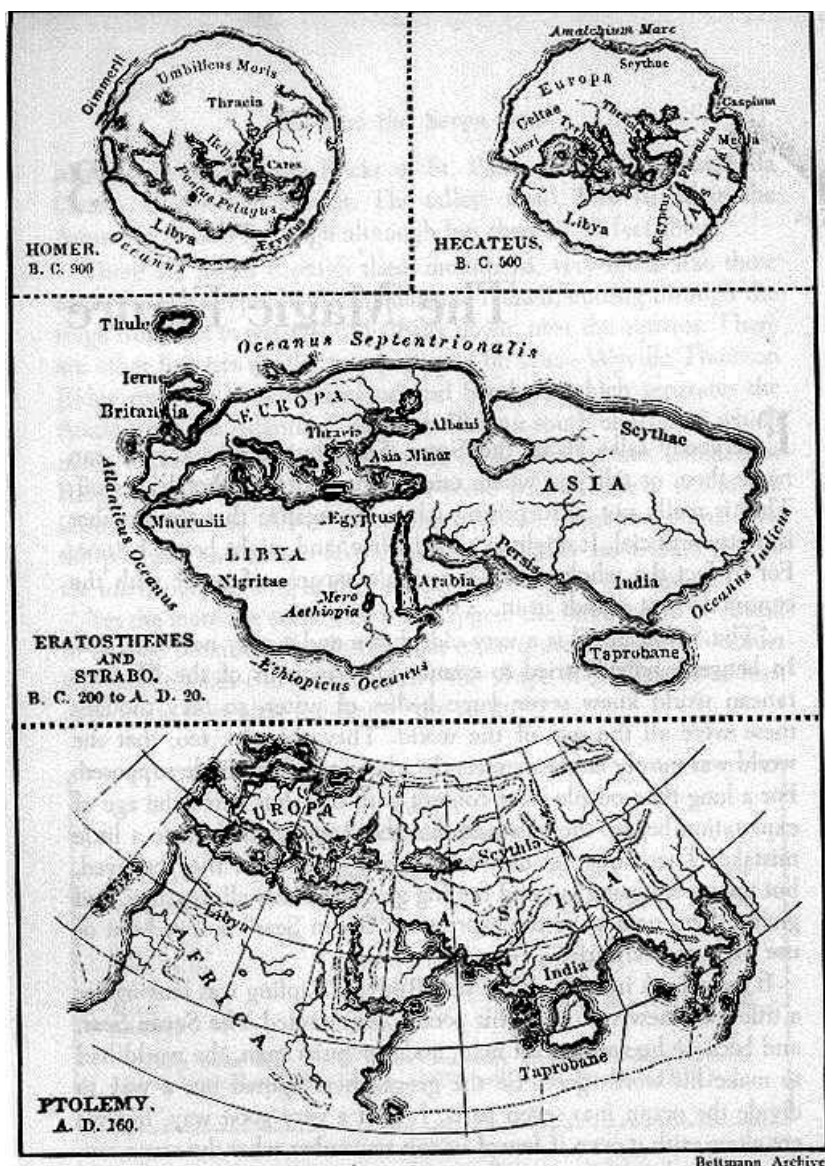
Pozoruhodným kartografickým dílem je práce neznámého autora nazývaná mapa Peutingerova⁴ z I. století po Kr. Schématicky znázorňuje silnice římského impéria od jihovýchodu Anglie po Srí Lanku; silnice jsou červené a jejich celková délka je 104 000 km, moře je zakresleno zeleně. Dochovala se jen kopie z roku 1265, je 6.75 m dlouhá a 34 cm široká. Původní mapa byla v následujících stoletích po jejím vzniku různě doplňována (obr. 7).

Žádný originální rukopis díla Klaudia Ptolemaia⁵ *Γεωγραφικὴ Συνταξις* se nedochoval, existují pouze byzantské kopie zhruba z XI. století; není ovšem známo, do jaké míry se tyto kopie shodují s mapami původními. Knihy II až VI a část knihy VII obsahují 8 000 obydlených lokalit zakreslených na 26 mapách. Ptolemaiovi údajně vděčíme za zavedení poledníků a rovnoběžek, které jsou v mapách zakresleny a v seznamech obcí udány. Zásadním nedostatkem Ptolemaiových map a údajů je, že nepřijal Eratosthenův odhad obvodu rovníku a přiklonil se k odhadu Posidonia (135–50 př. Kr.) nižšímu o 30%. Evropa s Asií pak zabírají více než polovinu zeměkoule (místo správných 130°). Bezprostředním důsledkem této chyby byla Kolumbem předpokládaná blízkost Indie. Ptolemaiovo dílo bylo patrně známo arabským zeměpisčům, v Konstantinopoli jej znovuobjevil Maximus Planudes (1260–1330), který je přeložil do latiny⁶. Od XV. století vycházela *Geographia* v Evropě tiskem a mapy byly soustavně doplňovány a vylepšovány; do roku 1730 se objevilo více než 50 vydání.

⁴ Konrad Peutinger (1465–1547), městský písař v Augsburgu, rádce císaře Maximiliana II., humanista a sběratel. Středověkou kopii mapy získal jako dědictví po císařském knihovníku a svém příteli Konradu Bickelovi, který ji údajně našel „kdesi v nějaké knihovně“. Mapu vydal starosta Augsburgu Marcus Welser v Antverpách roku 1591. Pozoruhodná mapa je ve čtrnácti částech detailně prezentována na internetové adrese http://www.fh-augsburg.de/~harsch/Chronologia/Lspost03/Tabula/tab_pe14.html.

⁵ Klaudios Ptolemaios (100 – asi 178), autor souborného díla o matematice, známého z arabského překladu z IX. stol. pod jménem *Almagest*. Základní kartografické dílo je osmismazkový *Zeměpisný úvod*, obvykle citovaný jako *Geographia*, další jeho díla jsou věnována hudbě a optice.

⁶ Patrně existoval arabský překlad od Thabita z IX. století, zachoval se překlad pořízený po dobytí Konstantinopole na rozkaz Mehmeda II. První kompletní překlad do angličtiny, údajně velmi přesný, vyšel až v roce 1991.



Obr. 6: Řecké mapy světa v podání různých autorů.

V několika stoletích následujících po rozpadu říše římské byla evropská kartografie v hlubokém úpadku. Dobře to dokumentuje merovejská mapa na obr. 8b, která patří přes řadu hrubých chyb (Černé moře spojeno se Severním, kosočtverečný tvar Sicílie, chybné polohy ostrovů ve Středozezemním moři, naprosto schématické znázornění pobřeží atd.) k těm lepším. Velké popularitě se těšila „ideologická“ mapa⁷ Isidora ze Sevilly (obr. 8a); byla různě upravována a překreslována do knih, ačkoliv byla pouze triviální ilustrací představy, že půlku světa majícího tvar kola zabírá Asie a zbývající dvě čtvrtiny Evropa s Afrikou. Příkladem arabské kartografie je mapa, kterou vytvořil roku 1154 al-Idrisi (1099–1166) pro sicilského krále Rogera II – obr. 9. Byla vyryta do stříbrné desky o rozměrech 12×5 stop, jež však byla již v roce 1160 při nepokojích zničena. Předtím však byla vydána v rozsáhlé knize nazvané *Potěšení pro toho, kdo chce cestovat* považované za vrcholné dílo arabské kartografie.

V pozdějších stoletích byly hlavním předmětem kartografie námořní mapy, upřesňující především detailně tvar pobřeží na základě lodních cest uskutečňovaných převážně ve Středozezemním a Černém moři. Za zmínku stojí mallorská kartografická škola a její čelný představitel Abraham Cresques⁸, z jehož díla je mapa na obr. 10.

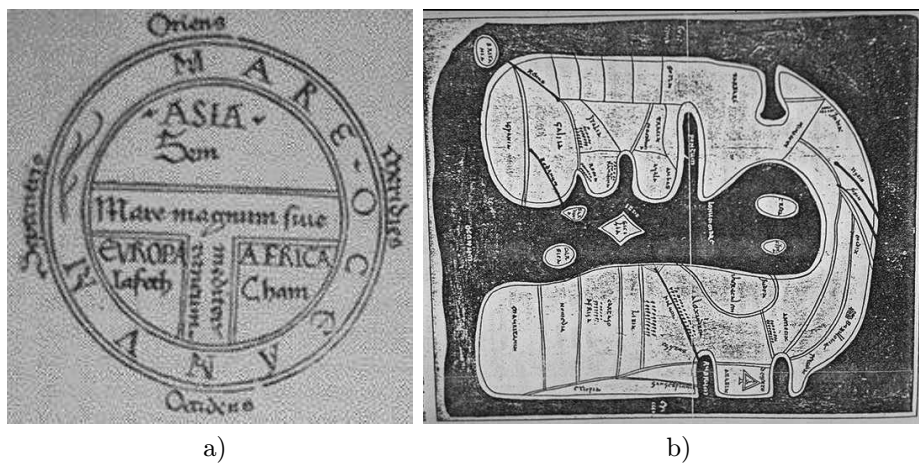
Alespoň stručnou zmínku zasluhuje vliv objevení Ameriky a španělské i portugalské západní expanze na evropskou kartografii. Došlo nejen k doplnění dosavadních map světa o nový světadíl a podstatnému zvětšení vzdálenosti mezi Evropou a Asií v západním směru, ale i k obohacení map o rozličné symboly. Aztécké mapy totiž obsahovaly také údaje o sociální struktuře lokalit a symbolicky znázorněnou jejich historii (viz internetová stránka <http://www.lib.utexas.edu/benson/rg/rg1.html>). Po dobytí aztécké říše se objevuje řada map kombinujících evropské i domorodé americké přístupy. Podrobnější a snadno dostupná informace o této problematice je v [8].

Podstatný krok v kartografii učinil až G. Mercator⁹ zavedením universální projekce po něm dodnes nazývané. Při ní je povrch zeměkoule promítán z jejího středu na válcovou plochu dotýkající se jí v rovníku; mapa vznikne rozvinutím válcové plochy (obr. 12). Při použití této projekce jsou poledníky navzájem stejně vzdálené úsečky a rovnoběžky jsou rovněž úsečky, jejichž vzdálenost klesá směrem k pólům. Mercator si také uvědomil nesprávnost předpokladu, že loď udržující konstantní kurs se bude pohybovat přímým směrem. Ve skutečnosti sleduje křivku zvanou loxodroma, která se v jeho projekci zobrazí jako úsečka protínající všechny poledníky pod stejným úhlem. Na svých mapách Mercator používal i celou řadu dalších projekcí (obr. 11).

⁷ Podobné mapy byly klasifikovány jako typ T. Představu o rozdělení světa na tři stejné části zachycovaly analogické mapy typu Y.

⁸ Abraham Cresques (1326?–1387), kartograf, podílel se na díle *Katalánský atlas*, objednaném králem Janem Aragonským jako dar pro francouzského krále Karla V. Atlas obsahuje i text věnovaný astronomii, astrologii a také praktickým radám pro námořníky.

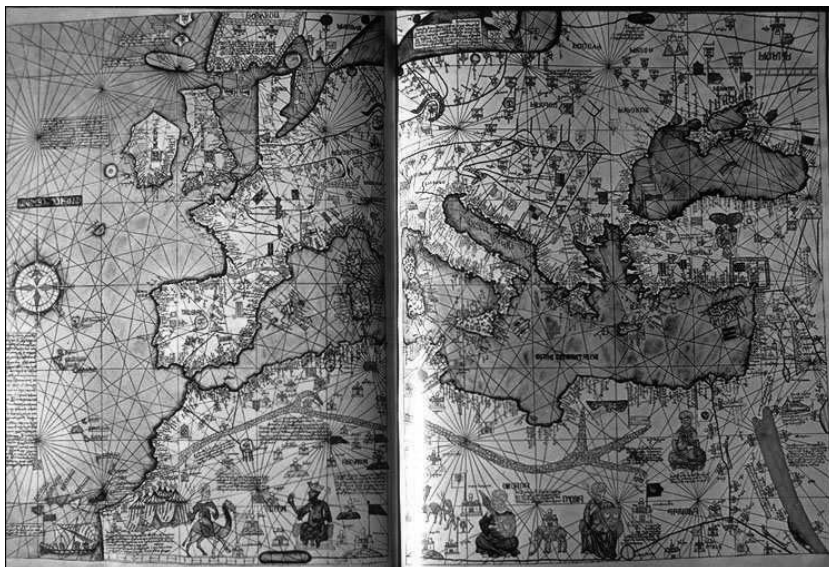
⁹ Gerardus Mercator (1512–1594), nizozemský geograf, matematik a kartograf, vlastním jménem Gerhard Kremer. Za svého života vytvořil ohromnou kolekci map založenou na jeho způsobu projekce zemského povrchu. Mercatorovy mapy vydávala i po jeho smrti početná rodina.



Obr. 8: a) Mapa Isidora ze Seville (původně ze VII. století, tato tištěná forma je z roku 1472),
 b) merovejská mapa z Alibi (země kolem Středozemního moře, v původní orientaci je sever vlevo) z doby kolem roku 750.



