

Faktoriály a kombinační čísla

Předmluva k druhému vydání

In: Jiří Sedláček (author): Faktoriály a kombinační čísla. (Czech).
Praha: Mladá fronta, 1985. pp. 3–8.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/404112>

Terms of use:

© Jiří Sedláček, 1964

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

PŘEDMLUVA KE DRUHÉMU VYDÁNÍ

Matematika je tak rozsáhlá, že si ji lidé rozdělili na řadu speciálních oborů. Tak vznikla algebra, číselná teorie, euklidovská geometrie, topologie, matematická analýza, teorie pravděpodobnosti a mnoho dalších. Také kombinatorika. Začneme-li se pít po přesném vymezení těch speciálních názvů, musíme přiznat, že není tak snadné vést mezi nimi definitivní hraniční čáry, ba nedá se ani jednoznačně charakterizovat obsah jednotlivých disciplín.

Slovník spisovné češtiny pro školu a veřejnost, který vydalo nakladatelství Academia r. 1978, vysvětluje kombinatoriku jako matematický obor zabývající se uspořádáním daných prvků do skupin podle jistých pravidel.

Na školské úrovni se skutečně dá říci, že se kombinatorika zabývá studiem různých výběrů (posloupností, skupin či sestav), jejichž členy jsou prvky dané (zpravidla konečné) množiny. Budeme tedy kombinatoriku hledat v těsném sousedství s teorií množin, jejíž nedávné vítězné tažení do škol všech stupňů nemůžeme jistě příliš popisovat. Vlivem modernizačních snah posledních let dostává však středoškolská kombinatorika jinou tvářnost, neboť je ovlivněna jednak praktickými důvody (počítače, programování), jednak potřebou odstranit zastaralé nepřesnosti v definicích základních pojmů.

Počátkem šedesátých let mě pověřil Ústřední výbor matematické olympiády, abych pro naše středoškolské studenty napsal knížku o kombinatorické matematice. Tak vznikl tento svazeček, který po letech předkládáme veřejnosti v nové, přepracované formě. První vydání se objevilo na trhu r. 1964 a předtím se v této edici žádný kombinatorický svazek nevyskytl. Když jsem kdysi knížku plánoval, zaměřil jsem ji širěji, než bývá zvykem ve středoškolské matematice. Vycházel jsem z tehdejší tendence Školy mladých matematiků poskytovat čtenářům v první řadě sbírky řešených příkladů s vysvětlivkami a komentářem. Takovou studijní literaturu totiž studenti tehdy nejvíce potřebovali při řešení úloh matematické olympiády, v kroužcích i při samostatném studiu, první svazky naší edice měly takový charakter a myslím, že i v současnosti je tento typ brožury vítán. V pozdějších letech vyšla ovšem pro matematickou olympiádu řada užitečných knížek s kombinatorickou tematikou, jak se o tom ještě zmíníme.

Tato knížka vychází od jednoduchých příkladů a směřuje ke složitějším a méně obvyklým. Na některých příkladech předvádíme dvě různé metody řešení a důraz se klade též na numerické výpočty. Často pracujeme s logaritmickými tabulkami, ale student může někde podle svého uvážení použít i kapesní kalkulačky. Při výkladu a při řešení příkladů připojujeme na mnoha místech obrázky. Příklady spojuje text, v němž najdete všechny potřebné definice a bez důkazu rovněž některé důležité poučky, kterých se při řešení používá. Definice zde uvádím pro úplnost a pro čtenářovo pohodlí, i když vím, že je studenti většinou znají ze školy. Tuto část knížky jsme v novém vydání nejvíce měnili, neboť v průběhu let se poněkud změnila terminologie, a matematická olympiáda (i naše knižnice) musí tyto změny

respektovat. Spojovací text obsahuje také poznámky k probíraným příkladům a upozorňuje na jejich vzájemné souvislosti.

Některé matematické pojmy vystupují na dalších stránkách s tím, že je bereme jako známé. Nedefinujeme např. uspořádanou a neuspořádanou n -tici sestavenou z prvků dané množiny, neboť bychom tím přerušovali výklad a odbočovali bychom od tématu. Ten, kdo cítí potřebu upřesnit si tyto slovní obraty, nalezne vysvětlení v dalších řádcích této předmluvy.

