

O rovnicích s parametry

Předmluva

In: Jiří Váňa (author): O rovnicích s parametry. (Czech). Praha: Mladá fronta, 1964. pp. 3–6.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/403493>

Terms of use:

© Jiří Váňa, 1964

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

PŘEDMLUVA



Tato knížka je věnována tzv. rovnicím s parametry a jejich soustavám; jsou to úlohy, které znáte ze střední školy. V matematických olympiádách patří tyto úlohy k nejzajímavějším a nejcennějším, neboť řešitelé při nich mohou uplatnit svůj vtip, znalost školské algebry i preciznost myšlení. Je samozřejmé, že tato knížka nenaučí čtenáře řešit kteroukoli rovnici nebo soustavu rovnic s parametry; uvádí jen vybrané úlohy a snaží se předvést a osvětlit *metody*, kterých se užívá.

Jak jistě všichni víte, je rovnice s parametry taková úloha, kde mimo neznámé se vyskytují ještě další písmena — proměnné, která se nazývají *parametry*. Rovnice s parametry je vlastně *množina úloh*: jednotlivé úlohy dostaneme, dosazujeme-li za proměnné parametry určitá čísla. Obor proměnnosti parametrů *musí* být v úloze udán právě tak, jako musí být udán obor řešení rovnice; těchto zásad dbá naše knížka důsledně.

Rovnici s parametry nebo soustavu takových rovnic řešíme obdobným postupem jako rovnice bez parametrů (jejichž koeficienty jsou určitá čísla). Ze školy znáte tzv. metodu *ekvivalentních úprav*; je to takové přetvořování původní rovnice, kterým se nemění kořeny rovnice (zejména žádný nový kořen nepřibude). Takovým postupem se nedají řešit všechny rovnice; např. to není

možné u rovnic s odmocninami. Značné potíže působí metoda ekvivalence právě u některých rovnic s parametry. Proto se naše knížka přidržuje spíše metody jiné.

„Řešíme“ rovnici (soustavu rovnic) bez ohledu na ekvivalentnost úprav. Provádíme úpravy tak, aby každá další rovnice měla zaručeně tytéž kořeny jako předchozí (ale možná i nějaké další). Tento postup, který je v podstatě totožný s obvyklým „počítáním“, jímž „řešíme“ rovnici, se má správně nazývat *rozbor* neboli *analýza*. Na konci rozboru dostaneme jistá čísla, vyjádřená třeba vzorci, která udávají *všecka možná řešení* dané rovnice, tj. mezi nimi jsou jistě všechna řešení dané rovnice, avšak některá ze získaných čísel nemusí danou rovnici splňovat. Nyní je třeba přezkoušet, která z těchto čísel jsou skutečně kořeny dané rovnice; to zjistíme *zkouškou*. Zkouška tedy nemá jen význam kontroly správnosti numerického výpočtu, ale je *podstatnou částí řešení*.

U rovnic s parametry a jejich soustav se při řešení objevuje ještě jedna část — zvaná *diskuse*. Řekli jsme, že rovnice s parametry je vlastně množina úloh; při diskusi jde o to *roztřídit* tuto množinu, tj. zjistit, pro které hodnoty parametru dostaneme úlohy neřešitelné, pro které dostaneme úlohy s jedním, dvěma, ..., nekonečně mnoha řešeními. Výsledek diskuse je u každé úlohy v naší knížce upraven do přehledné tabulky.

Za zmínku ještě stojí, že řešení rovnice s parametry (nebo soustavy takových rovnic) je *zpravidla* dáno vzorcem (vzorci), kde neznámá je vyjádřena jako *funkce* parametrů; některá řešení však nelze vyjádřit v této formě, jak sami uvidíte v příkladech.

Možná, že někteří z vás nerozuměli všemu, co je v této předmluvě. Doporučuji vám, abyste si předmluvu přečetli znovu, až rozřešíte několik vzorových úloh,

a abyste ji po případě přečetli ještě jednou po prostudování celé knížky; pak určitě všemu porozumíte.

Při výběru zařazených úloh byly mírou obtížnosti úlohy dosavadních ročníků MO; některých z nich jsem v textu přímo užil. Hodně jsem čerpal ze sovětské sbírky P. S. Moděnova „Sbornik zadač po specialnomu kursu elementarnoj matematiki“ a z časopiseckých článků. Vzorová řešení dalších úloh s parametry lze najít v brožurách o jednotlivých ročnících MO. Také v neřešených úlohách připojených k textu najdete další materiál ke cvičení.

Doporučuji vám, abyste všechny úlohy podrobně řešili a promýšleli, a přeji vám hodně úspěchů při čtení knížky.

Autor