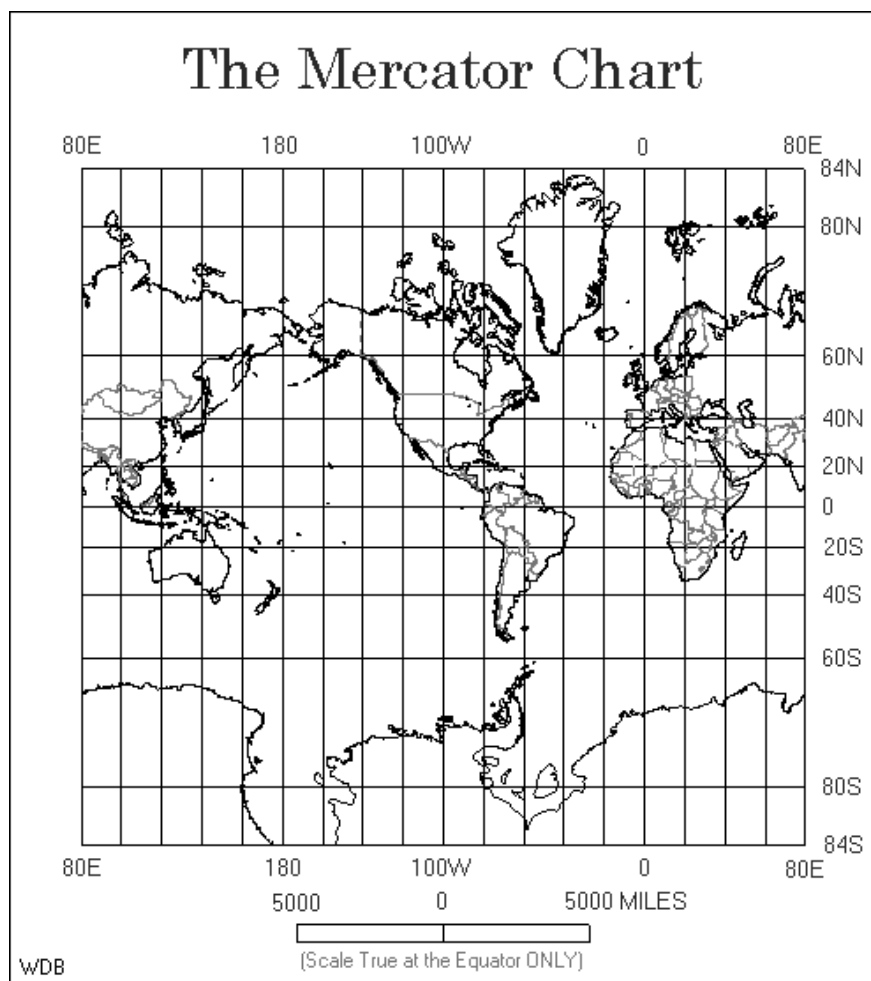
Obr. 9: Mapa světa od al-Idrisi z XII. století (jih byl původně nahoře, dobře patrná je delta Nilu a Arabský poloostrov uprostřed).



Obr. 10: Oblast kolem Středozemního moře na mapě Abrahama Cresquese z Katalánského atlasu (1375).



Obr. 11: Mercatorova mapa okolí severního pólu (1583).



Obr. 12: Mapa světa v Mercatorově projekci.

3. Tématická kartografie

Dalším vývojovým momentem kartografie je zakreslování doplňujících charakteristik do map. Roku 1701 publikuje E. Halley¹⁰ mapu Atlantického oceánu se zakreslenými isogonálními spojujícími místa se stejnou magnetickou deklinací (obr. 13). Tím začíná obor *tématické kartografie* (používá se též název *kvantitativní fraktografie*), v níž jsou do map vedle územního členění zanášena data vztahující se k obyvatelstvu, obchodu a hospodářství, dopravě i k historickým událostem. Mapou isogonál Halley značně předběhl svou dobu, protože skutečný rozmach tématické kartografie nastává až v XIX. století. Podobně jako statistická grafika (viz odst. 3.1) se zpočátku setkává s obecnou nedůvěrou. První příčinou bylo, že zobrazovaná data měla často statistický charakter. Podle představ tehdy ještě klasické německé školy¹¹ měla být *universitní statistika*, tj. věda o státech, převážně kvalitativní (na rozdíl od *státní statistiky* shromažďující údaje bez následné interpretace). Tématická kartografie byla proto považována za nevědeckou. Druhá námitka spočívala v grafické reprezentaci čísel, jež byla považována za pouhou intelektuální hru.

Francouzskému námořnímu inženýrovi P. Ch. F. Dupinovi¹² vděčí kartografie za zavedení map, na nichž je nějaká číselná charakteristika oblasti znázorněna barvou či stupněm šedi (nejběžnějším příkladem jsou mapy světadílů s barevně rozlišenými státy). Charakteristikou je obvykle nějaká statistická veličina, jako úmrtnost, vzdělanost či průmyslová úroveň, rozšíření choroby, kriminalita atd. Zpočátku se tato metoda nazývala po svém objeviteli (Dupinova metoda), ve třicátých letech minulého století pro ni americký geograf J. K. Wright zavedl termín choroplétická [*choropleth*] metoda či mapa. Na obr. 14 je původní verze mapy z roku 1819 a její zpřesněná varianta z roku 1826 s obráceným využitím stupňů šedi. Teprve ta vzbudila velkou pozornost a užitečnost grafické kartografie byla odbornou veřejností okamžitě oceněna. Před publikací této mapy málokoho napadlo, že v zemi existuje poměrně ostrá hranice mezi severovýchodní souvislou „osvícenou“ oblastí a zbytkem země a že její existenci lze názorně demonstrovat. Bylo tak prokázáno, že grafická kartografie je schopna odhalovat souvislosti, které z tabulek nejsou patrné. Téměř vzápětí publikuje A.-M. Guerry¹³ komparativní studii vzdělanosti a kriminality, v níž

¹⁰ Edmond Halley (1656–1742), přední anglický fyzik a astronom (jako první předpokládal, že dráhy komet jsou eliptické a správně předpověděl, že kometa, pozorovaná v roce 1682 a později po něm pojmenovaná, se vrátí v roce 1758), ve vědeckých kruzích vzácného charakteru. Výrazně se zasloužil o publikování Newtonových *Principia mathematica*. Posledních 22 let svého života byl královským astronomem se sídlem na hvězdárně v Greenwichi, kde také zemřel.

¹¹ Významnými představiteli byli např. Georg Achenwall (1719–1772), nazývaný „otec statistiky“, a August Ludwig von Schlözer (1735–1809), oba profesori na universitě v Göttingen.

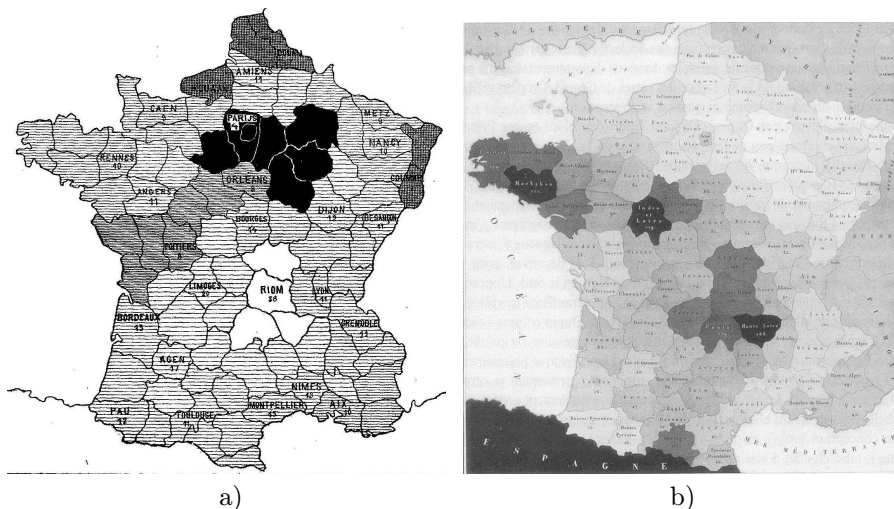
¹² Pierre Charles François Dupin (1784–1873), původním povoláním námořní inženýr, posléze též matematik a ekonom, žák Mongeův, autor různých pamfletů s vědeckou tematikou. V práci *Carte de la France éclairée et de la France obscure* (1819) jako první použil různých barev k zakreslení úrovně vzdělání v různých regionech, jejichž hranice neodpovídají administrativnímu členění země, ale zvolené stupnici hodnot.

¹³ André-Michel Guerry (1802–1866), francouzský právník, autor práce *Essai sur la Statistique Morale de la France* (1833), v níž konstatuje, že ve své studii nenašel žádný faktor



Obr. 13: Halleyova mapa isogonál v Atlantickém oceánu (1701).

zvyšující počet sebevražd tak výrazně, jako je blízkost Paříže a také, že četnost zločinů proti majetku a životu je nejvyšší v místech s vyšším vzděláním. Další jeho práce z roku 1863 je *Statistique Morale de l'Angleterre comparée avec la statistique morale de la France*. Práce jsou dodnes diskutovány a také zpochybňovány, ve své době však vyvolaly značnou pozornost.



Obr. 14: Dupinovy mapy úrovně vzdělanosti ve Francii:

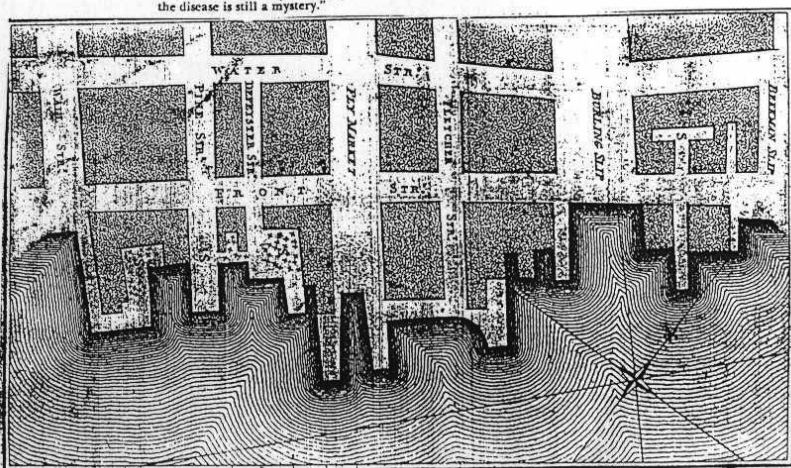
- a) první z roku 1819; temná místa označují oblasti s vysokou úrovní,
 b) v provedení z roku 1826 tomu bylo naopak a ujal se název
 mapa Francie osvětlené a temné.

Yellow fever in New York, 1797. (*Med. Reposit.*, 1798, 1, opp. 317; cf. n. 30).

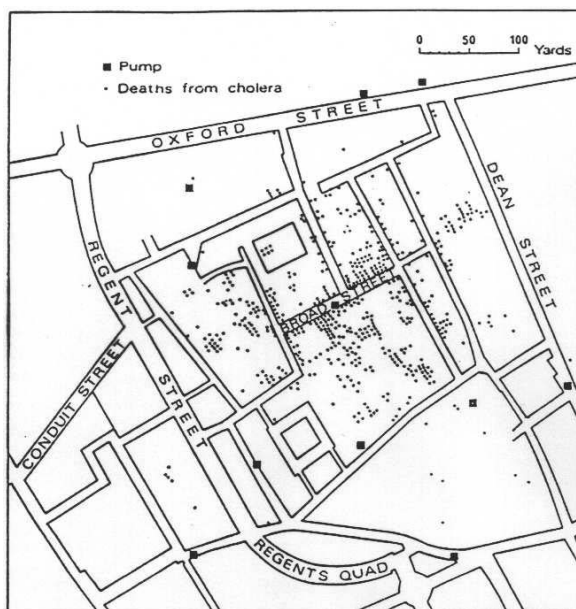
"The south-eastern end of Pine-street, (5 on plate 11.) lies considerably lower than the dock which is continued from it; so that it there keeps a constant puddle of stagnant filthy water and mud. . . . The slips (55) on each side of this central spot, have been left, during the summer, to be fortuitously filled up by the free contributions of the neighbourhood. . . . But beside all this, the spaces . . . marked 5 with crosses, particularly that to the north-eastward of the dock, has [sic], from its being open and so contiguous to the Market, become the common convenience to a multitude of people. . . ."

Cases of yellow fever were too numerous "to get an accurate history of them all." This and "the want of proper marks to identify it where it is slight" led Seaman to note only the fatal cases. Ten cases, listed by name, "appear to have originated in East George-street," all but two residing "within the small compass of seventeen houses, in the lower part of the street." Three more cases are listed in Chestnut, Roosevelt, and Water Streets respectively.