Pojem pořadí n prvků odpovídá staršímu termínu permutace, což je slovo rezervované nyní pro potřeby algebry. (V algebře se permutace definuje jako zobrazení množiny na sebe.) V první kapitole této knížky definujeme pořadí jako uspořádanou n -tici obsahující každý prvek dané n -prvkové množiny právě jednou. Slovní obrat *uspořádaná n -tice* už v knížce na zmíněném místě, jak řečeno, blíže nevysvětlujeme a předpokládáme, že ho čtenář zná ze školy (jde o synonymum s konečnou posloupností). V dalším výkladu narazíte i na termín *neuspořádaná n -tice*, a to v závěru kapitoly třetí, kde se definují kombinace s opakováním. Zdálo by se z názoru, že *neuspořádaná n -tice* je pojem jednodušší, a že se dá tedy snáze definovat než *n -tice uspořádaná*. Je tomu však naopak, jak si hned ukážeme. Definici *neuspořádané n -tice* opřeme o pojem *n -tice uspořádané* takto:

Nechť je dána množina M a přirozené číslo n . *Neuspořádaná n -tice* prvků množiny M je množina všech navzájem ekvivalentních uspořádaných n -tic prvků množiny M . Přitom uspořádané n -tice

$$(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n), \quad (b_1, b_2, b_3, \dots, b_n)$$

se nazývají *ekvivalentní*, existuje-li permutace φ množiny

$$\{1, 2, 3, \dots, n\}$$

tak, že platí

$$a_i = b_{\sigma(i)}$$

pro $i = 1, 2, 3, \dots, n$.

Nezalekněte se, prosím, této strohé matematické definice. Když si ji promyslíte, zjistíte, že říká přesnými slovy to, co si každý pod neuspořádanou n -ticí představuje intuitivně. S intuicí ostatně vystačíte i ve třetí kapitole, až zmíněná látka přijde na program.

Jak název knížky napovídá, vycházíme z obvyklé definice faktoriálu a kombinačního čísla a všímáme si nejen toho, jak se tyto pojmy využívají v tradiční středoškolské kombinatorice, ale ukazujeme též souvislosti s číselnou teorií, elementární geometrií, matematickou statistikou, teorií pravděpodobnosti a matematickou analýzou. Pro malý rozsah knížky se všech těchto aspektů můžeme dotknout jen letmo. Tak např. z matematické statistiky probíráme v šesté kapitole jen příklady z teorie výběrových šetření z konečných množin. Závěrečná kapitola s názvem Různé trochu vybočuje ze směru, který naznačuje název našeho svazku, ale příklady a úlohy tam uvedené mají také kombinatorický charakter (latinské čtverce, Wythoffova úloha, Langfordův problém), a tak sem tematicky přece jen trochu patří.

Při výkladu se všude předpokládá pouze znalost středoškolské matematiky. Důkaz matematickou indukcí by měl být běžně znám každému řešiteli matematické olympiády, vždyť v soutěži je stále mnoho úloh, kde se tato metoda potřebuje. Naše edice může zájemcům nabídnout pěknou knížku A. Vrby, která vyšla r. 1977 pod názvem *Princip matematické indukce* jako 40. svazek. *)

Všude se snažíme zůstat s výkladem na elementární úrovni a z toho důvodu např. při zápise součtových vzorců neužíváme sumačního znaménka. Vypsání součtových vzorců i s oněmi pověstnými několika tečkami se mi zdá pro začátečníka přístupnější.

Aby si čtenář mohl látku procvičit, připojili jsme za každou kapitolu ještě několik nerozřešených úloh. Jejich výsledky nebo stručné návody jsme sice uvedli v závěrečné části brožury, používejte jich ale jen pro kontrolu svého vlastního řešení nebo nebudete-li si vědět s úlohou rady. Některé úlohy mají jen cvičný charakter a jen malá část je určena náročnějším.

Knížka končí seznamem další doporučené literatury, která souvisí s probíranou látkou. Zde zařazujeme nejprve svazky, jež vyšly na blízké téma v edici Škola mladých matematiků, pak další české a slovenské prameny, a konečně i několik knih z literatury cizojazyčné. Je vidět, že se literární odkazy neomezují jen na klasickou školskou kombinatoriku, ale tvoří širší spektrum.

První vydání Faktoriálů a kombinačních čísel recenzovali prof. RNDr. Karel Hruša (1905—1971) a RNDr. Zbyněk Šidák, DrSc. I po letech, kdy připravuji do tisku nové vydání, vzpomínám na spolupráci s nimi a jsem jim oběma zavázán za mnohé připomínky a zlepšení, kterých jsem využil i v nové verzi. Prvnímu recenzentovi však bohužel díky osobně vyjádřit nemohu, neboť jeho životní dráhu už s definitivní platností vymezují dva letopočty.

Nejaktuálnější poděkování patří RNDr. Karlu Horákovi, CSc., a RNDr. Antonínu Vrbovi, CSc., kteří

*) Zmíněný svazek obsahuje také značný počet kombinatorických úloh, a proto jsme jej zařadili i do seznamu doporučené literatury na konci této publikace.

recenzovali toto nové vydání a věnovali připravovanému svazku velkou péčí. Druhý ze jmenovaných recenzentů se mnou po technické stránce spolupracoval už na rukopise prvního vydání před dvaceti roky, tehdy ještě jako posluchač matematicko-fyzikální fakulty Karlovy univerzity, a tak je jeho zásluha o zdar díla dvojnásobná.

Jiří Sedláček