# ÚVOD

*Pythagorova věta,**) která udává vztah mezi přeponou a oběma odvěsnami, byla známa ve speciálním tvaru již delší dobu před Pythagorem. Staří Indové používali k vytyčování pravých úhlů v přírodě trojúhelníku pravoúhlého, majícího délky stran 5, 12, 13 jednotek. V Egyptě se k témuž účelu používalo trojúhelníku o stranách 3, 4, 5 jednotek. Tento trojúhelník jako pravoúhlý byl známý dávno před Pythagorem i Číňanům. Vědělo se tedy, že trojúhelníky o těchto stranách jsou pravoúhlé a tu můžeme takřka s určitostí předpokládati, že již tenkrát si povšimli toho, že o číslech vyjadřujících délky stran těchto pravoúhlých trojúhelníků platí tyto rovnice: $5^2 = 3^2 + 4^2$ a $13^2 = 12^2 + 5^2$. Jakmile si však toto uvědomili, tím již vlastně znali speciální P. v. Přimyslíme-li si ještě, jak snadno se odvodí platnost této věty pro pravoúhlý trojúhelník rovnoramenný (viz obr. 11), vidíme, že tím vším byla již připravena půda pro důkaz věty platící o každém trojúhelníku pravoúhlém a bylo jen otázkou času, kdy bude důkaz proveden. Ten se podařilo provésti Pythagorovi nebo, a to se zdá býti pravděpodobnější, některému z jeho žáků.

Pythagoras pocházel z ostrova Samos a žil asi v létech 580—508 př. Kr. Za svého mládí podnikl pravděpodobně — jak bylo u tehdejších řeckých filosofů zvykem — cestu do Egypta a Mesopotamie. Později se přestěhoval do jižní Italie, kde měli Řekové své osady, a zde v Krotonu založil svou slavnou školu. Jeho žáci, jimž říkáme Pythagorejci, žili pohromadě a řídili se různými přísnými předpisy, které nám v mnohém připomínají pozdější život v klášteřích. Mimo jiné byli vegetariány, dodržovali celibát a všichni se stejným způsobem odívali. Tato škola se však dlouho neudržela. Všichni prý byli i se svým mistrem vyvražděni. Byla později opět vzkříšena a stoupencům jejím říkáme Novopythagorejci.

Pythagoras sám ničeho nenapsal a proto je nyní velmi těžké rozhodnouti, co z učení Pythagorejců máme přiřknouti Pythagorovi sa-

*) Pro stručnost budeme prostě psáti P. v. nebo v. P.

mému a co jeho žákům. Proto nevíme také, komu vděčíme za důkaz slavné P. v. Pythagoras byl však tak vynikající zjev, že si zaslouží opravdu, aby věta, k jejímuž důkazu přispěl aspoň nepřímo založením proslulé školy, nesla jeho jméno.

Svědčí o hloubavém duchu starých Řeků, že se nespokojili s provedením důkazu P. v., ale položili si hned další úlohu: Najíti všechny pravoúhlé trojúhelníky, jejichž délky stran jsou vyjádřeny čísly celými. (Takovýmto trojúhelníkům říkáme teď trojúhelníky pythagorské.) Nebylo to právě náhodné, že si tento problém položili, neboť dva takové trojúhelníky byly známé z doby před provedením důkazu P. v. a přímo se vnucovala otázka po existenci dalších takových trojúhelníků, a pak Pythagorejci se zabývali jen čísly celými a jejich poměry. To, jak uvedený problém rozluštili, musí v každém vzbuditi úctu i obdiv. Osvětleme si poněkud přesněji, oč v podstatě jde. Jestliže označíme odvěsny $x$, $y$ a přeponu $z$, pak tu máme vlastně řešiti čísly celými neurčitou rovnici $x^2 + y^2 = z^2$. Pythagorejci nalezli toto řešení: $x = 2a + 1$, $y = 2a^2 + 2a$, $z = 2a^2 + 2a + 1$, kde za $a$ můžeme dosaditi jakékoliv číslo celé, kladné. Přesto, že v těchto vzorcích nejsou obsažena všechna řešení neurčité rovnice (nemůžeme z nich na př. dostati řešení 8, 15, 17), musíme uznati, že tím podali výkon na tehdejší dobu pozoruhodný. Touto úlohou se později zabýval i známý řecký filosof Platon (žil 427—347 př. Kr.) a nalezl toto řešení: $x = a^2 - 1$, $y = 2a$, $z = a^2 + 1$. Tyto vzorce jsou proti dřívějším mnohem jednodušší a podobají se vzorcům uváděným v moderní theorii čísel: $x = a^2 - b^2$, $y = 2ab$, $z = a^2 + b^2$. Ale ani Platonovy vzorce nezachycují všechna řešení, neboť v nich není na př. obsaženo řešení 7, 24, 25.*)

V době soumraku celé starověké kultury se na matematickém nebi zaskvělo několik hvězd a jednou z nich byl Diofant. Ten si položil tuto úlohu: Mezi pythagorejskými trojúhelníky najíti dva, jež mají tutéž přeponu. Vyjádříme-li daný požadavek rovnicemi, vidíme, že tu běží o řešení této soustavy neurčitých rovnic: $x^2 + y^2 = z^2$, $u^2 + v^2 = z^2$. Diofant tuto soustavu velmi elegantně a elementárně rozřešil a na zá-

---

*) Bližší poučení o těchto i jiných neurčitých rovnicích najde čtenář v knížce Jan Vyšín, *Neurčité rovnice,* která vyšla rovněž v této sbírce.

kladě řešení ukázal, že existuje nesčíslně mnoho dvojic takových trojúhelníků.

Tím vším však zájem o v. P. a o problémy s ní související nijak neutuchl a matematikové se znovu k ní vraceli, vymýšleli pro ni nové a nové důkazy a snažili se ji zobecnit. A tak máme již asi 50 důkazů P. v. a několikeré její zobecnění, a to vše svědčí o jejím velikém významu. Geometrie bez P. v. je vůbec nemyslitelná.