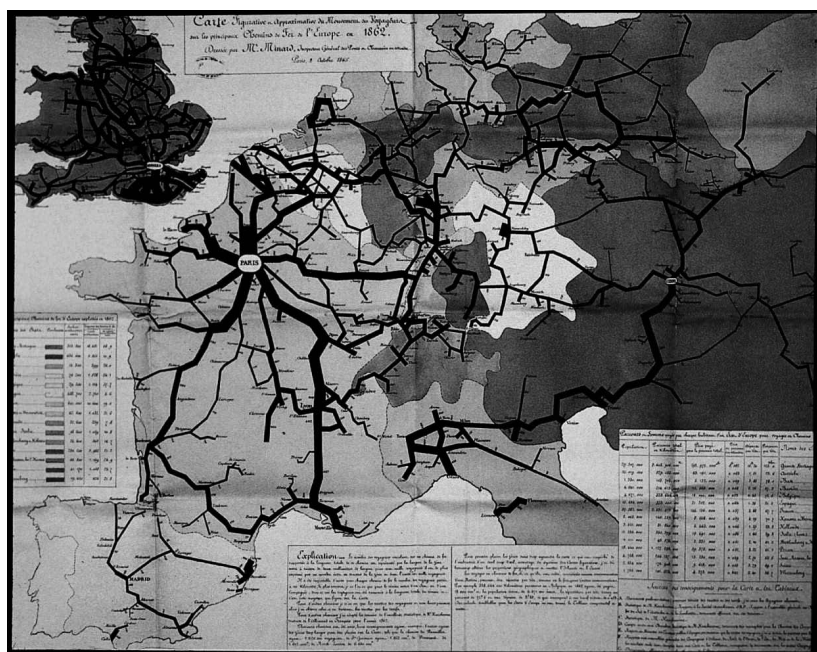
Then follow the cases numbered on the map: 1 Kelly / 2 Wiggins / 3 Van Deventer / 4 Hitchcock / 5 Hamilton / 6 Comstock / 7 Rogers / 8 Beers. One more case (Nowatt) "resided in a healthy, cleanly part of the town: and how or where he could have taken the disease is still a mystery."



Obr. 15: Seamanova mapa výskytu žluté horečky v New Yorku (1795).



Obr. 16: Snowův plán Londýna v době cholerové epidemie (1854).



Obr. 17: Minardova mapa znázorňující železniční dopravu mezi důležitými městy Evropy (1862).

obě společenské charakteristiky srovnává pomocí choroplétických map. V Anglii publikuje J. Fletcher¹⁴ v roce 1844 mapu analfabetizmu *Distribution of ignorance in England*, založenou na průzkumu matrik, totiž sňatků analfabetů se značkami místo podpisů. Grafické mapy tak zachycovaly nejrozličnější sociální aspekty života; mezi kuriozity patří např. mapa sledující počet prostitutek přicházejících do Paříže z různých krajů v letech 1816 až 1831, publikovaná roku 1836 A. Parent-Duchampem. Je snadno pochopitelné, že z „osvícené“ Francie byl příchozích menší počet.

Jedním z mezníků tématické kartografie je první rozsáhlá mapa geologických vrstev. Vyšla v Londýně roku 1815 a jejím autorem byl geolog William Smith¹⁵. Jednotlivé vrstvy jsou znázorněny výrazně různými barvami, rozměr mapy je téměř 3×2 m (byla vydána na 15 listech) a je možné si ji detailně prohlédnout na internetu [24].

Významnou aplikací map je sledování lokální intenzity infekčních onemocnění [15]. Zde má primát americký lékař V. Seaman¹⁶ se svou mapou výskytu onemocnění při epidemii žluté horečky v New Yorku roku 1795 (obr. 15). Ve Francii i Anglii první poloviny XIX. století měl řadu následovníků. Patrně nejslavnějším podobným kartogramem je plán Londýna vytvořený J. Snowem¹⁷ v roce 1854 za účelem objasnění příčiny cholery epidemie (obr. 16). Zakreslením poloh studní a bydlíšť nemocných se podařilo lokalizovat nakaženou studnu a zjistit způsob šíření nákazy, který do té doby nebyl bezpečně znám. Za zmínku stojí i zmapování onemocnění kýlou, tj. neinfekční chorobou, ve Francii (J. F. Malgaigne, 1840 – viz [18]). Překvapivě vysoký počet je lokalizován ve střední části země.

V souvislosti s rozvojem dopravy a stavbou silnic a železnic se kartografie začala zabývat vytížeností cest, počtem přepravovaných osob, množstvím dopraveného zboží atd. Mimořádných výsledků dosahoval Ch. J. Minard¹⁸, z jehož dílny je graf železniční dopravy v Evropě – obr. 17. Nepřekonaným

¹⁴ Joseph Fletcher (? – ?), královský školní inspektor a autor práce *Moral and educational statistics of England and Wales*, v níž analyzuje nejrozličnější faktory ovlivňující stav vzdělanosti v jednotlivých hrabstvích (J. Stat. Soc. of London 10(1847), 11(1848), 12(1849)).

¹⁵ William Smith (1769–1839), vášnivý průkopník geologického mapování. Jeho hlavním přínosem bylo souběžné sledování půdního složení a fosilií. Sběru dat a jejich grafickému znázorňování věnoval celý svůj život, jehož výsledkem byla grandiozní mapa *Delineation of the Strata of England and Wales with a part of Scotland*. Jeho životu a práci je věnována kniha [32].

¹⁶ Valentine Seaman (1770–1817), při epidemii žluté horečky ve východním Manhattanu vypracoval mapu lokálního výskytu onemocnění a nákazu připsal hnilobnému odpadu v ulicích města (sice nesprávně, šílili ji komáři *Aedes Aegypti*, kteří se ve vlhkých nečistotách vyskytovali, úklidem vyznačených míst však choroba pominula). Měl také podíl na hromadném očkování proti černým neštovicím, zavedeném na počátku XIX. století.

¹⁷ John Snow (1813–1858), významný anglický lékař a vědec, autor souboru map Londýna (dosud překreslovaných a užívaných), do nichž zakresloval lokální výskyt chorob. President Medical Society of London od roku 1855, spolupracovník osobních lékařů královny Viktorie (aplikace chloroformu při královských porodech), podle časopisu Hospital Doctor z roku 2003 nejvýznamnější lékař všech dob (Hypokratos až druhý).

¹⁸ Charles Joseph Minard (1781–1870), významný francouzský inženýr, specialista v oboru stavby mostů, silnic a kanálů, ředitel a profesor na l'Ecole des Ponts et des Chaussées, po odchodu do důchodu (1839) se věnoval tématické kartografii.

vrcholem co do emocionální působnosti je „nejslavnější mapa všech dob“, Minardovo *Napoleonovo tažení na Rus* z roku 1869 (obr. 18).

Rozvoj a využití tématické kartografie od první poloviny XIX. století neustále roste a jejich sledování přesahuje rámec tohoto příspěvku. Problematikou se podrobně zabývá ve své monografii [18] G. Palsky. V současné době jsou nejběžnějším a nejnápadnějším produktem tématické kartografie mapy zachycující okamžitý stav počasí, publikované v denním tisku a v televizi.

4. Statistická grafika

Statistická grafika prezentuje nejružnější data v závislosti na zvoleném parametru, jímž bývá velmi často čas. Samotné slovo graf do angličtiny zavedl J. J. Sylvester¹⁹ v roce 1878 v souvislosti s konstatováním podobnosti mezi schématy molekulárních vazeb a grafickou reprezentací algebraických invariantů. Zhruba v téže době definuje graf Ch. S. Peirce²⁰ jako „plošný diagram sestávající z bodů či jejich ekvivalentů a jejich spojnice na omezené ploše“. Potřeba takové definice ukazuje, do jaké míry byly grafy ještě koncem XIX. století málo běžným informačním prostředkem.

Počáteční rozvoj grafů byl do značné míry ovlivněn, ne-li podmíněn, několika vynálezy umožňujícími grafické zaznamenávání kontinuálně probíhajících fyzikálních procesů. Prvním z nich je Ch. Wrenem²¹ vynalezený zapisovač počasí (*weather-clock*) zaznamenávající teplotu a směr větru v polárních souřadnicích, dalším Wattův indikátor tlaku v parním stroji.

4.1 Počátky grafického zobrazování

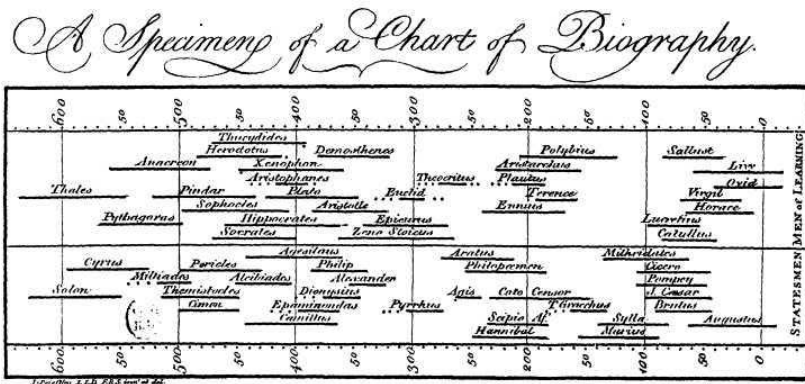
Za zakladatele statistické grafiky je obecně považován William Playfaire (1759–1823). Ve svých grafikách, které nazýval „čárovou aritmetikou“ [lineal arithmetics], využíval převážně kartézské souřadné soustavy, v níž znázorňoval závislosti jedné i více zvolených veličin na vybraném parametru, jímž byl nezdídká čas. Měl však řadu předchůdců. Prvním z nich byl M. F. van Langren²², pracující pro španělského krále Filipa IV. Vyvinul metodu pro přesné určování zeměpisné délky pomocí pozorování změn v jasů měsíčních hor v průběhu lunárního cyklu. Z pojmenování zavedených v jeho mapě *Plenilunii Lumina Austriaca Philippica* se dodnes dochovala pouze tři – krátery Langrenův, Pythagorův a Endymionův. Jeho zájem o určování zeměpisných

¹⁹ James Joseph Sylvester (1814–1897), anglický matematik a právník, autor prací z teorie matic a geometrie.

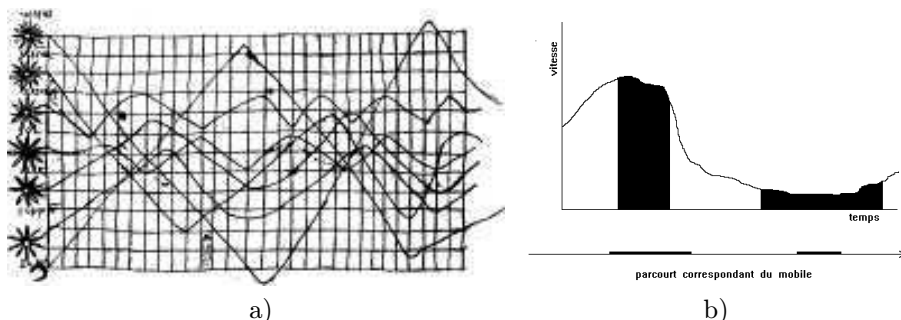
²⁰ Charles Saunders Peirce (1839–1914), americký logik, matematik a filosof, původním povoláním a vzděláním chemik a geodet.

²¹ Christopher Wren (1632–1723), vynikající anglický architekt, stavitel londýnské katedrály sv. Pavla a řady dalších veřejných budov, autor nerealizovaných plánů na obnovu Londýna po Velkém požáru v roce 1666.

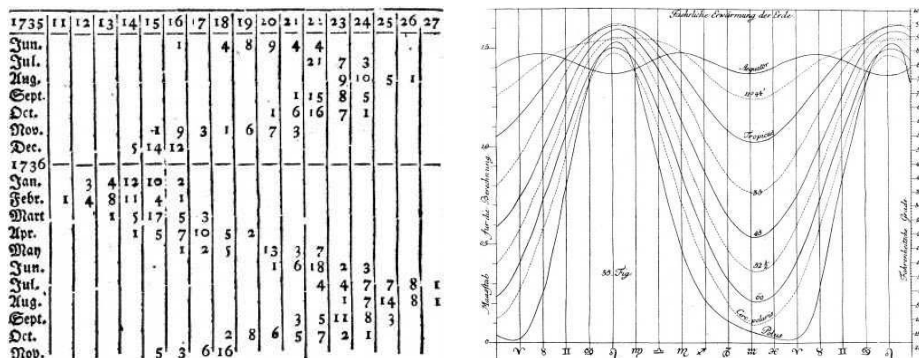
²² Michael Florent van Langren (1600–1675), belgický astronom a kartograf, autor mapy Měsíce z roku 1645. Její nakreslení s cílem pojmenovat krátery jmény svých příznivců mělo charakter prvního mezinárodního „závodu o Měsíc“. Druhým v cíli byl roku 1647 Hevelius (polský astronom Johannes Hewelke, 1611–1687). Obecně byl však akceptován systém navržený italským jezuitou Giovanni Ricciolim (1598–1671) v jeho *Almagestum Novum* z roku 1651.



Obr. 20: Druhá čtvrtina diagramu J. Priestleye (1765).



Obr. 21: a) Graf z X. až XI. století znázorňující pohyb planet, Měsíce a Slunce (pořadí: Venuše, Merkur, Saturn, Slunce!, Mars, Jupiter, Měsíc) [13]. b) Překreslený Oresmův graf závislosti rychlosti na čase (kolem 1370); dráha pohybujícího se tělesa (vertikální úsečka pod grafem) za daný černě vyznačený časový interval je úměrná černě vyznačené ploše.



Obr. 22: Lambertův „číselný graf“ (1779) udávající počet dnů v měsíci, kdy bylo dosaženo určité teploty (horizontální osa ve $^{\circ}\text{C}$) a graf závislosti ohřevu půdy v průběhu roku na zeměpisné šířce.

délek jej zřejmě dovedl k vytvoření prvního statistického grafu (1644) – obr. 19, srovnávajícího rozdíl zeměpisných délek Říma a Toleda podle tehdejších znalostí s výsledky plynoucími z řady známých resp. tehdy ještě používaných map různých autorů (např. Origena, Ptolemaia, Regiomontana i Mercatora). Výchylka odhadů je vždy kladná a poměrně značná: její střední hodnota je kolem $+6^\circ$, Ptolemaiova mapa dává 9° , což je důsledek výše zmíněného přijetí chybného Posidoniova odhadu průměru Země, ale i Mercatorův odhad je vyšší o 3° .

Druhým ranným grafem je *Životopisná mapa* [Chart of Biography] J. Priestleye²³ z roku 1765 – obr. 20. Opět se jedná v podstatě o jednorozměrný diagram prezentující životní rozpětí 2000 významných osobností žijících v letech 1200 př. Kr. až 1750. Priestley na čtyřech stránkách komentáře přesvědčuje čtenáře, že toto znázornění času je možné a účelné. Zatímco dnes je tento přístup považován za zcela přirozený, v polovině XVIII. století tomu bylo jinak. Kartézské souřadnice byly obecně přijaty jako systém vhodný pro znázornění prostoru, v němž existuje pozorovatelný materiální svět. Historický čas však byl považován za jev subjektivní, vázaný na schopnost myšlení a sám Descartes zdůrazňoval „nezbytnost úplného abstrahování od analogií s hmotou při studiu zákonitostí Mysli“.

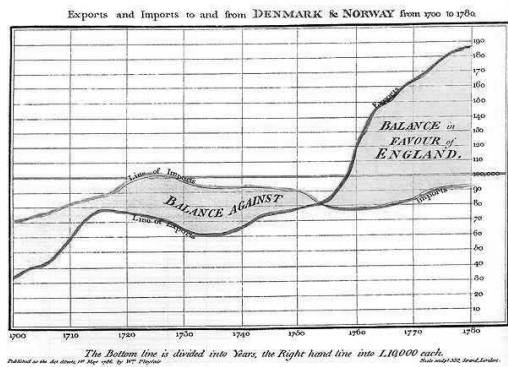
D. Stewart²⁴ ve statí *A general View of the Progress of Metaphysical, Ethical, and Political Philosophy since the Revival of Letters* (1811) napsané pro Dodatky k Britské encyklopedii konstatuje, že historie, jako znalost určitých faktů a dějů, je především záležitostí naší paměti, která je subjektivní. Historické děje (a s nimi také ekonomické, populační aj.) sice mohou být a nejspíš jsou podřízeny nějakým zákonům, ty však nelze zjistit pozorováním jako zákony přírodní, ale pouze reflexí, uvažováním. Speciálně ekonomický stav státu je důsledkem subjektivního jednání lidí v jejich soukromých životech; to může probíhat např. na základě „zdravého rozumu“. Protože první kroky grafické statistiky se odbyvaly právě na půdě historie a politické ekonomie, bylo pro ni chápání historického času zcela podstatné a jeho subjektivní chápání bylo velkou překážkou jejího obecného rozšíření.

Je třeba zdůraznit, že tento přístup se vztahoval pouze k historickému času v grafech a nikoliv ke grafům časových závislostí jednoduchých fyzikálních procesů. Funkhouser [13] přináší zprávu o objevu grafu z doby kolem roku 950 znázorňujícího pohyby planet, Měsíce a Slunce (obr. 21a). Také Nicolas Oresme (1320–1382) nakreslil graf závislosti rychlosti na čase (obr. 21b)²⁵ a grafy podobného typu jsou připisovány i Leonardovi da Vinci a Galileovi

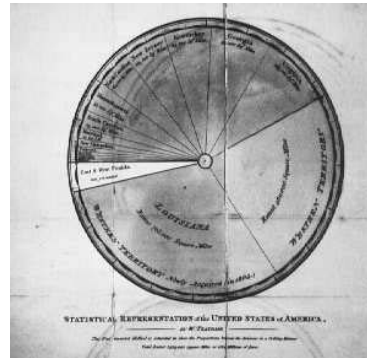
²³ Joseph Priestley (1733–1804), anglický fyzik (objevil Coulombův zákon, vodivost uhlíku), chemik (vynálezce sodovky, objevitel řady plynů včetně rajského plynu N_2O , objevitel fotosyntézy a dýchání rostlin), sociální filosof a kritik, presbyteriánský duchovní. Jeho kniha *History of Corruptions of Christianity* (1782) byla církví veřejně odsouzena a spálena, jeho dům potkal stejný osud od rozlíceného davu jako reakce na jeho podporu francouzské a americké revoluce. Roku 1794 emigruje do Ameriky, zakládá tam unitární církev a je osobním přítelem a spolupracovníkem T. Jeffersona.

²⁴ Dugald Stewart (1753–1828), skotský filosof, profesor matematiky a filosofie na Universitě v Edinburgu.

²⁵ V díle *Tractatus de configurationibus qualitatum et motum*.

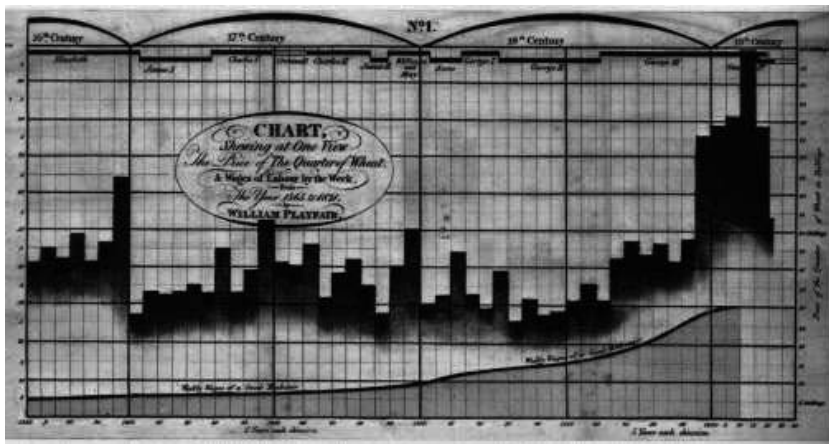


a)

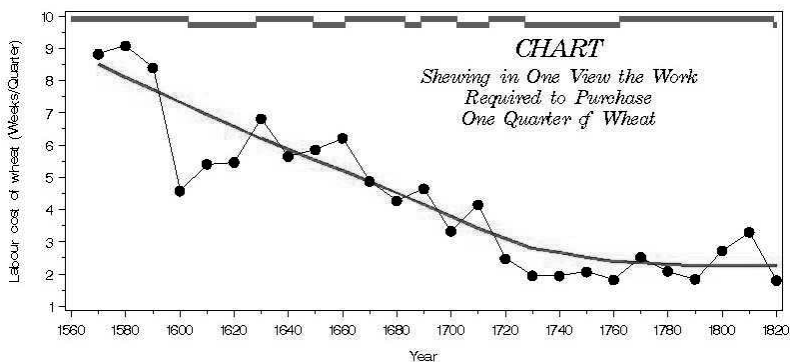


b)

Obr. 23: W. Playfair: a) Obchodní bilance mezi Anglií a Norskem s Dánskem (1786), b) kruhový diagram amerických států (1805).



Obr. 24: W. Playfair (1821): Srovnání cen pšenice (histogram uprostřed) a mzdy mechanika (graf v dolní části) za vlády různých panovníků (graf v horní části).



Obr. 25: Jiné grafické zpracování předcházejícího Playfairova grafu (podle [12]).

Galilei v souvislosti s jejich studiem volného pádu. Vesměs se však jednalo o grafy teoretických funkcí, které mohou být patrně nalezeny už i u Apolonia (250–175 př. Kr.). Ostatně notový zápis hudby je také příkladem časové závislosti používané již ve starém Řecku, i když notové délky byly pevně stanoveny až ve XII. století. Komplikované grafy podobného typu lze nalézt i u J. H. Lamberta²⁶ v jeho knize *Pyrometrie* (1779) – obr. 22.

4.2 Vývoj grafického zobrazování v XVIII. století

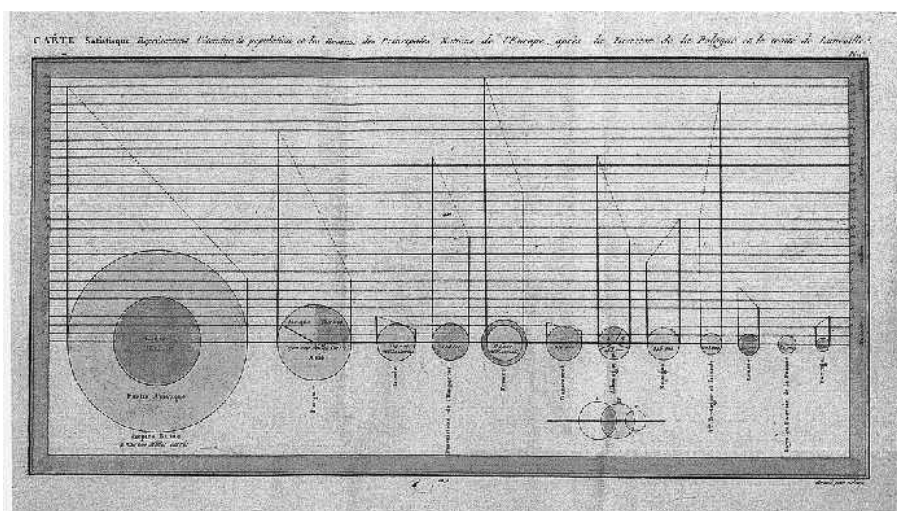
W. Playfair²⁷ byl osobností všestranně nadanou a neobyčejně podnikavou, s výjimkou publicistiky však málo úspěšnou. Jeho zásluhy o uznání a uplatnění statistické grafiky jsou však zcela mimořádné [12, 25, 26, 27]. Jako první používal tři dnes běžných zobrazovacích prostředků: kruhového a koláčového diagramu a histogramu²⁸.

Playfairovou inspirací mohla být jednak spolupráce s Jamesem Watterem, jednak rady jeho bratra, matematika a geologa. Playfair byl sice schopný vynálezce (patří mu několik patentů z oblasti obrábění kovů), jeho hlavním zájmem však byly finance a obchod. Mezi jeho významné práce patří graf růstu britského národního dluhu v letech 1699 až 1800, grafy vzájemného obchodu mezi Anglií a jinými státy (obr. 23a), histogram zahraničního obchodu Skotska. Populární jsou také jeho grafy, v nichž upozorňoval na vysoké daňové zatížení Angličanů (obr. 26) a první kruhový diagram rozlohy amerických států (obr. 23b). K nejznámějším patří mimořádně sugestivní graf porovnávající ceny pšenice

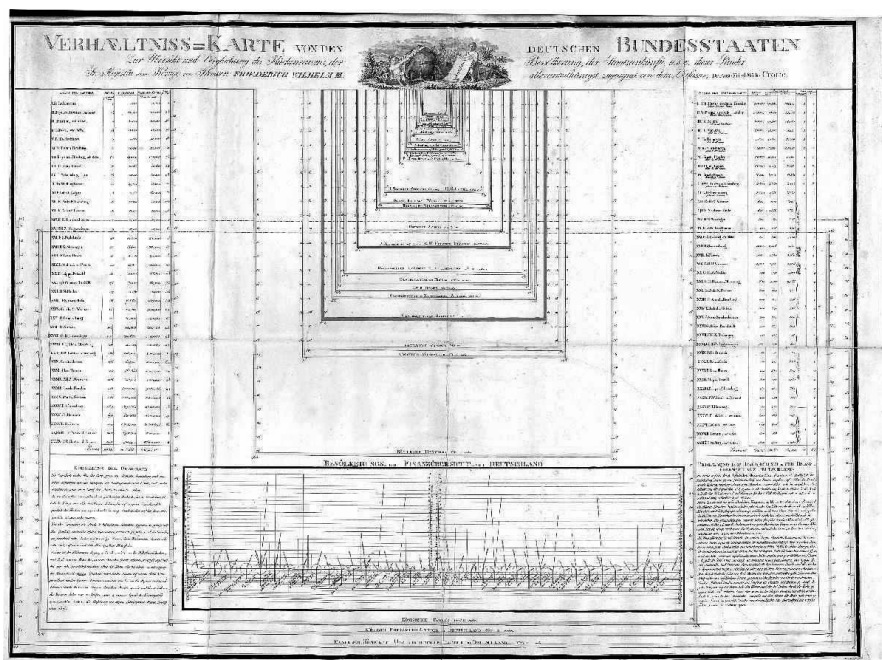
²⁶ Johann Heinrich Lambert (1728–1777), alsaský přírodovědec, hlavní jeho práce jsou z oboru fotometrie (zákony Lambertův-Beerův a Bouguerův-Lambertův), matematiky (teorie kuželoseček, hyperbolických a trigonometrických funkcí) a astronomie (teorie drah komet a tvar Mléčné dráhy).

²⁷ William Playfair (1759–1823), jako osoba dnes téměř zapomenutý skotský vynálezce a pamfletista s mimořádně dobrodružnou životní dráhou. Jeho otec byl duchovní a jeho bratr profesorem filosofie přírodních věd, matematiky a geologie na universitě v Edinburgu. Po vyučení u stavitele mlýnů Andrew Meikle, vynikajícího skotského inženýra a vynálezce mlátičky, pracoval jako kreslič a osobní asistent u Jamese Watta. Poté se neúspěšně pokoušel prosadit jako kovotepec a podnikatel v obchodě s drahými kovy a po neúspěchu v této oblasti emigroval do Francie v roce 1787. Osobně asistoval při pádu Bastilly; popis této události je v jeho vzpomínkách. Doba francouzské revoluce byla příhodná pro organizování emigrace a Playfair se stal hlavou společnosti prodávající kupní smlouvy na údajně bohatou půdu na soutoku řek Scioto a Ohio potenciálním přistěhovalcům. Na 600 francouzských emigrantů však po příjezdu do Spojených států zjistilo, že jejich smlouvy jsou bezcenné papíry a že jejich peníze Playfair či někdo jiný odcizil. Nové město Gallipolis se jim podařilo založit až poté, co jim kongress přidělil pozemky o rozloze 24 000 akrů a dnešní internetové městské stránky tuto událost stále připomínají („... corrupt Englishman William Playfair that vanished with investor money“). Mezitím se půda v revoluční Francii pro Playfaira stala nebezpečnou, prchá v roce 1793 do Německa a posléze se vrací do Anglie. Dalším jeho neúspěšným podnikem bylo otevření pojišťovny v Cornhillu, která se dostala do konfliktu s Anglickou bankou. Od té doby se již do konce života živil jako spisovatel a pamfletista, většinou v Anglii; po revoluci se na čas vrátil do Francie a vydával tam noviny, skandál vyvolaný jedním jeho článkem jej však opět donutil uprchnout ze země před hrozbou vězení. Vydával pak v Anglii celou řadu periodik a také 11. kritické vydání *Bohatství národů* [The Wealth of Nations] Adama Smitha, pro něj napsal předmluvu, životopis autora a řadu kritických komentářů.

²⁸ Slovo histogram však zavedl až K. Pearson (viz poznámka na str. 399 v jeho práci publikované v Phil. Trans. Roy. Soc. A 186 (1895)).



Obr. 26: Playfairův graf daňového zatížení v evropských státech (plocha kruhu odpovídá územní velikosti státu). Délka levé vertikální tečny odpovídá populaci v miliónech, délka pravé vertikální tečny je daňové zatížení v miliónech liber (z Playfairova *Statistical Breviary*, 1801).



Obr. 27: A. F. W. Crome (1821): Srovnání společenských a hospodářských charakteristik německých států (plochy obdélníků jsou úměrné jejich rozlohám).

a mzdy řemeslníků na pozadí vlád jednotlivých britských panovníků v letech 1665 až 1821 – obr. 24. Pozoruhodné je, že právě tento graf na první pohled nesděluje autorův záměr a hrozivě rostoucí černý histogram mu spíše protřečí. Playfairovou snahou bylo totiž podle jeho vlastního vyjádření²⁹ ukázat, že nikdy nebyla pšenice tak levná jako na počátku XIX. století. To je však patrné teprve tehdy, když je vynesena graf *poměru* cen a mezd, který skutečně s časem klesá od devíti ke dvěma – obr. 25. Playfairův graf tak ukazuje jednu z charakteristických vlastností grafického zobrazení, totiž možnost vytvoření dojmu na první pohled opačného, než odpovídá skutečnému obsahu dat.

Playfairovy práce jsou shrnuty v knize *The Commercial and Political Atlas* vydané po prvé v Londýně roku 1786 a obsahující 44 diagramů s obchodní a ekonomickou tematikou; s výjimkou jediného se jedná o časové závislosti. Tím je sloupcový diagram zachycující obchod mezi Skotskem a 13 jinými státy a Playfairovi se podařilo získat data pouze pro jediný rok (1780), takže nemohl vynést časovou závislost. V úvodu to komentuje jako nedostatek („... it does not comprehend any portion of time, and is much inferior in utility to those that do.“). Ve třetím vydání *Atlasu* v roce 1801 však sloupcový graf již vyzdvihuje jako typický produkt své „čárové aritmetiky“. Jako příklad uvádí muže, který denně vydělá jistý sloupec guinejí, jehož výsledná výška je potom rovna součtu výdělků za určitý čas, který je tak v zobrazení implicitně zahrnut.

Playfair byl hluboce přesvědčen o výhodách grafické prezentace dat, ve svém *Statistical Breviary* z roku 1891 píše: „The advantages proposed by [the graphical] mode of representation are to facilitate the attainment of information, and aid the memory in retaining it. ... Of all the senses, the eye gives the liveliest and most accurate idea of whatever is susceptible of object; and when proportion between different quantities is the object, then the eye has an incalculable superiority.“ V pamfletu *An Enquiry into the Permanent causes of the Decline and Fall of Powerful Nations* z roku 1805 oceňuje působení svého bratra: „He taught me to know that whatever can be expressed in numbers may be represented by lines.“ Moderní pojetí smyslu a síly grafické reprezentace spočívající podle Bertina [7] v jejích třech funkcích – zaznamenání, sdělení a zpracování informace [recording, communicating and processing information] je Playfairovu chápání velmi blízké.

Současníkem W. Playfairea byl A. F. W. Crome³⁰. Byl statistikem v původním smyslu slova, tj. shromažďoval data charakterizující společenskou a hospodářskou situaci států. Napsal na toto téma řadu knih obsahujících informace o téměř všech evropských státech se zvláštní pozorností věnovanou Německu. Jsou to *Europens Produkte* (1782), *Über die Größe und Bevölkerung der*

²⁹ Z Playfairova komentáře ke grafu (citováno podle [12], kde autoři také publikují poměrový graf ukázaný na obr. 25): „... the main fact deserving consideration is, that never at any former period was wheat so cheap, in proportion to mechanical labour, as it is in the present time ...“.

³⁰ August Friedrich Wilhelm Crome (1753–1833), německý statistik a politolog. Vystudoval teologii, působil jako učitel ve šlechtických rodinách a roku 1783 začal přednášet zeměpis a historii na gymnáziu Philantropin v Dessau. V roce 1786 byl jmenován profesorem statistiky a veřejných financí na universitě v Gießenu, jímž zůstal až do odchodu do důchodu v roce 1831.

sämtlichen Europäischen Staaten (1785), *Allgemeine Übersicht der Staatskräfte von den sämtlichen Europäischen Reichen und Ländern* (1818), *Geographisch-statistische Darstellung der Staatskräfte von den sämtlichen, zum deutschen Staatenbunde gehörigen Ländern* (1820–1828)³¹ a jiné. Knihy obsahují rozsáhlé tabulky a také mapy rozvíjející postupy grafické kartografie a obsahující údaje o jednotlivých zemích. Byly samostatně vydávány v Anglii, Francii a Nizozemí, a založily Cromeovu slávu jako statistika. Slavná je jeho mapa *Produkten-Karte von Europa* (1782), znázorňující vedle měst a přístavů také přírodní a průmyslovou produkci. Kromě knih napsal také řadu pamfletů, v nichž vedl vášnivé politické diskuse a své názory často dokazoval graficky zpracovanými statistickými údaji. Jeho zvláštním příspěvkem ke statistické grafice i ke grafické kartografii je srovnání velikostí, počtu obyvatel a dalších charakteristik „mapou“ ukázanou na obr. 27. Rozlohy států jsou znázorněny jako rostoucí posloupnost překrývajících se čtverců; vertikální stupnice je úměrná odmocnině z rozlohy a optický dojem není zkreslen komplikovaným průběhem státních hranic. Ve spodní části je pak diagram, v němž plochy kruhů popisují hustotu obyvatelstva a délky vertikálních tečen a protažených průměrů kruhů určují celkový počet obyvatel, národní důchod aj. Diagramy jsou podobné Playfairovým koláčovým diagramům z obr. 26, jsou však podstatně komplikovanější.

Také Crome byl přesvědčen o mimořádných přednostech grafické reprezentace dat. V práci *Größe und Bevölkerung* ... píše: „Poměry různých velikostí mohou být snadněji posouzeny, jestliže jsou oku předloženy v kresebné podobě, protože je tak podnícena představivost, než když se objevují pouze ve formě čísel, zvláště mnohamístných, jak tomu je často v případě rozloh států.“

Poté, co se grafické zobrazování začalo v širší míře používat, vyskytla se potřeba technických prostředků, které by usnadňovaly jeho realizaci a šíření. V Anglii v roce 1794 začíná Dr. Buxton vyrábět rastrovaný papír, v Německu v roce 1798 pražský rodák A. Senefelder³² vynalézá litografickou techniku pro tisk map a diagramů (své výsledky shrnuje v knize *Vollständiges Lehrbuch der Steindruckerei*, 1818). Ve Francii v roce 1843 Léon Lalanne (viz níže) začíná používat sférické souřadnice a v roce 1846 zavádí logaritmickou stupnici na obě pravoúhlé osy. Semilogaritmickou stupnici používá jako první pro své diagramy W. S. Jevons v roce 1863.

4.3 Vývoj grafického zobrazování v XIX. století

Od začátku XIX. století se střediskem vývoje grafického znázorňování dat stává Francie. Počátečním impulsem byl odvoz městských odpadků, který se stal aktuálním již v XVIII. století a vynucoval si stále rozsáhlejší stavbu silnic. Maximální efektivností této problematiky se zabývaly dva přední francouzské vzdělávací ústavy: vojenská l'Ecole de Génie v Mezières (s těžištěm v likvidaci pevnostního odpadu) a l'Ecole des Ponts et Chaussées v Paříži zaměřená civilně. Profesorem na první z obou škol byl Gaspard Monge, zakladatel deskriptivní

³¹ Všechny uvedené knihy včetně *Selbstbiografie* (1833) jsou v pražské Národní knihovně.

³² Aloys Senefelder (1771–1834), pražský rodák, herec a dramatik, kvůli tištění svých her experimentoval s tiskem a objevil litografii. Díky jejímu velkému úspěchu dosáhl všeobecného uznání.

geometrie, a právě z jeho žáků a následovníků se rekrutovali významní propagátoři grafického zobrazování. Na druhé z uvedených škol zase vyučoval již zmíněný Ch. J. Minard. Záměr pokrýt celou Francii vyhovující sítí silnic hvězdovitě vycházejících z Paříže se stává aktuální kolem roku 1842. Při jeho realizaci opět přichází ke slovu grafická kartografie, zvláště díky Minardovi, který se snažil prosadit decentralizovanější dopravní síť, jejíž výhodnost demonstroval čarami s tloušťkou úměrnou přepravním nárokům (obr. 17); tato forma grafického znázornění vyvrcholila posléze jeho Napoleonovým tažením (obr. 18). Výstavba dopravní sítě však byla svěřena centrální státní organizaci Corps des Ponts et Chaussées řízené Victorem Legrandem; její charakter vyjadřoval honorový název „Legrandova hvězda“ a byla spojena s obrovskými přesuny půdy díky přísným požadavkům na povolené maximální stoupání a minimální poloměry křivosti. Již v letech 1835 a 1837 byly vypracovány tabulky pro výpočet nezbytných přesunů zeminy, platily však pouze pro jeden pevný profil silničního uložení. Grafické konverze těchto tabulek se ujal L. Lalanne³³. Vyšel přitom z tzv. pythagorejské tabulky 10×10 jednoduchého tvaru³⁴, kterou L.-E. Pouchet³⁵ (v souvislosti se snahami francouzské vlády přejít na decimální soustavu jednotek) v roce 1795 doplnil isočarami (hyperbolami) $xy = 5k, k = 1, 2, \dots, 19$ (obr. 28). Tabulka se sice obecně neprosadila, byla však používána pro inženýrské výpočty k převodu různých měr, např. při kalibraci děl.

Lalanne nejdříve upozornil, že čáry $xy = konst.$ můžeme chápat jako ortogonální projekce čar konstantní výšky na prostorové ploše $z = xy$ a pro demonstraci této myšlenky vytvořil projekci isoterm v trojrozměrném grafu (obr. 29) typu {měsíce $\times$ hodiny $\times$ teplota} s projekcí do roviny {měsíce $\times$ teplota} a řezem rovinou {hodiny $\times$ teplota} (Mongeova škola se nedala nezapřít). Druhou inovací bylo zavedení logaritmických souřadnic (Pouchetovy hyperboly se pak staly přímkami) a v roce 1846 již Lalanne publikuje grafickou tabulku s lineárními závislostmi půdních přenosů pro dvoukolejnou železnici. Vývoj dovršuje v roce 1884 P. M. d'Ocagne³⁶ vytvořením *nomogramu* (obr. 30). Pravoúhlé osy nahrazuje osami rovnoběžnými a využívá principu duality z projektivní geometrie, podle něž lze body zobrazit jako přímky a přímky jako body. Soubor přímků z Lalanneova grafu pak přechází v přímku jedinou. Svůj graf nazývá nomogramem a pod tímto jménem je dodnes používán.

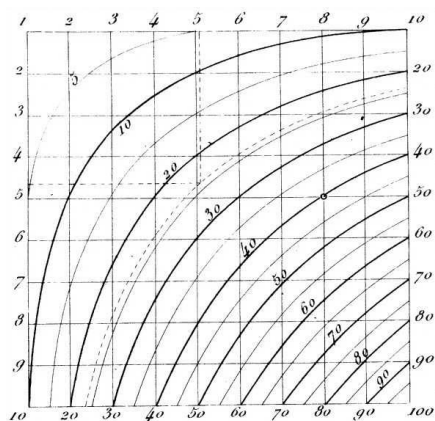
³³ Léon Lalanne (1811–1892), francouzský stavební inženýr, vynálezce řady grafických postupů v souvislosti s výstavbou francouzské dopravní sítě, generální inspektor mostů a silnic, ředitel l'Ecole des Ponts et des Chaussées atd., významná osobnost francouzské vědy v XIX. století.

³⁴ Celočíselná tabulka s hodnotami $\{x_{ij} = ij\}, i, j = 1, 2, \dots, 10$.

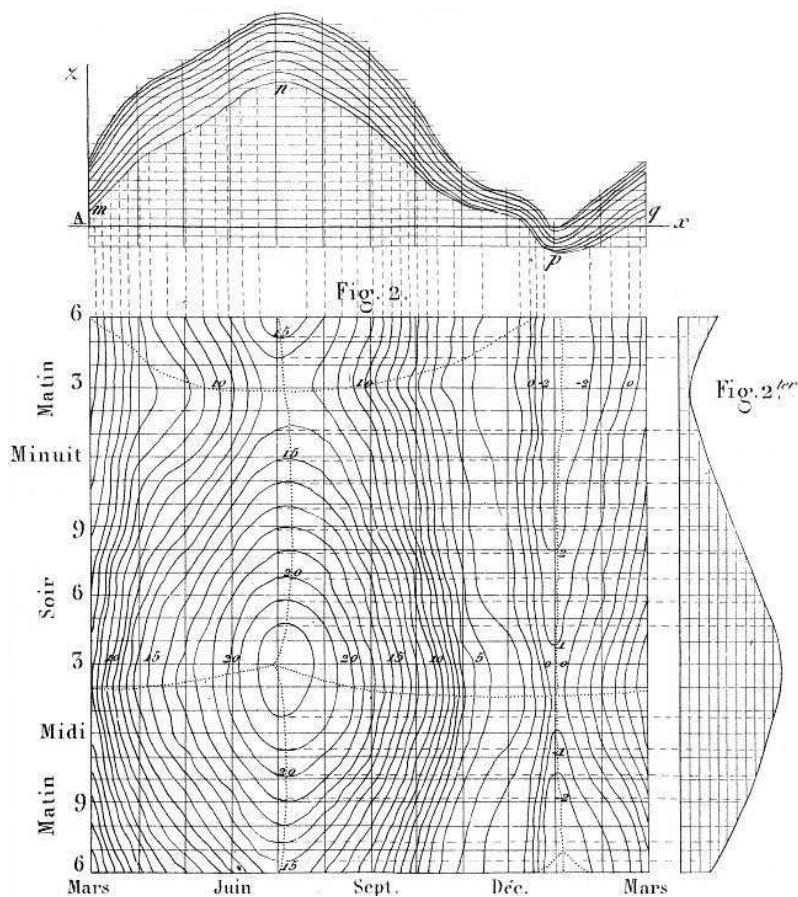
³⁵ Louis-Ezéchiél Pouchet (1748–1809), výrobce bavlněných tkanin v Rouenu, autor několika publikací s problematikou jednoduchého grafického převodu jednotek, např. *Echelles graphiques des nouveaux poids, mesures et monnaies de France, comparées avec celles des pays les plus commerçantes de l'Europe* (1795).

³⁶ Philbert Maurice d'Ocagne (1862–1938), francouzský matematik, vynálezce nomogramu, profesor na l'Ecole des Ponts et Chaussées, systematicky se podílel na bibliografii matematických prací, též autor literárních esejů. Hlavní dílo je *Nomographie; les calcul usuel effectué aux moyen des abaques* (1891).

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

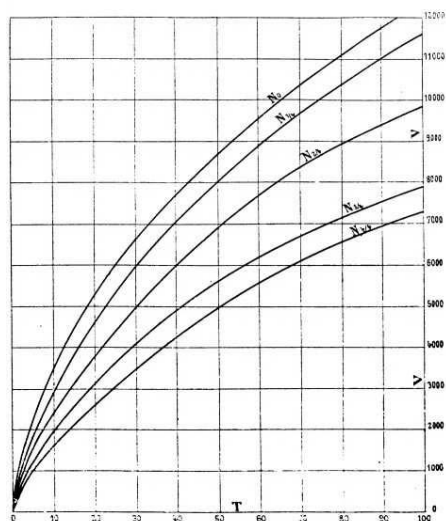


Obr. 28: Pouchetova pythagorejská tabulka a isočary
 $xy = 5k$, $k = 0, 1, \dots, 19$ (1795).



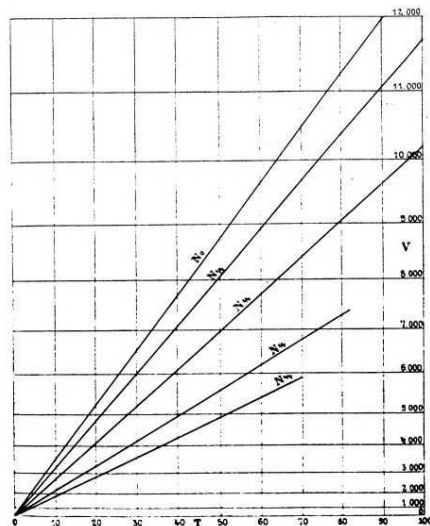
Obr. 29: Lalanneův prostorový graf {měsíce $\times$ hodiny $\times$ teplota} (1845).

TIRAGE DANS LES LOCOMOTIVES

Résultats d'Essais sur la locomotive C-12 de la C^{ie} P. L. M.

ABAQUE V

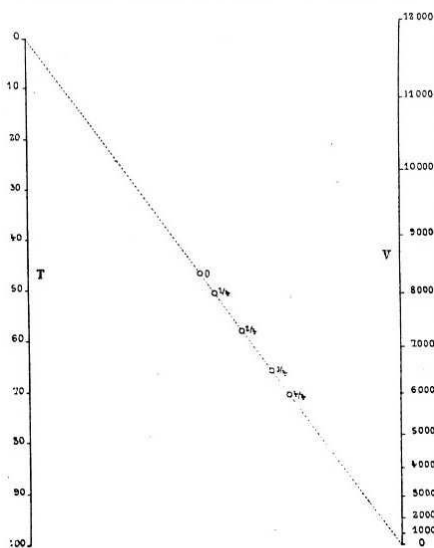
TIRAGE DANS LES LOCOMOTIVES

Résultats d'Essais sur la locomotive C-12 de la C^{ie} P. L. M.

ABAQUE VI

R. Soreau

TIRAGE DANS LES LOCOMOTIVES

Résultats d'Essais sur la locomotive C-12 de la C^{ie} P. L. M.

ABAQUE XII

R. Soreau

Obr. 30: Srovnání grafu v kartézských a logaritmicko-logaritmických souřadnicích s nomogramem od M. d'Ocagne (1891). T je tažná síla lokomotivy, V je váha páry spotřebované za hodinu a N je relativní doba, po niž je parní ventil otevřený.

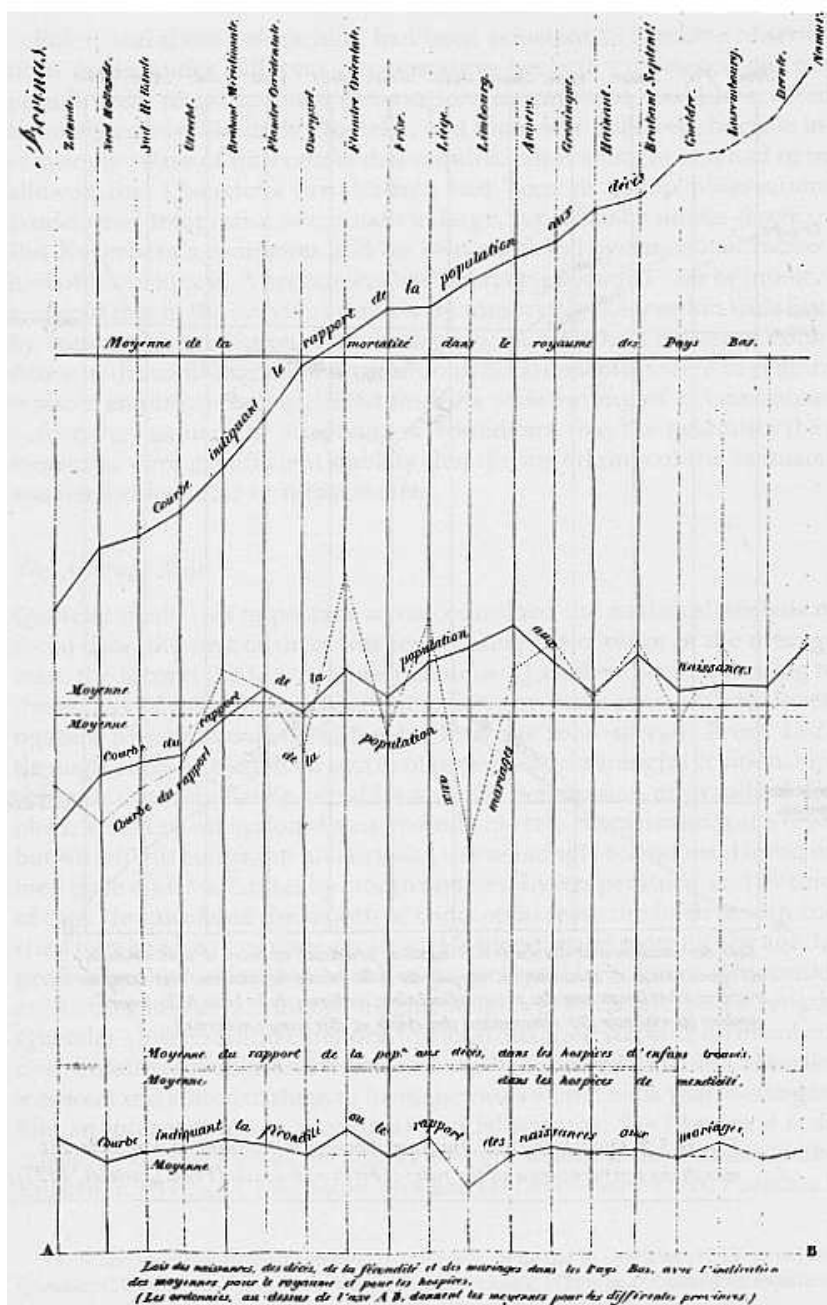
Zásluhy L. A. J. Queteleta³⁷ o rozvoj statistiky v sociální oblasti jsou dostatečně známé. Queteletovy názory jsou různě vykládány, interpretovány i kritizovány, jeho podíl na vzniku statistických společností v evropských státech i v Americe je však nesporný, stejně jako inspirativní vliv na celou řadu statistických aktivit. Z jeho grafických prací si všimneme aspoň jednoho okruhu studií včetně okolností, za nichž vznikly. Sčítání lidu je velmi nákladná akce, a když se v porevoluční Francii o ní začalo uvažovat, přišel Laplace s návrhem určité formy výběrového šetření. Doporučil využít přesné vedených matrik narozených dětí v celé zemi a celkový počet obyvatel určit ze vztahu $N_O = r_D N_D$, kde N_D je počet všech narozených dětí za nějaké období a $r_D = n_O/n_D$ je pečlivě stanovený poměr počtu obyvatel a narozených dětí ve vybraných „reprezentativních“ oblastech, rovnoměrně rozložených po celé ploše státu a s pozorností k jednotlivým skupinám obyvatel³⁸. Quetelet byl nejprve (v roce 1824) nakloněn použití této metody i v Belgii a Nizozemí, avšak v roce 1829 podává návrh na kompletní sčítání. Byl totiž zřejmě ovlivněn pamětním spisem, který mu poslal baron de Keverberg v roce 1827³⁹. Je v něm zpochybněna možnost dostatečně vhodného výběru podoblastí pro odhad poměru r_D , protože relace mezi n_O a n_D závisí nesnadno definovatelným způsobem na množství lokálních proměnných. Patrně inspirován de Keverbergovým spisem, provedl Quetelet v 19 oblastech Belgie, Holandska a Lucemburku vlastní výběrové odhady následujících veličin: počtu obyvatel n_O , počtu narozených dětí n_D , počtu uzavřených manželství n_S a počtu úmrtí n_M , z nichž pro každou oblast odhadl poměry $r_M = n_O/n_M$, $r_S = n_O/n_S$, $r_F = n_D/n_S$, $r_D = n_O/n_D$ a oblasti srovnal za sebou tak, aby r_M bylo monotónní rostoucí. Výsledky jsou shrnuty ve známém Queteletově diagramu (obr. 31), který ukazuje poměrně velké rozdíly mezi hodnotami poměrů v jednotlivých oblastech a dále naznačuje, že mezi nimi je jen stěží nějaká korelace. Odtud tedy vyplynula Queteletova ztráta důvěry v Laplaceův návrh výběrového sčítání.

Další Queteletova grafická práce se vztahuje k jeho koncepci „průměrného člověka“, jehož psychické i fyzické vlastnosti mají normální rozdělení (Quetelet však používal termíny *křivka možností*, *rozdělení možností*, *binomická křivka*). Přesvědčení, že každý homogenní soubor údajů musí mít normální rozdělení, považoval Quetelet za řešení de Keverbergovy námitky o nemožnosti posoudit, zda data vytvářejí homogenní soubor či nikoliv. V řadě prací srovnával zjištěná data s normálním rozdělením, jež však nepoužíval v Gaussově integrálním tvaru, ale vycházel z binomického $\text{Bi}(999, 1/2)$ rozdělení, které podrobně propočítal s využitím vztahu $P(X = k) = (n - k + 1)P(X = k - 1)/k$, platného pro $\text{Bi}(n, 1/2)$ – obr. 32.

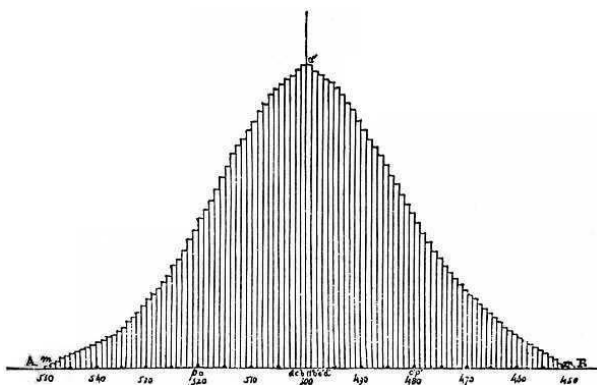
³⁷ Lambert Adolphe Jacques Quetelet (1796–1874), belgický geometr, astronom (Queteletův kráter na Měsíci), meteorolog a geofyzik – především významný popularizátor ovlivněný pracemi Laplace, Poissona a Bernoulli. Byl předsedou belgické Comission centrale de statistique a aktivním organizátorem statistických kongresů. Jeho důležitou prací je kniha *Sur l'homme et le développement de ses facultés, essai d'une physique sociale* (1835).

³⁸ Laplace svou metodu navrhl již v roce 1780, byla použita v roce 1802 a je popsána např. v [17, str. 414–441]; diskutuje ji také K. Pearson v [19].

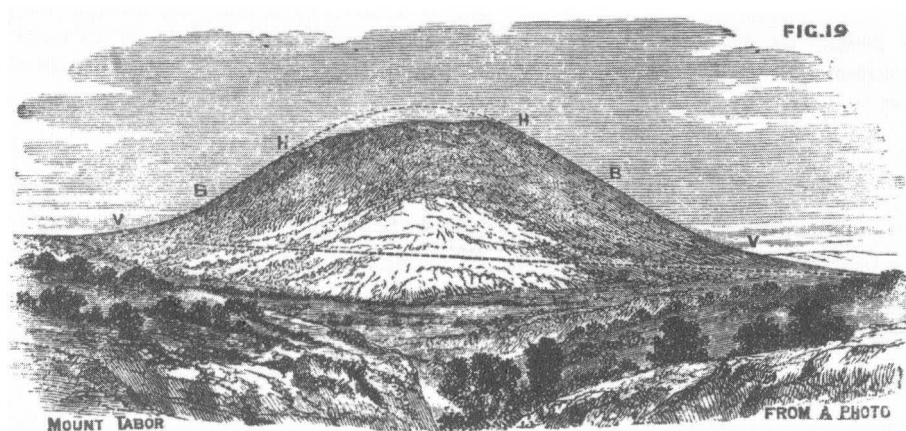
³⁹ Citace z de Keverbergova spisu jsou v knize [29].



Obr. 31: Queteletův souborný diagram (1827) poměrů r_M (horní lomená čára), r_D (střední plná čára), r_S (střední tečkovaná čára) a r_F (spodní plná čára). Odpovídající střední hodnoty jsou vyznačeny horizontálními čarami.



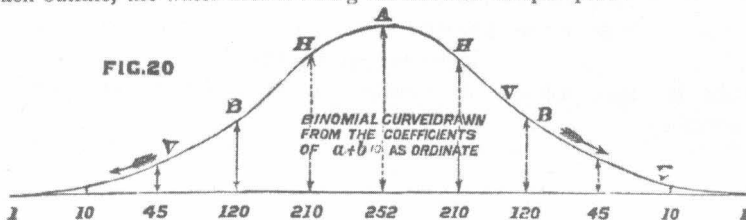
Obr. 32: Queteletova frekvenční křivka rozdělení $Bi(999, 1/2)$.



at present ; and they would, and might, give an irrigation to the desert of Egypt, which would be of immense agricultural value, by causing an earlier and larger overflow of the Nile. The opposite is also true, that rivers joined at the same slope traverse with greater velocity. If the rivers of the Rhine Delta were joined so as to have one mouth, the Rhine would have a deep navigable mouth, and the stream, by its velocity, would always keep 22 feet of water at the bar.

Fig. 20 is a diagram, the outline of which is a true binomial curve. This curve is shown in dotted line on Fig. 19, Mount Tabor, a type of a certain class of hills.*

Another common form is also shown in Fig. 21 ; the hills assume the fish-back outline, the water-shed dividing the hill into unequal parts.



Obr. 33: Vrcholová eroze hory Tábora podle A. Tylora (1875).

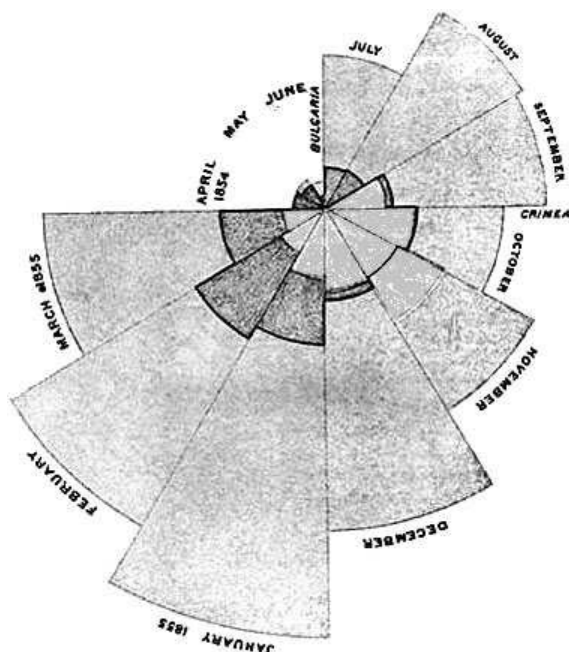
Obecnou popularitu normálního rozdělení dokumentuje článek A. Tylora z roku 1875 [31], v němž autor povýšil křivku normálního rozdělení na univerzální geologický standard (*binomická křivka* nebo-li *denudační křivka*) tvaru hor (obr. 33). Odchyłky od ní jsou něj důkazem lokální eroze demonstrováné na příkladu biblické hory Tábor.

Playfairovy grafy byly patrně inspirací pro anglickou statističku Florence Nightingaleovou (1820–1910). Přihlásila se jako dobrovolná zdravotní sestra v době krymské války, sestavovala časové tabulky úmrtí pacientů podle příčin a jimi dokazovala nedostatečnost nemocniční hygieny v polních podmínkách. V prvním provedení byly počty úmrtí úměrné úsekům poloměrů výsečí a tedy zkršené, poté si uvědomila svou chybu a jako první zavedla *radiální grafy* – obr. 34. Vedle podrobné zprávy pro vojenské kruhy vydala stručný souhrn svých výsledků také jako malou brožurku (*Mortality of British Army*, 1857) s cílem ovlivnit veřejné mínění. Ať již její grafické zpracování přesvědčilo velení armády či veřejnost, která uplatnila svůj vliv, hygieně v nemocnicích začala být věnována podstatně větší pozornost, a to nejen v armádě. Po návratu do Anglie měla F. Nightingaleová značný (údajně dodnes přetrvávající) podíl na celkovém zlepšení nemocniční péče, již věnovala veškerou svou pozornost po zbytek života. Její radiální grafy bývají v literatuře nazývány *kohoutími hřebínky* (*coxcombs*), jedná se však o jeden z historických omylů; kohoutím hřebínkem nazvala F. Nightingaleová v průvodním dopise k výše zmíněné brožurce presidentovi Královské armádní komise Sidney Herbertovi⁴⁰ právě tuto brožurku, nikoliv svůj radiální graf.

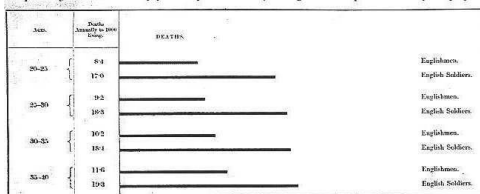
W. S. Jevons⁴¹ se v roce 1863 začal zabývat problémem kvantitativního popisu cenových změn vyvolaných událostmi obecného dosahu, konkrétně např. objevením australského a kalifornského zlata v roce 1849, jež mělo za následek dlouhodobý pokles ceny zlata. Ze sledovaných 118 produktů jich 84 zdražilo, ostatní zlevnily. Všechny změny Jevons zanesl do souborného semilogaritmického grafu a stanovil jejich *geometrické průměry* (obr. 35). Tento typ výpočtu cenových změn je od té doby široce používán. Nebyl zdaleka první, avšak prosadil se ze dvou důvodů. Předně pro výrazně asymetrické rozdělení relativních cenových změn je geometrický průměr vhodnější, než do té doby používaný průměr aritmetický, jednak se ukázalo, že je vhodné sledovat velmi široký výběr produktů, což Jevonsovi předchůdci nedělali. Jevons pro svůj postup měl ovšem jen intuitivní důvody; zmiňoval například alternativní možnost sledovat množství zboží, které lze po skokové změně zakoupit za stejnou cenu, což by vedlo k průměru harmonickému, a svůj geometrický průměr vydával za střední cestu mezi oběma alternativami.

⁴⁰ „Dear Mr. Herbert, I send you one of the ‚coxcombs‘ ...“, citováno podle příspěvku H. Small: Florence Nightingale’s statistical diagrams, předneseného 18. 3. 1998 na konferenci, kterou pořádalo Museum Florence Nightingaleové v Londýně.

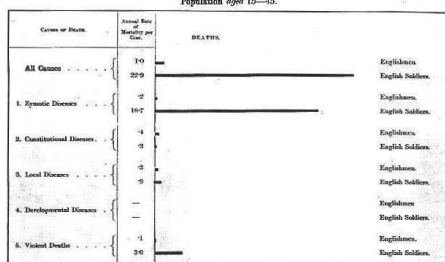
⁴¹ William Stanley Jevons (1835–1882), anglický ekonom a logik, autor knihy *Principy vědy*, v níž hájí názor, že deduktivní poznatky a zákony jsou jen pravděpodobné, protože není možné rozebrat všechny možné příčiny a alternativy.



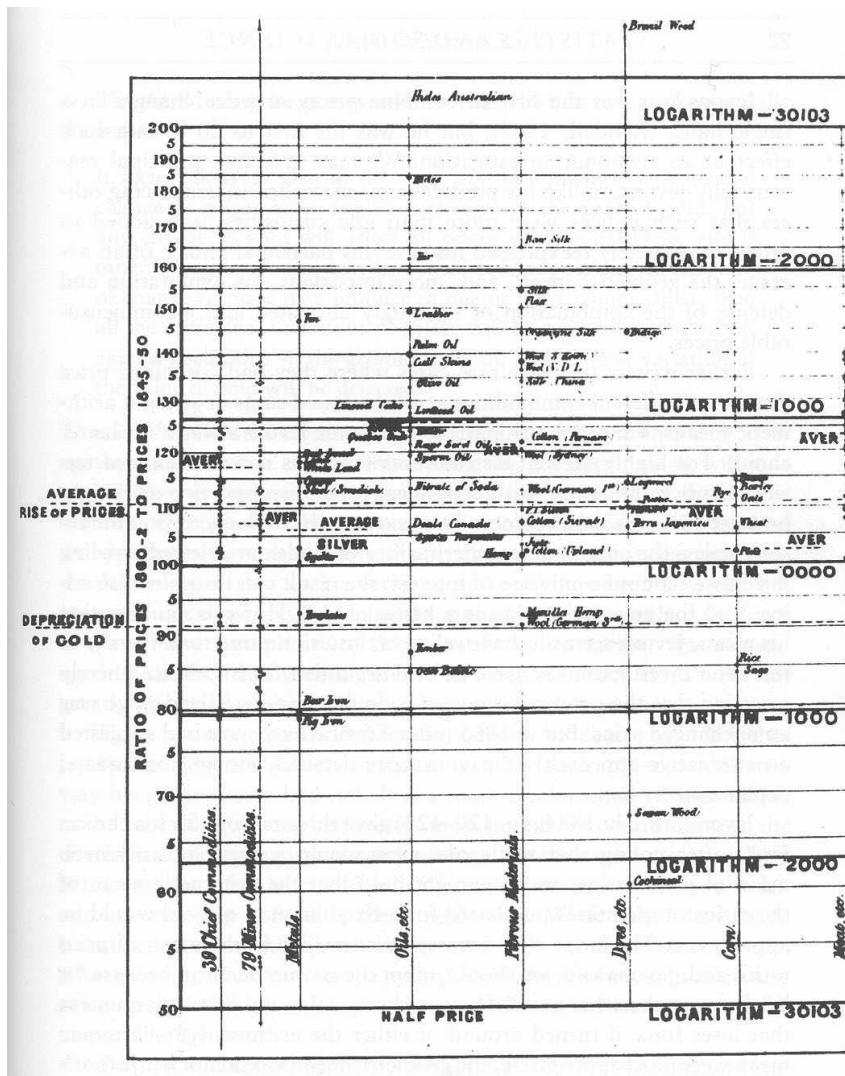
Representing the relative mortality of the Army in the East to that of the English male population of corresponding ages.



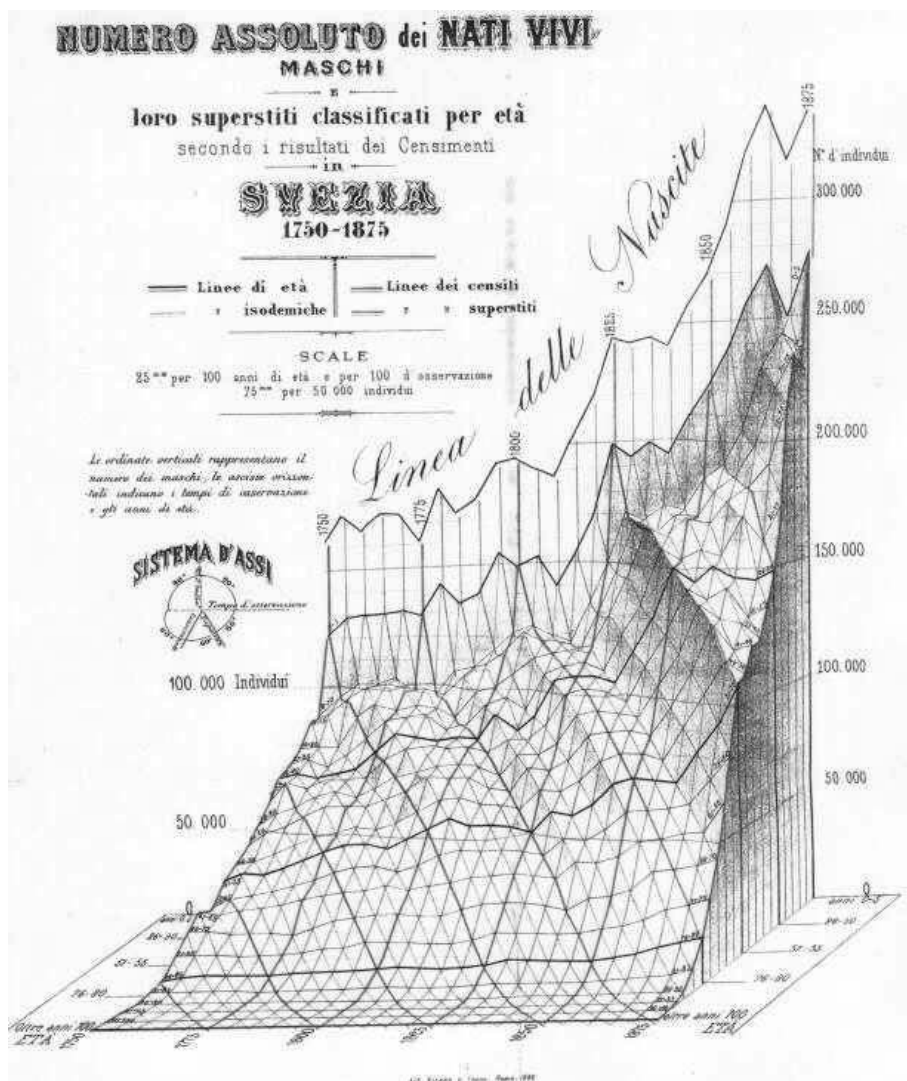
Representing the Relative Mortality, from different Causes, of the Army in the East in Hospital and of the English Male Population aged 15-45.



Obr. 34: Radiální graf F. Nightingalové (1858) znázorňuje příčiny úmrtí (jejich počet je úměrný ploše) vojáků v krymské válce (1854–55). Vnitřní malé světlé výseče zachycují po jednotlivých měsících úmrtí na zranění, velké světlé výseče úmrtí na nakažlivé choroby vyvolané nedostatečnou hygienou a vnitřní malé tmavé výseče libovolné jiné příčiny. Sloupcové diagramy porovnávají procentuální úmrtnost v různých věkových kategoriích (horní diagram) a podle příčin (spodní diagram) u běžných anglických mužů a u vojáků (vždy spodní sloupec v páru).



Obr. 35: Jevonsův semilogaritmický diagram (1863) cenových změn po objevu australského a kalifornského zlata. Vyneseny jsou poměry průměrných cen v objemu zlata ovlivněných letech 1860 až 1862 k průměrným cenám ve srovnávacím období 1845 až 1850. Na levých dvou svislých přímkách jsou vyneseny všechny hlavní (39 položek) a vedlejší (89 položek) produkty a vyznačeny jim odpovídající průměrné změny, dále průměrné relativní zvýšení (cca 11%) a jemu odpovídající relativní pokles ceny zlata (cca 9%). V jednotlivých sloupcích jsou většinou příbuzné produkty, jako železo, oceli a stříbro, různé druhy olejů, textilní látky, obilí atd.



Obr. 36: L. Perozzo (1880): Trojrozměrný graf švédské populace v letech 1750 až 1875 – viz [20].

Luigi Perozzo vstoupil do historie grafického zobrazování prvním prostorovým grafem, který nazval *stereogramem* (obr. 36) a jenž využívá axonometrického promítání navrženého Gustavem Zeunerem (1828–1907) v knize *Abhandlungen aus der mathematischen statistik*, Leipzig (1969). Prostorové grafy jsou často využívány pro znázornění vícerozměrných distribučních funkcí a hustot pravděpodobnosti.

5. Závěr

Koncem XIX. století se začíná rozvíjet intenzivní zkoumání v oblasti lékařství a biologie v Anglii, do značné míry spojené s osobou Francise Galtona. Jeho zájem o aplikaci statistických přístupů včetně jejich grafické prezentace byl zcela mimořádný a vedl ke vzniku tzv. biometrické školy, jejímiž představiteli vedle Galtona byli Karl Pearson, Francis Weldon, Udna Yule a samozřejmě Ronald Aylmer Fisher [28, 29]. Grafická prezentace se v jejich pracích stala běžným prostředkem do té míry, že si bez ní dnes statistiku dovedeme jen stěží představit. Zhruba do konce XIX. století je možné vývoj grafického zobrazování alespoň v hrubých rysech sledovat v příspěvcích rozsahu srovnatelného s tímto textem. XX. století, zejména jeho druhá polovina ovlivněná rozvojem počítačové techniky a vstupem grafiky do všech médií, představuje pravý grafický výbuch, jehož rozsah lze snad alespoň přibližně ocenit z odhadu získaného v osmdesátých letech minulého století: počet grafů vytvořených za rok se pohybuje mezi $9 \cdot 10^{11}$ až $2 \cdot 10^{12}$ (E. Tufte [30]). Při počtu lidí v řádu 10^{10} připadá tedy 100 grafů na osobu za rok. Toto množství zdaleka neznamena, že grafy jsou kvalitní a že data jsou prezentována optimálním způsobem. Právě naopak; převážná většina grafů má za úkol zaujmout, obrátit pozornost k určité obchodní nebo politické problematice, „nakazit“ konzumenta názorem či záměrem svých autorů. Současná teorie grafického zobrazování dává přednost těm nejjednodušším formám snadno dešifrovatelné bodové a čárové reprezentace.

LITERATURA

Internetové stránky s početnými příklady grafik (většinou interaktivní):

- [1] Friendly M., Denis D. J., *Milestones in the History of Thematic Cartography, Statistical Graphics, and Data Visualization*,
<http://www.math.yorku.ca/SCS/Gallery/milestone/>.
- [2] *Cartographic images*, <http://www.henry-davis.com/MAPS/Ren/Ren1/carto.html>.
- [3] *The History of Cartography*
<http://www.geography.wisc.edu/histcart/>.
- [4] *The History of Cartography*
<http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/HistTopics/Cartography.html>.
- [5] *EIA Guidelines for Statistical Graphs*
<http://www.eia.doe.gov/neic/graphs/preface.htm>.

Ostatní odkazy

- [6] Beniger J. R., Robyn D. L., *Quantitative Graphics in Statistics*, The American Statistician **32** (1978), 1–11.
- [7] Bertin J., *Semiology of Graphics*, University of Wisconsin Press, Madison (Wisc.), 1983.
- [8] Black J., *Visions of the World: History of Maps*, Octopus Publishing group Ltd., London, 2003 [český překlad *Obrazy světa*, Euromedia Group k.s. – Knižní klub, Praha, 2005].
- [9] Block R. D. (ed.), *Papers and correspondence of William Stanley Jevons*, vols. 1–7, Macmillan, London, 1972–1981, vol. 2, 450 [Dopis R. Huttonovi z 1. 9. 1862.].
- [10] Cleveland W. S., *A Model for Studying Display Methods of Statistical Graphics*, J. Comput. Graph. Stat. **2** (1993), 323–343.
- [11] Friendly M., *Graphical Methods for Categorical Data. SAS SUGI Conference, April 1992.*
<http://www.math.yorku.ca/SCS/sugi/sugi17-paper.html>.
- [12] Friendly M., Wainer H., *Nobody's perfect*, Chance **17** (2004), 51–54.
- [13] Funkhouser H. G., *A note on a tenth century graph*, Osiris **1** (1936), 260–262.
- [14] ———, *Historical development of the graphical representation of statistic data*, Osiris **3** (1937), 269–404.
- [15] Glick B. J., *Mortality Mapping*
<http://zappa.nku.edu/~longa/geomed/modules/av/lab/study.html>.
- [16] Hankins T. L., *Blood, Dirt, and Nomograms*, Isis **90** (1999), 50–80.
- [17] Laplace P. S., *Théorie Analytique des Probabilités*, VII. *dél Oeuvres de Laplace*, Imprimerie Royale, Paris, 1847.
- [18] Palsky G., *Des Chiffres et des Cartes*, CTHS, Paris, 1996.
- [19] Pearson K., *On a method of ascertaining limits to the actual number of marked members in a population of given size from a sample*, Biometrika **20A** (1928), 149–174.
- [20] Perozzo L., *Della rappresentazione grafica di una collettività di individui nella successione del tempo*, Annali di Statistica **12** (1980), 1–16.
- [21] Royston E., *A Note on the History of the Graphical Presentation of Data*, Biometrika **43** (1956), 241–247.
- [22] Saxl I., Ilucová L., *Historie grafického zobrazování statistických dat*, Sborník ROBUST 2004, Třešť 7.–11. června 2004 (2004), JČMF, Praha, 363–386.
- [23] ———, *Visualization of Statistical Data in XVIIIth and XIXth Centuries*, In: Application of Mathematics and Statistics in Economy (Proc. International Conference Mathematics and Statistics in Economy. 2nd – 3rd September 2004, České Budějovice (2004), Professional Publishing, Praha, 278–284.
- [24] Smith W., *A Geological Map of England and Wales and Part of Scotland*.
<http://www.unh.edu/esci/wmsmith.html>.
- [25] Spence I., *The invention and use of statistical charts*, J. Soc. Française de Statistique **141** (2000), 77–81.
- [26] Spence I., Wainer H., *William Playfair: A daring worthless fellow*, Chance **10** (1997), 31–34.
- [27] ———, *Who was Playfair?*, Chance **10** (1997), 35–37.
- [28] Stigler S. M., *Statistics on the Table*, Harvard University Press, Cambridge, 1999.
- [29] ———, *The History of Statistics. The Measurement of Uncertainty before 1900*, Harvard University Press, Cambridge (Mass.)-London, 1986.
- [30] Tufte E., *The Visual Display of Quantitative Information*, Graphics Press, Cheshire, CT, 1983.
- [31] Tylor A., *Action of denuding agencies*, Geological Magazine (decade II) **2** (1875), 433–476.
- [32] Winchester S., *The Map that Changed the World.*, Harper Collins, New York, 2001 [český překlad *Mapa, která změnila svět*, BBart, Praha, 2004].

Poznámka: Všechny zde i v textu citované internetové stránky byly dostupné k datu 14. 9. 2006.